

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

LẠNG SƠN

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2026 – 2027

Môn thi: TOÁN (dành cho lớp chuyên)

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Đề thi gồm có 02 trang, 06 câu

MÃ ĐỀ THI 456

Học sinh làm cả phần trắc nghiệm và tự luận vào tờ giấy thi, ghi rõ mã đề thi vào bên cạnh từ Bài làm trên tờ giấy thi.

Câu 1. Trắc nghiệm (2,0 điểm)

1. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$ là $(x; y)$ bằng

- A. $(-1; 4)$. B. $(-4; 1)$. C. $(1; -4)$. D. $(4; -1)$.

2. Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $\widehat{ABC} = 60^\circ$ và $AB = 4$ cm. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A. 8 cm. B. 4 cm. C. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm. D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm.

3. Một trường THCS có 40 học sinh đăng kí dự thi tuyển sinh vào trường THPT Chuyên Chu Văn An, mỗi học sinh chỉ đăng ký một nguyện vọng, với số lượng nguyện vọng cụ thể được cho bởi bảng sau:

Nguyện vọng	Chuyên Toán	Chuyên Văn	Chuyên Anh	Chuyên Lý	Chuyên Hóa	Chuyên Địa
Số lượng	16	8	10	2	3	1

Số học sinh đăng ký dự thi chuyên Toán chiếm tỉ lệ là

- A. 30%. B. 25%. C. 40%. D. 12%.

4. Giả sử phương trình $x^2 + 2x - 6 = 0$ có hai nghiệm là x_1 và x_2 . Giá trị của biểu thức $P = x_1 + x_2 - 2x_1x_2$ bằng

- A. 10. B. -10. C. -14. D. 14.

5. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và chiều cao $h = 5$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 15π . B. 45π . C. 30π . D. 48π .

6. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn, biết $\widehat{ABD} = 80^\circ$ thì $\widehat{ACD}$ bằng

- A. 160° . B. 80° . C. 100° . D. 40° .

7. Kết quả của phép tính $\sqrt{(5-3\sqrt{2})^2} + \sqrt{18} + 6$ bằng

- A. 1. B. $6\sqrt{2} - 1$. C. $6\sqrt{2} + 11$. D. 11.

8. Gieo một con xúc xắc cân đối, đồng chất 2 lần. Xác suất để kết quả của 2 lần gieo là giống nhau bằng

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 2. (1,0 điểm) Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} \right) : \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) \text{ với } x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9.$$

1. Rút gọn biểu thức A .
2. Tìm các giá trị của x sao cho $A = 3\sqrt{x} - 5$.

Câu 3. (1,0 điểm)

Một doanh nghiệp sản xuất vỏ hộp nhận được một đơn đặt hàng, sản phẩm có dạng một hình trụ có nắp, với thể tích là $401,92 \text{ cm}^3$ (lấy $\pi \approx 3,14$). Doanh nghiệp nên thiết kế vỏ hộp với bán kính đáy bằng bao nhiêu cm để tổng diện tích vật liệu làm vỏ hộp là nhỏ nhất, mà thể tích không đổi?

Câu 4. (2,0 điểm)

1. Giải phương trình $x^2 + 3x + 2 = 6\sqrt{x^2 + 3x - 3}$.
2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 - 4x + 3y + 2 = 0 \\ \sqrt{x^2 - y + 2} + \sqrt{y - x + 1} = 3 \end{cases}.$$
3. Giả sử phương trình $x^2 - 6x - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 > x_2$. Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức $P = \frac{|x_1 - 5| - |x_2| - 1}{x_1^2 + x_2^2}$.

Câu 5. (2,5 điểm)

Cho đường tròn (O) , hai đường kính AB , CD vuông góc với nhau tại O . Gọi K là điểm bất kỳ trên đoạn thẳng OD (K khác O ; D). Đường thẳng qua K , vuông góc với AK , cắt BC tại M . Gọi G là giao điểm của AM và CD .

1. Chứng minh rằng tam giác AMK vuông cân.
2. Gọi N là giao điểm của AK và BD . Chứng minh rằng MA là phân giác của $\widehat{CMN}$.
3. Gọi F là giao điểm của GN và KM , E là giao điểm của AF và MN , I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN . Chứng minh rằng tứ giác $IFEB$ nội tiếp.

Câu 6. (1,5 điểm)

1. Tìm các số nguyên $x; y$ thỏa mãn phương trình $x^2 + xy - 2y^2 + 7x + 2y + 1 = 0$.
2. Cho p là số nguyên tố lẻ và $a; b$ là các số tự nhiên thỏa mãn $\frac{p-1}{2} = a$ và $\frac{p^2-1}{2} = b$.
 - a. Chứng minh rằng $(b-a) \vdots p$.
 - b. Tìm các số nguyên tố p sao cho a và b là các số chính phương.
3. Xét tập hợp S gồm tất cả các ước nguyên dương của số 2026^{2027} . Từ tập hợp S có thể chọn ra tối đa bao nhiêu số sao cho trong các số được chọn, không có 2 số nào là bội của nhau?

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:

SBD:

CHUYÊN TOÁN LẠNG SƠN - 2026

Bài tập 1 (Lim Olympic - Lạng Sơn - Bài 1)

- ① Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$ là $(x; y)$ bằng $(4, -1)$.
- ② Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $\widehat{ABC} = 60^\circ$ và $AB = 4$ cm. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng 4 cm.
- ③ Một trường THCS có 40 học sinh đăng ký dự thi tuyển sinh vào trường THPT Chuyên Chu Văn An, mỗi học sinh chỉ đăng ký một nguyện vọng, với số lượng nguyện vọng cụ thể được cho bởi bảng sau:

Nguyện vọng	Chuyên Toán	Chuyên Văn	Chuyên Anh	Chuyên Lý	Chuyên Hóa	Chuyên Địa
Số lượng	16	8	10	2	3	1

Số học sinh đăng ký dự thi chuyên Toán chiếm tỉ lệ là 40%.

- ④ Giả sử phương trình $x^2 + 2x - 6 = 0$ có hai nghiệm là x_1 và x_2 . Giá trị của biểu thức $P = x_1 + x_2 - 2x_1x_2$ bằng 10.
- ⑤ Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và chiều cao $h = 5$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng 30π .
- ⑥ Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn, biết $\widehat{ABD} = 80^\circ$ thì $\widehat{ACD}$ bằng 80° .
- ⑦ Kết quả của phép tính $\sqrt{(5 - 3\sqrt{2})^2} + \sqrt{18} + 6$ bằng 11.
- ⑧ Gieo một con xúc sắc cân đối, đồng chất 2 lần. Xác suất để kết quả của 2 lần gieo là giống nhau bằng $\frac{1}{6}$.

Bài tập 2 (Lim Olympic - Lạng Sơn - Bài 2)

Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{\sqrt{x} + 2}{x - 5\sqrt{x} + 6} + \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 2}{3 - \sqrt{x}} \right) : \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \right), \text{ với } x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9.$$

- ① Rút gọn biểu thức A .
- ② Tìm các giá trị của x sao cho $A = 3\sqrt{x} - 5$.

 **Lời giải.**

① Ta có: $P = \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}-2}$.

Cũng có $Q = 1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} = \frac{1}{\sqrt{x}+1}$.

Khi đó $A = P : Q = \frac{1}{\sqrt{x}-2} : \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$.

② Với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$, ta có phương trình:

$$\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} = 3\sqrt{x}-5 \iff x-4\sqrt{x}+3=0.$$

Phương trình này có hai nghiệm $x=1$ và $x=9$.

Bài tập 3 (Lim Olympic - Lạng Sơn - Bài 3)

Một doanh nghiệp sản xuất vỏ hộp nhận được một đơn đặt hàng, sản phẩm có dạng một hình trụ có nắp, với thể tích là $401,92 \text{ cm}^3$ (lấy $\pi \approx 3,14$). Doanh nghiệp nên thiết kế vỏ hộp với bán kính đáy bằng bao nhiêu cm để tổng diện tích vật liệu làm vỏ hộp là nhỏ nhất, mà thể tích không đổi?

Lời giải.

Giả sử bán kính đáy hình trụ là r (cm) và chiều cao là h (cm).

Khi đó $V = \pi r^2 h$ nên $3,14 \cdot r^2 h = 401,92$ hay $h = \frac{128}{r^2}$.

Vì hình trụ có nắp nên tổng diện tích vật liệu cần dùng bằng diện tích toàn phần của hình trụ:

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi r^2 + \frac{256\pi}{r}$$

Ta có $2\pi r^2 + \frac{256\pi}{r} = 2\pi r^2 + \frac{128\pi}{r} + \frac{128\pi}{r} \geq 3\sqrt[3]{2\pi r^2 \cdot \frac{128\pi}{r} \cdot \frac{128\pi}{r}} = 96\pi$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $2\pi r^2 = \frac{128\pi}{r}$ hay $r = 4$ (cm).

Vậy doanh nghiệp nên thiết kế vỏ hộp với bán kính đáy bằng 4 cm.

Bài tập 4 (Lim Olympic - Lạng Sơn - Bài 4)

① Giải phương trình $x^2 + 3x + 2 = 6\sqrt{x^2 + 3x - 3}$.

② Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 - 4x + 3y + 2 = 0 \\ \sqrt{x^2 - y + 2} + \sqrt{y - x + 1} = 3 \end{cases}$$

③ Giả sử phương trình $x^2 - 6x - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 > x_2$. Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{|x_1 - 5| - |x_2| - 1}{x_1^2 + x_2^2}$$

Lời giải.

- ① Điều kiện xác định: $x^2 + 3x - 3 \geq 0$. Đặt $t = \sqrt{x^2 + 3x - 3}$ ($t \geq 0$).

Ta có $t^2 = x^2 + 3x - 3 \implies x^2 + 3x = t^2 + 3$. Thay vào phương trình ban đầu, ta được:

$$(t^2 + 3) + 2 = 6t \iff t^2 - 6t + 5 = 0 \iff (t - 1)(t - 5) = 0.$$

Suy ra $t = 1$ hoặc $t = 5$.

Với $t = 1$, ta có $x^2 + 3x - 3 = 1 \iff x^2 + 3x - 4 = 0$.

Khi này ta giải được $x = 1$ và $x = -4$. Thử lại thỏa.

Với $t = 5$, ta có $x^2 + 3x - 3 = 25 \iff x^2 + 3x - 28 = 0$.

Phương trình này có hai nghiệm $x = 4$ và $x = -7$. Thử lại thỏa.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-7; -4; 1; 4\}$.

- ② Điều kiện xác định:
$$\begin{cases} x^2 - y + 2 \geq 0 \\ y - x + 1 \geq 0 \end{cases}$$

Xét phương trình thứ nhất, ta đưa về phương trình bậc hai ẩn y :

$$y^2 - 3y(x - 1) + (2x^2 - 4x + 2) = 0 \iff [y - (x - 1)][y - 2(x - 1)] = 0$$

◇ Nếu $y = x - 1$, khi đó thay vào phương trình thứ hai ta được:

$$\sqrt{x^2 - (x - 1) + 2} + \sqrt{(x - 1) - x + 1} = 3 \iff x^2 - x - 6 = 0.$$

Khi này phương trình có nghiệm $x = -2$ và $x = 3$.

Với $x = -2 \Rightarrow y = -3$ và với $x = 3 \Rightarrow y = 2$. Thử lại thỏa mãn.

◇ Nếu $y = 2x - 2$, khi đó thay vào phương trình thứ hai ta được:

$$\sqrt{x^2 - 2x + 4} + \sqrt{x - 1} = 3 \iff \sqrt{x^2 - 2x + 4} - 2 + \sqrt{x - 1} - 1 = 0 \text{ (với } x \geq 1)$$

$$\iff (x - 2) \left[\frac{x}{\sqrt{x^2 - 2x + 4} + 2} + \frac{1}{\sqrt{x - 1} + 1} \right] = 0.$$

Do $x \geq 1$ nên biểu thức còn lại trong ngoặc luôn dương nên $x = 2, y = 2$ thỏa mãn đề.

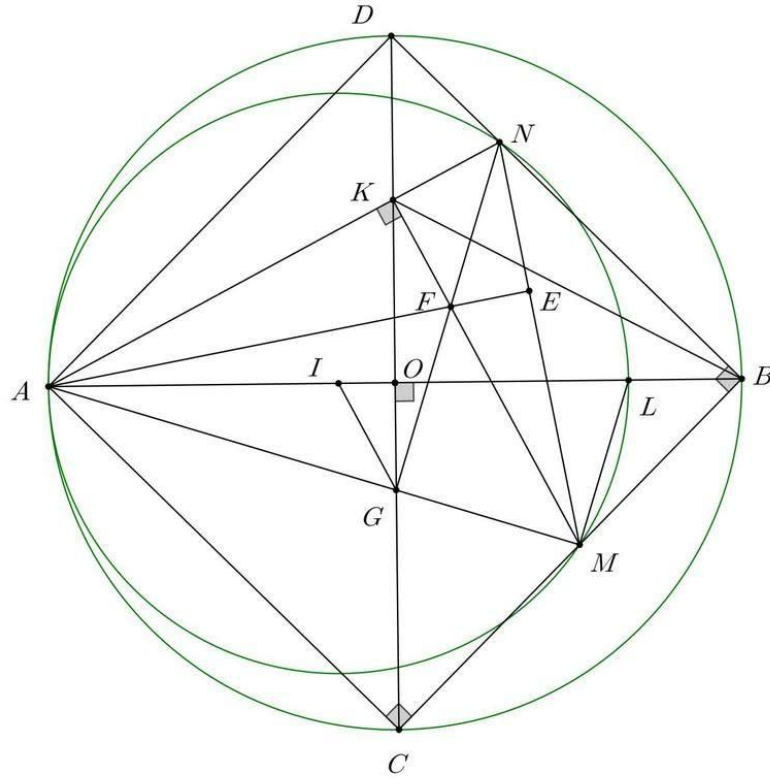
Vậy các cặp nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn đề là $(-2; -3), (3; 2), (2; 2)$.

- ③ Theo định lí Vi-ét ta thấy $x_1 + x_2 = 6$ và $x_1 x_2 = -3$ âm nên phương trình có 2 nghiệm trái dấu $x_1 > 0 > x_2$ nên $x_1 - 5 = 6 - x_2 - 5 = 1 - x_2 > 0$ do $x_2 < 0$ nên $|x_1 - 5| = x_1 - 5$ và $|x_2| = -x_2$ nên $|x_1 - 5| - |x_2| - 1 = x_1 + x_2 - 6 = 0$ nên $P = 0$.

Bài tập 5 (Lim Olympic - Lạng Sơn - Bài 5)

Cho đường tròn (O) , hai đường kính $AB; CD$ vuông góc với nhau tại O . Gọi K là điểm bất kỳ trên đoạn thẳng OD (K khác $O; D$). Đường thẳng qua K , vuông góc với AK , cắt BC tại M . Gọi G là giao điểm của AM và CD .

- ① Chứng minh rằng tam giác AMK vuông cân.
- ② Gọi N là giao điểm của AK và BD . Chứng minh rằng MA là phân giác của $\widehat{CMN}$.
- ③ Gọi F là giao điểm của GN và KM , E là giao điểm của AF và MN , I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN . Chứng minh rằng tứ giác $IFEB$ nội tiếp.



Lời giải.

- ① Dễ thấy 2 đường kính AB, CD vuông góc nên $ACBD$ là hình vuông. Ta có tứ giác $AKMC$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{KAM} = \widehat{KCM} = \widehat{DCB} = 45^\circ \Rightarrow \Delta AMK$ vuông cân tại K .
- ② Do OD là trung trực AB nên KO là phân giác $\widehat{AKB} \Rightarrow \widehat{AKO} = \widehat{OKB}$. Từ các tứ giác $MKNB, MKAC$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AMC} = \widehat{AKC} = \widehat{OKB} = \widehat{KDB} + \widehat{KBD} = 45^\circ + \widehat{KMN} = \widehat{AMK} + \widehat{KMN} = \widehat{AMN}$ nên MA là phân giác góc $\widehat{CMN}$.
- ③ Ta có $\widehat{ACG} = \widehat{KCM} = 45^\circ$ và $\widehat{CKM} = \widehat{CAG} \Rightarrow \Delta CKM \sim \Delta CAG$ (g.g)
 $\Rightarrow CG \cdot CK = CA \cdot CM = CB \cdot CM \Rightarrow GKBM$ nội tiếp, mà $GMNB$ nội tiếp đường tròn đường kính $MN \Rightarrow \widehat{NGM} = 90^\circ \Rightarrow F$ là trực tâm tam giác $AMN \Rightarrow AE \perp MN$.

Theo tính chất góc nội tiếp, góc ở tâm và tam giác cân ta có: $\widehat{NAI} = \frac{180^\circ - \widehat{AIN}}{2} = 90^\circ - \frac{\widehat{AIN}}{2} = 90^\circ - \widehat{AMN} = 90^\circ - \widehat{AMC}$ (theo ý 2) $= 90^\circ - \widehat{AKC} = \widehat{KAO} = \widehat{NAO}$
 $\Rightarrow \widehat{NAI} = \widehat{NAO} \Rightarrow A, I, O$ thẳng hàng.

Kẻ đường kính AL của $(I) \Rightarrow AE \cdot AF = AG \cdot AM = AO \cdot AL = \frac{1}{2}AB \cdot 2 \cdot AI = AB \cdot AI$
 $\Rightarrow AE \cdot AF = AI \cdot AB \Rightarrow IFEB$ nội tiếp.

Bài tập 6 (Lim Olympic - Lượng Sơn - Bài 6)

- ① Tìm các số nguyên $x; y$ thỏa mãn phương trình $x^2 + xy - 2y^2 + 7x + 2y + 1 = 0$.
- ② Cho p là số nguyên tố lẻ và $a; b$ là các số tự nhiên thỏa mãn $\frac{p-1}{2} = a$ và $\frac{p^2-1}{2} = b$.
 - a) Chứng minh rằng $(b-a) \vdots p$.
 - b) Tìm các số nguyên tố p sao cho a và b là các số chính phương.
- ③ Xét tập hợp S gồm tất cả các ước nguyên dương của số 2026^{2027} . Từ tập hợp S có thể chọn ra tối đa bao nhiêu số sao cho trong các số được chọn, không có 2 số nào là bội của nhau?

Lời giải.

- ① Để ý phương trình ban đầu có dạng $(x-y)(x+2y) + 7x + 2y + 1 = 0$.

Do đó ta sẽ nghĩ tới việc phân tích về trái dưới dạng

$$(x-y+a)(x+2y+b) = x^2 + xy - 2y^2 + (2a+b)x + (2b-a)y + ab$$

Đồng nhất hệ số để có được $a = 3$ và $b = 4$.

Từ đó ta có $(x-y+3)(x+2y+4) = 11$ nên $x-y+3 \in \{1, 11, -1, -11\}$.

Xét từng trường hợp suy ra $(x, y) \in \{(1, 3), (-11, 3)\}$.

- ② Ta có $b-a = p \frac{p-1}{2} \in \mathbb{Z}$ nên $b-a$ chia hết cho p .

Giả sử tồn tại các số tự nhiên m, n sao cho $a = m^2$ và $b = n^2$. Để ý $m, n > 0$.

Khi đó $n^2 = m^2(p+1)$ nên $p+1 = \left(\frac{n}{m}\right)^2$ là bình phương số hữu tỉ, mà $p+1$ là số nguyên nên $p+1$ là số chính phương, từ đó tồn tại $k \in \mathbb{N}^*$ để $p+1 = k^2$ hay $p = (k-1)(k+1)$.

Vì p là số nguyên tố nên $k-1 = 1$ nên $k = 2$, từ đó $p = 3$, thử lại thỏa mãn.

- ③ Ta có $2026^{2027} = 2^{2027} \cdot 1013^{2027}$.

Để ý tập hợp S gồm tất cả các ước nguyên dương của 2026^{2027} sẽ chứa các phần tử có dạng: $d = 2^x \cdot 1013^y$ với $0 \leq x, y \leq 2027$.

Xét tập hợp $A \subset S$ gồm 2028 phần tử có dạng:

$$A = \{2^0 \cdot 1013^{2027}; 2^1 \cdot 1013^{2026}; 2^2 \cdot 1013^{2025}; \dots; 2^{2027} \cdot 1013^0\}$$

Tập hợp A gồm 2028 số hoàn toàn thỏa mãn yêu cầu không có hai số nào là bội của nhau.

Giả sử ta có thể chọn ra một tập hợp $B \subset S$ gồm $k \geq 2029$ phần tử sao cho không có bất kỳ hai số nào trong tập B là bội của nhau.

Mỗi phần tử trong tập B đều có dạng $2^x \cdot 1013^y$. Nhận thấy rằng, số mũ x chỉ có thể nhận các giá trị nguyên thuộc tập $\{0, 1, 2, \dots, 2027\}$. Tức là số mũ x có tối đa 2028 giá trị khác nhau, do đó tồn tại ít nhất hai phần tử trong tập B có cùng số mũ x .

Gọi hai phần tử đó là $d_1 = 2^i \cdot 1013^{y_1}$ và $d_2 = 2^i \cdot 1013^{y_2}$ thì chúng là bội của nhau, vô lý.

Vậy số lượng tối đa các số có thể chọn ra từ tập S thỏa mãn yêu cầu bài toán là 2028 số.