

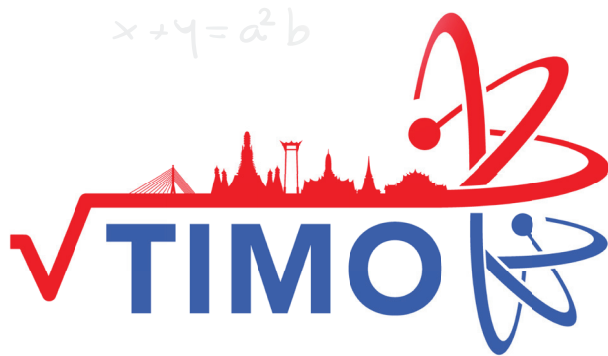
TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI BỘ  
Sử dụng cho Vòng loại & Vòng quốc gia



BỘ ĐỀ ÔN THI

# OLYMPIC TOÁN HỌC QUỐC TẾ

(Có lời giải chi tiết)



**Thailand International** Mathematical Olympiad

**KHỐI 5**



## MỤC LỤC

|                                                              |          |
|--------------------------------------------------------------|----------|
| <b>Giới thiệu Kỳ thi Olympic Toán học quốc tế TIMO .....</b> | <b>2</b> |
| <b>Syllabus/ Khung chương trình.....</b>                     | <b>4</b> |

### Đề thi    Lời giải

#### PRELIMINARY ROUND / VÒNG LOẠI

|                     |                 |           |
|---------------------|-----------------|-----------|
| <b>Đề số 1.....</b> | <b>5 .....</b>  | <b>63</b> |
| <b>Đề số 2.....</b> | <b>10 .....</b> | <b>68</b> |
| <b>Đề số 3.....</b> | <b>15 .....</b> | <b>74</b> |
| <b>Đề số 4.....</b> | <b>20 .....</b> | <b>79</b> |
| <b>Đề số 5.....</b> | <b>24 .....</b> | <b>84</b> |
| <b>Đề số 6.....</b> | <b>28 .....</b> | <b>88</b> |
| <b>Đề số 7.....</b> | <b>32 .....</b> | <b>92</b> |

#### HEAT ROUND / VÒNG QUỐC GIA

|                                                                  |                 |            |
|------------------------------------------------------------------|-----------------|------------|
| <b>Đề số 1.....</b>                                              | <b>37 .....</b> | <b>98</b>  |
| <b>Đề số 2.....</b>                                              | <b>41 .....</b> | <b>105</b> |
| <b>Đề số 3.....</b>                                              | <b>44 .....</b> | <b>111</b> |
| <b>Đề số 4.....</b>                                              | <b>49 .....</b> | <b>117</b> |
| <b>Đề số 5.....</b>                                              | <b>53 .....</b> | <b>123</b> |
| <b>Đề số 6.....</b>                                              | <b>57 .....</b> | <b>128</b> |
| <b>Đề số 7.....</b>                                              | <b>60 .....</b> | <b>133</b> |
| <b>Đáp án tham khảo .....</b>                                    |                 | <b>137</b> |
| <b>Heat Round Answer Sheet/ Phiếu Trả Lời Vòng Quốc Gia.....</b> |                 | <b>151</b> |
| <b>Thông tin liên hệ .....</b>                                   |                 | <b>152</b> |

# GIỚI THIỆU KỲ THI OLYMPIC TOÁN HỌC QUỐC TẾ TIMO

Kỳ thi Olympic Toán học quốc tế TIMO (Thailand International Mathematical Olympiad) được tổ chức hàng năm bởi Trung tâm Giáo dục Vô địch Olympiad Hong Kong (Olympiad Champion Education Centre from Hong Kong) hợp tác cùng Tổ chức Du lịch Thái Lan (Tourism Authority of Thailand). Kỳ thi được tổ chức hàng năm nhằm tạo sân chơi trí tuệ bổ ích cho học sinh các khối lớp từ mẫu giáo đến trung học phổ thông có sở thích về Toán học tham gia, mục đích kích thích và nuôi dưỡng niềm yêu thích toán học của giới trẻ, tăng cường khả năng tư duy sáng tạo của học sinh, mở rộng mối quan hệ giao lưu văn hóa quốc tế.

Trong mỗi lần tổ chức, Kỳ thi Olympic Toán học quốc tế TIMO đã thu hút hàng trăm nghìn thí sinh tham dự đến từ nhiều quốc gia và vùng lãnh thổ khác nhau trên thế giới như: Australia, Brazil, Bulgaria, Cambodia, England, France, Georgia, Ghana, Hong Kong, Indonesia, India, Iran, Kazakhstan, Kyrgyzstan, Malaysia, Myanmar, Philippines, Singapore, Sri Lanka, Switzerland, Taiwan, Turkey, Thailand, Vietnam, ...

## I. CẤU TRÚC ĐỀ THI

| Vòng thi         |               | Vòng loại              | Vòng quốc gia                                       | Vòng quốc tế                                     |
|------------------|---------------|------------------------|-----------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| Số câu hỏi       |               | 25                     | 25                                                  | 30                                               |
| Điểm mỗi câu hỏi |               | 4                      | 4                                                   | 5                                                |
| Tổng điểm        |               | 100                    | 100                                                 | 150                                              |
| Chủ đề           | Tư duy logic  | 5                      | 5                                                   | 6                                                |
|                  | Số học/Đại số | 5                      | 5                                                   | 6                                                |
|                  | Lý thuyết số  | 5                      | 5                                                   | 6                                                |
|                  | Hình học      | 5                      | 5                                                   | 6                                                |
|                  | Tổ hợp        | 5                      | 5                                                   | 6                                                |
| Thời gian        |               | 60 phút                | 90 phút                                             | 120 phút                                         |
| Dạng đề thi      |               | Trắc nghiệm            | Điền đáp án                                         | Điền đáp án                                      |
| Ngôn ngữ         |               | Song ngữ<br>Anh – Việt | Tiếng Anh<br>(có trích dẫn thuật ngữ<br>tiếng Việt) | Thông báo sau khi có<br>kết quả<br>Vòng quốc gia |

**Lưu ý:** Khối 10, 11, 12 thi chung đề và xét giải chung.

## II. GIẢI THƯỞNG VÀ HUY CHƯƠNG

### 1. Thí sinh

- Cúp, huy chương và giấy chứng nhận được cấp cho thí sinh đạt thành tích cao tại Vòng quốc gia và Vòng quốc tế;
- Thí sinh đạt giải Vàng vòng quốc tế của hai trong ba kỳ thi TIMO, BBB và HKIMO trong cùng năm học được tham dự (miễn lệ phí thi) Vòng quốc tế WIMO vào năm tiếp theo;
- Thí sinh đạt giải Vàng vòng quốc tế cả ba kỳ thi TIMO, BBB và HKIMO trong cùng năm học với ít nhất một kỳ thi dự thi trực tiếp (onsite) được nhận giải thưởng Legendary Award.

Cụ thể về điều kiện xét giải như sau:

| Xếp hạng                               | Điều kiện xét giải                                                               |                                                                                                                                                           | Phần thưởng                                                                                                             |
|----------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                        | Vòng quốc gia                                                                    | Vòng quốc tế                                                                                                                                              |                                                                                                                         |
| <b>Ngôi sao thế giới (World Star)</b>  |                                                                                  | Thí sinh cao điểm nhất Việt Nam.<br>(Chỉ dành cho các thí sinh tham dự Vòng quốc tế trực tiếp tại Thái Lan)                                               | - Cúp Ngôi sao thế giới;<br>- Miễn lệ phí dự thi Vòng quốc tế năm tiếp theo (nếu vượt qua vòng quốc gia của năm học đó) |
| <b>Giải Xuất sắc</b>                   | 03 thí sinh điểm cao nhất mỗi khối thi<br>(Xét trên tất cả các thí sinh tham dự) | 03 thí sinh điểm cao nhất mỗi khối thi.<br>(Xét trên tất cả các thí sinh tham dự - Chỉ dành cho các thí sinh tham dự Vòng quốc tế trực tiếp tại Thái Lan) | - Cúp Vô địch (Champion);<br>- Cúp Á quân 1 (1 <sup>st</sup> Runner-up);<br>- Cúp Á quân 2 (2 <sup>nd</sup> Runner-up). |
| <b>Giải Vàng (Gold Award)</b>          | Thí sinh chiến thắng đạt từ 80 điểm trở lên.                                     | Thí sinh chiến thắng đạt từ 120 điểm trở lên.                                                                                                             | Huy chương Vàng và Giấy chứng nhận.                                                                                     |
| <b>Giải Bạc (Silver Award)</b>         | Thí sinh chiến thắng đạt từ 60 điểm trở lên.                                     | Thí sinh chiến thắng đạt từ 90 điểm trở lên.                                                                                                              | Huy chương Bạc và Giấy chứng nhận.                                                                                      |
| <b>Giải Đồng (Bronze Award)</b>        | Thí sinh chiến thắng đạt từ 40 điểm trở lên.                                     | Thí sinh chiến thắng đạt từ 60 điểm trở lên.                                                                                                              | Huy chương Đồng và Giấy chứng nhận.                                                                                     |
| <b>Giải Khuyến khích (Merit Award)</b> | Thí sinh chiến thắng đạt từ 20 điểm trở lên.                                     | Thí sinh chiến thắng đạt từ 30 điểm trở lên.                                                                                                              | Giấy chứng nhận.                                                                                                        |

**Lưu ý:**

- Ban Tổ chức sắp xếp kết quả giảm dần dựa trên điểm thi và ngày sinh. Do đó, các thí sinh bằng điểm có thể nhận hai giải khác nhau. Nếu một giải thưởng đã đủ chỉ tiêu, thí sinh tiếp theo sẽ nhận giải thưởng mức liền kề phía dưới;
- Các mốc điểm đạt giải có thể thay đổi dựa trên kết quả thi thực tế của tất cả thí sinh.

**2. Nhà trường**

Trường có từ 100 học sinh tham gia Kỳ thi được tặng Kỷ niệm chương.

## SYLLABUS / KHUNG CHƯƠNG TRÌNH

| Topics<br>Chủ đề                 | Grade 5 / Khối 5                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|----------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Logical thinking<br>Tư duy logic | <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Number &amp; Figure Pattern / Dãy số và dãy hình có quy luật</li> <li>➤ IQ Age Problem &amp; Date Problem / Tuổi và ngày tháng</li> <li>➤ Backward problems / Bài toán làm ngược lại</li> <li>➤ Assumption problems / Bài toán giả thiết tạm</li> </ul>                                                                                  |
| Arithmetic<br>Số học             | <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Addition and subtraction on fractions / Các phép cộng trừ phân số</li> <li>➤ Distribution property for multiplication and division / Tính chất phân phối với phép nhân và phép chia</li> <li>➤ Arithmetic sequence and geometric sequence / Dãy số cách đều và dãy số nhân</li> <li>➤ Continued fractions / Liên phân số</li> </ul>      |
| Number theory<br>Lý thuyết số    | <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Divisibility / Tính chia hết</li> <li>➤ New operation symbol / Định nghĩa phép toán mới</li> <li>➤ Find the number of factors / Tìm số ước</li> <li>➤ Unit digit / Tìm chữ số tận cùng</li> <li>➤ Forming equation / Bài toán lập phương trình</li> </ul>                                                                                |
| Geometry<br>Hình học             | <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Counting on number rectangles in a grid / Đếm hình chữ nhật trong lưới ô vuông</li> <li>➤ Counting on number of 2-D &amp; 3-D Figures / Đếm hình 2D hoặc 3D</li> <li>➤ Perimeter and area / Chu vi và diện tích</li> <li>➤ Volume and Surface area / Thể tích và diện tích bề mặt</li> <li>➤ Simple angles / Các góc đơn giản</li> </ul> |
| Combinatorics<br>Tổ hợp          | <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Routing problem / Bài toán đếm đường đi</li> <li>➤ Counting on specific numbers or cases / Đếm các số hoặc các trường hợp đặc biệt</li> <li>➤ Worst case scenario / Dạng toán trường hợp xấu nhất</li> <li>➤ Formation of numbers / Thành lập số</li> </ul>                                                                              |

\*Khung chương trình mang tính chất tham khảo.

# PRELIMINARY ROUND / VÒNG LOẠI

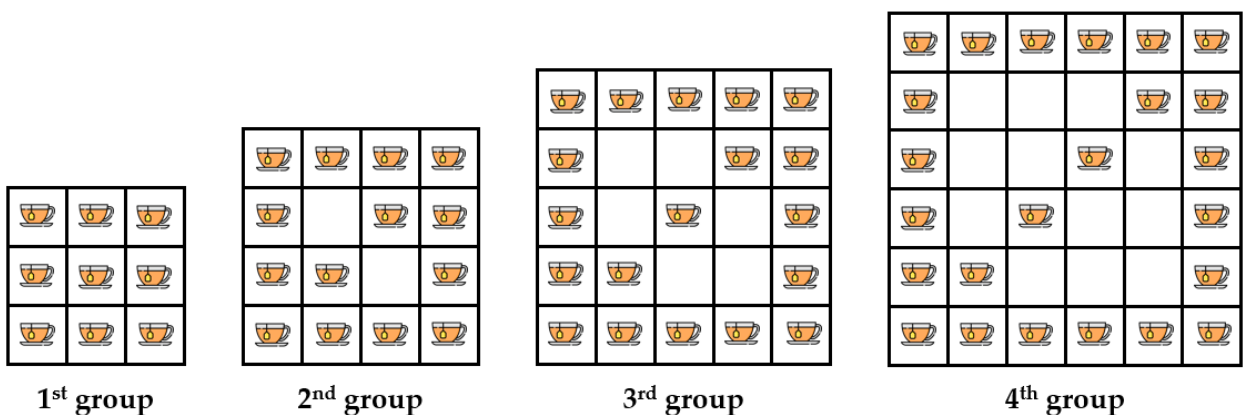
## ĐỀ SỐ 1

### Logical thinking / Tư duy lô-gic

1. According to the pattern below, find the 8<sup>th</sup> term in the sequence.  
 Dựa vào quy luật dưới đây, tìm số thứ 8 ở trong dãy.

**3, 1, 4, 5, 9, 14, ...**

- A. 23                      B. 37                      C. 24                      D. 36
2. The total number of birds and horses in a zoo is 27. Given that they have 76 legs altogether, how many birds are there?  
 Tổng số chim và ngựa ở một sở thú là 27 con. Biết rằng chúng có tất cả 76 cái chân, hỏi có bao nhiêu con chim?
- A. 11                      B. 12                      C. 15                      D. 16
3. Given that 15<sup>th</sup> August is Sunday, which day of the week is 21<sup>st</sup> September in the same year?  
 Biết rằng ngày 15 tháng 8 là Chủ nhật, hỏi ngày 21 tháng 9 cùng năm đó là thứ mấy?
- A. Monday / Thứ Hai                      B. Wednesday / Thứ Tư  
 C. Tuesday / Thứ Ba                      D. Thursday / Thứ Năm
4. David sold eggs in 3 days. On the 1<sup>st</sup> day, he sold two-thirds of the eggs and 10 more eggs. On the 2<sup>nd</sup> day, he sold one half of the remaining and 4 more eggs. He noticed that only 2 eggs were left. How many eggs did David have originally?  
 David bán trứng trong 3 ngày. Ngày đầu tiên, anh ấy bán hai phần ba số trứng và thêm 10 quả trứng nữa. Ngày thứ hai, anh ấy bán một nửa số trứng còn lại và thêm 4 quả trứng nữa. Anh ấy thấy rằng chỉ còn lại 2 quả trứng. Hỏi ban đầu David có tất cả bao nhiêu quả trứng?
- A. 30                      B. 33                      C. 60                      D. 66
5. According to the pattern shown below, how many cups of tea are there in the 7<sup>th</sup> group?  
 Theo quy luật dưới đây, có bao nhiêu tách trà trong nhóm thứ 7?



- A. 39                      B. 35                      C. 29                      D. 25

**Arithmetic / Số học**

6. Find the value of  $x$ , given that  $6 \times x + 15 = 345$ .

*Tìm giá trị của  $x$ , biết rằng  $6 \times x + 15 = 345$ .*

A. 54                      B. 60                      C. 59                      D. 55

7. Find the value of  $31 + 35 + 39 + \dots + 75 + 79$ .

*Tìm giá trị của  $31 + 35 + 39 + \dots + 75 + 79$ .*

A. 715                      B. 660                      C. 745                      D. 640

8. Calculate  $31 \times 47 + 62 \times 33 - 31 \times 13$ .

*Tính  $31 \times 47 + 62 \times 33 - 31 \times 13$ .*

A. 310                      B. 6400                      C. 3100                      D. 640

9. Find the value of  $M$ , given that:

*Tính giá trị của  $M$ , biết rằng:*

$$M = 3 + 6 + 12 + 24 + \dots + 768$$

A. 1530                      B. 1533                      C. 1536                      D. 1539

10. Find the value of  $\frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \dots + \frac{1}{59 \times 60}$ .

*Tính giá trị của  $\frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \dots + \frac{1}{59 \times 60}$ .*

A.  $\frac{59}{60}$                       B.  $\frac{29}{60}$                       C.  $\frac{4}{15}$                       D.  $\frac{7}{30}$

**Number theory / Lý thuyết số**

11. Define the operation symbol  $a \otimes b = a + b \times 2 - 4$ , find the value of  $(2 \otimes 3) \otimes 5$ .

*Định nghĩa kí hiệu phép toán  $a \otimes b = a + b \times 2 - 4$ , tìm giá trị của  $(2 \otimes 3) \otimes 5$ .*

A. 10                      B. 18                      C. 12                      D. 30

12. The sum of  $P$  and  $Q$  is 84. The value of  $P$  is 6 times the value of  $Q$ . Find the difference of  $P$  and  $Q$ .

*Tổng của  $P$  và  $Q$  là 84. Giá trị của  $P$  gấp 6 lần giá trị của  $Q$ . Tìm hiệu của  $P$  và  $Q$ .*

A. 60                      B. 72                      C. 70                      D. 56

13. Given that a 9-digit number  $\overline{20254851M}$  is divisible by 45, find the value of  $M$ .

*Biết rằng số có 9 chữ số  $\overline{20254851M}$  chia hết cho 45, tìm giá trị của  $M$ .*

A. 3                      B. 9                      C. 5                      D. 0

14. How many 3-digit numbers that are divisible by 9 are there?

Hỏi có bao nhiêu số có 3 chữ số chia hết cho 9?

A. 99                                      B. 111                                      C. 110                                      D. 100

15. Mina puts some pens into boxes. If each box contains 5 pens, 22 pens will be left. If each box contains 6 pens, 13 pens will be left. How many pens does Mina have in total?

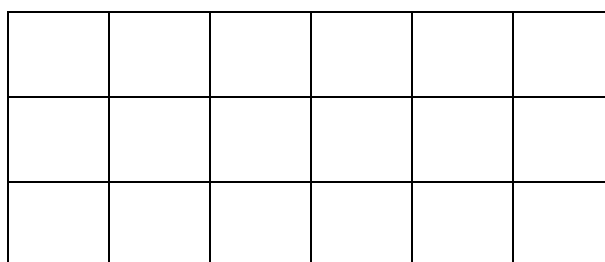
Mina xếp một số chiếc bút vào các hộp. Nếu mỗi hộp đựng 5 chiếc bút thì còn thừa 22 chiếc bút. Nếu mỗi hộp đựng 6 chiếc bút thì còn thừa 13 chiếc bút. Hỏi Mina có tất cả bao nhiêu chiếc bút?

A. 54                                      B. 41                                      C. 67                                      D. 57

**Geometry / Hình học**

16. How many rectangles are there in the figure below?

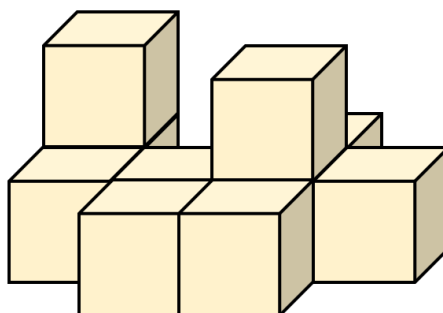
Hỏi có bao nhiêu hình chữ nhật trong hình vẽ dưới đây?



A. 126                                      B. 81                                      C. 45                                      D. 18

17. 10 cubes with a side length of 1 cm each are stacked to form the figure below. Find the total surface area of the combined figure.

10 hình lập phương với cạnh dài 1 cm được xếp chồng lên nhau để tạo thành hình dưới đây. Tính diện tích toàn phần của hình được ghép.



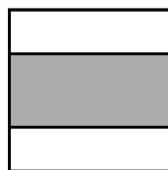
A. 38 cm<sup>2</sup>                                      B. 40 cm<sup>2</sup>                                      C. 36 cm<sup>2</sup>                                      D. 42 cm<sup>2</sup>

18. It is known that the area of a rectangle is 58 cm<sup>2</sup>. The length and the width of this rectangle are natural numbers in cm. Find the maximum value of the perimeter of this rectangle.

Biết rằng diện tích của một hình chữ nhật là 58 cm<sup>2</sup>. Chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đó là các số tự nhiên theo đơn vị cm. Hỏi chu vi của hình chữ nhật đó lớn nhất là bao nhiêu?

A. 210 cm                                      B. 62 cm                                      C. 59 cm                                      D. 118 cm

19. A rectangle has a perimeter of 42 cm. When its length increases by 6 cm, the area increases by  $48 \text{ cm}^2$ . Find the area of the new rectangle.  
 Một hình chữ nhật có chu vi 42 cm. Khi chiều dài của hình chữ nhật tăng thêm 6 cm thì diện tích hình chữ nhật cũng tăng thêm  $48 \text{ cm}^2$ . Tính diện tích của hình chữ nhật mới.
- A.  $104 \text{ cm}^2$                       B.  $90 \text{ cm}^2$                       C.  $138 \text{ cm}^2$                       D.  $152 \text{ cm}^2$
20. Jason arranges 2 identical white rectangles and 1 shaded rectangle to make a square as below. A white rectangle has a width of 3 cm and a perimeter of 28 cm. Find the perimeter of the shaded rectangle.  
 Jason xếp 2 hình chữ nhật trắng giống nhau và 1 hình chữ nhật tô đậm để ghép thành một hình vuông như dưới đây. Một hình chữ nhật trắng có chiều rộng là 3 cm và chu vi là 28 cm. Tính chu vi của hình chữ nhật tô đậm.



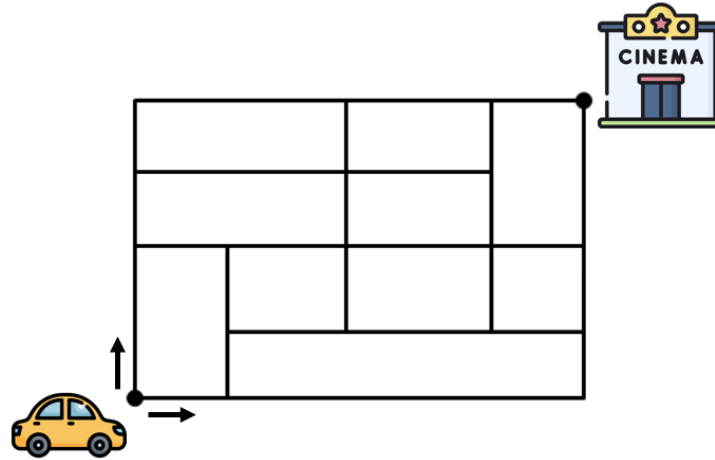
- A. 38 cm                      B. 88 cm                      C. 32 cm                      D. 55 cm

### Combinatorics / Tổ hợp

21. Layla, Jane, Mikel, Alice and Leona stand in a line to buy tickets for a movie. In how many ways can they stand so that Alice is one of the first 2 people to buy tickets?  
 Layla, Jane, Mikel, Alice và Leona xếp thành một hàng để mua vé xem phim. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng sao cho Alice là một trong 2 người đầu tiên được mua vé?
- A. 24                      B. 48                      C. 60                      D. 32
22. In a box, there are 12 red marbles, 9 yellow marbles, 6 green marbles and 15 blue marbles. At least how many marbles should be drawn randomly to ensure that we get 9 marbles with the same colour?  
 Trong một chiếc hộp, có 12 viên bi đỏ, 9 viên bi vàng, 6 viên bi xanh lá và 15 viên bi xanh dương. Hỏi cần lấy ngẫu nhiên ít nhất bao nhiêu viên bi để chắc chắn rằng ta lấy được 9 viên bi có màu giống nhau?
- A. 33                      B. 15                      C. 31                      D. 36
23. How many 3-digit numbers are there such that the tens digit is smaller than 7?  
 Hỏi có bao nhiêu số có 3 chữ số mà chữ số hàng chục nhỏ hơn 7?
- A. 630                      B. 600                      C. 700                      D. 540
24. A flight of stairs has 11 steps. Each time, Edward can go up 1 step or 2 steps. The 6<sup>th</sup> step cannot be stepped on as it is destroyed. In how many ways can Edward go up the flight of stairs?  
 Một cầu thang có 11 bậc. Mỗi lần đi, Edward có thể bước lên 1 bậc hoặc 2 bậc. Bậc thứ 6 của cầu thang bị hỏng nên không thể bước lên được. Hỏi Edward có bao nhiêu cách để đi hết cầu thang?
- A. 40                      B. 89                      C. 64                      D. 50

25. Daniel drives to the cinema along the roads which are straight lines on the map below. To save time, he only moves up or moves right. How many different ways are there for Daniel go to the cinema?

*Daniel lái xe đến rạp chiếu phim dọc theo các con đường tương ứng với các đường thẳng trong bản đồ dưới đây. Để tiết kiệm thời gian, anh ấy chỉ di chuyển lên trên hoặc sang phải. Hỏi Daniel có bao nhiêu cách khác nhau để đến rạp chiếu phim?*



- A. 18                      B. 20                      C. 21                      D. 19

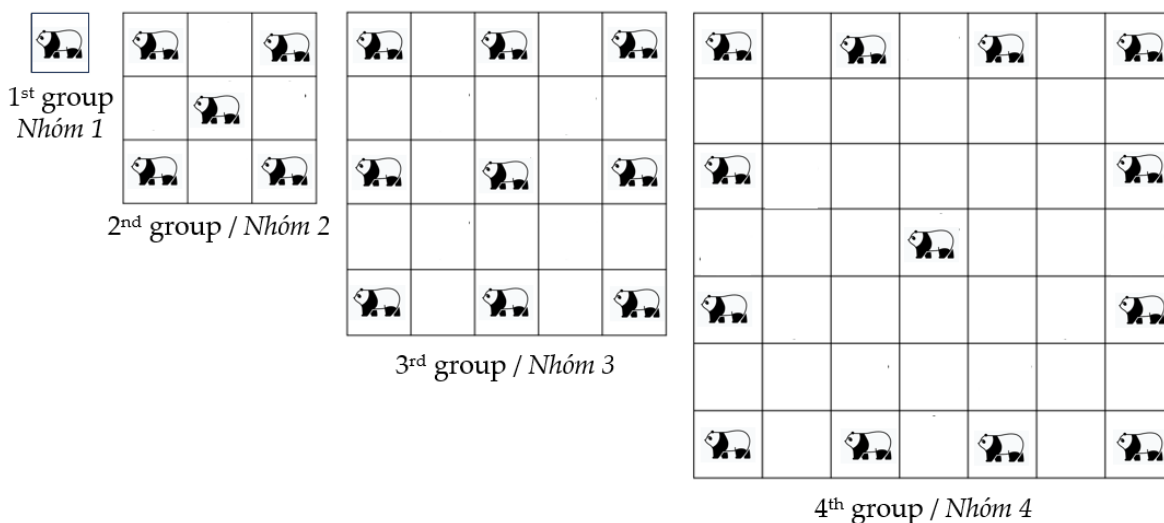
## ĐỀ SỐ 2

### Logical thinking / Tư duy lô-gic

- Today is Monday, 21<sup>st</sup> August 2023. Which day of the week will it be 21<sup>st</sup> August 2024?  
Hôm nay là thứ Hai, ngày 21 tháng 08 năm 2023. Hỏi ngày 21 tháng 08 năm 2024 là thứ mấy?  
A. Monday / Thứ Hai  
B. Sunday / Chủ nhật  
C. Saturday / Thứ Bảy  
D. Wednesday / Thứ Tư
- According to the pattern below, find the 7<sup>th</sup> term in the sequence.  
Dựa vào quy luật dưới đây, tìm số thứ 7 ở trong dãy.  

**3,    2,    5,    7,    12,    ...**

  
A. 50  
B. 31  
C. 34  
D. 19
- Johnny has a lucky number. This number is multiplied by 5, then is divided by 3 and adds 25. The result will be 100. Find Johnny's lucky number.  
Johnny có một con số may mắn. Số này nhân với 5, rồi chia cho 3 và cộng với 25 thì được kết quả là 100. Tìm con số may mắn của Johnny.  
A. 45  
B. 55  
C. 125  
D. 5
- James sold pictures in 3 days. On the 1<sup>st</sup> day, he sold three fourths of the pictures and 12 more pictures. On the 2<sup>nd</sup> day, he sold one half of the remaining and 6 more pictures. He noticed that 12 pictures were left. How many pictures were there originally?  
James bán tranh trong 3 ngày. Ngày đầu tiên, anh ấy bán ba phần tư số tranh và thêm 12 tranh nữa. Ngày thứ hai, anh ấy bán một nửa số tranh còn lại và thêm 6 bức tranh nữa. Anh ấy thấy còn lại 12 bức tranh. Hỏi ban đầu có tất cả bao nhiêu bức tranh?  
A. 192  
B. 48  
C. 144  
D. 64
- According to the pattern shown below, how many pandas are there in the 9<sup>th</sup> group?  
Theo quy luật dưới đây, có bao nhiêu chú gấu trúc trong nhóm thứ 9?



- A. 29                      B. 33                      C. 36                      D. 37

**Arithmetic / Số học**

6. Find the value of  $x$ , given that  $5 \times x - 50 = 245$   
*Tìm giá trị của  $x$ , biết rằng  $5 \times x - 50 = 245$ .*
- A. 39                      B. 56                      C. 59                      D. 65
7. Find the value of  $21 + 26 + 31 + 36 + \dots + 86$ .  
*Tìm giá trị của  $21 + 26 + 31 + 36 + \dots + 86$ .*
- A. 749                      B. 754                      C. 745                      D. 740
8. Calculate  $25 \times 12 + 24 \times 47 - 12 \times 19$ .  
*Tính  $25 \times 12 + 24 \times 47 - 12 \times 19$ .*
- A. 1000                      B. 2400                      C. 1200                      D. 100
9. Find the value of  $S$ , given that:  
*Tính giá trị của  $S$ , biết rằng:*
- $$S = 1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 729$$
- A. 1090                      B. 1093                      C. 2186                      D. 2555
10. Find the value of  $\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{29 \times 30}$ .  
*Tính giá trị của  $\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{29 \times 30}$ .*
- A.  $\frac{4}{13}$                       B.  $\frac{1}{13}$                       C.  $\frac{8}{15}$                       D.  $\frac{7}{15}$

**Number theory / Lý thuyết số**

11. Define the operation symbol  $a \Theta b = (a - b) \times 3 + 4$ , find the value of  $(5 \Theta 2) \Theta 3$ .  
*Định nghĩa kí hiệu phép toán  $a \Theta b = (a - b) \times 3 + 4$ , tìm giá trị của  $(5 \Theta 2) \Theta 3$ .*
- A. 34                      B. 30                      C. 42                      D. 25
12. The sum of  $X$  and  $Y$  is 60. The value of  $X$  is 4 times the value of  $Y$ . Find the difference of  $X$  and  $Y$ .  
*Tổng của  $X$  và  $Y$  là 60. Giá trị của  $X$  gấp 4 lần giá trị của  $Y$ . Tìm hiệu của  $X$  và  $Y$ .*
- A. 36                      B. 45                      C. 48                      D. 12
13. If 9-digit number  $\overline{20232024X}$  is divisible by 15, find the value of  $X$ .  
*Nếu số có 9 chữ số  $\overline{20232024X}$  chia hết cho 15, tìm giá trị của  $X$ .*
- A. 2                      B. 0                      C. 5                      D. 3

14. How many 3-digit numbers that are divisible by 4 are there?

Hỏi có bao nhiêu số có 3 chữ số chia hết cho 4?

A. 224                      B. 225                      C. 250                      D. 150

15. A leader gives some vouchers to his employees. If everyone gets 6 vouchers, 20 vouchers will be left. If everyone gets 7 vouchers, 8 vouchers will be left. How many vouchers does the leader have in total?

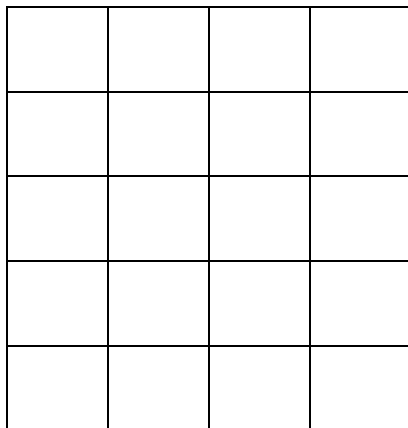
Trưởng nhóm chia một số phiếu giảm giá cho nhân viên của anh ấy. Nếu mỗi người được chia 6 phiếu giảm giá thì thừa 20 phiếu giảm giá. Nếu mỗi người được chia 7 phiếu giảm giá thì thừa 8 phiếu giảm giá. Hỏi trưởng nhóm có tất cả bao nhiêu phiếu giảm giá?

A. 52                      B. 46                      C. 92                      D. 96

### Geometry / Hình học

16. How many rectangles are there in the figure below?

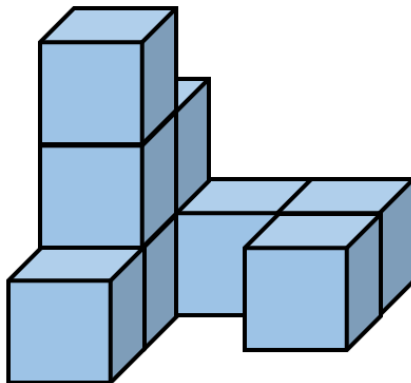
Hỏi có bao nhiêu hình chữ nhật trong hình dưới đây?



A. 20                      B. 90                      C. 60                      D. 150

17. 9 cubes with side length 1 cm are stacked to form the figure below. What is the value of its total surface area in  $\text{cm}^2$ ?

9 hình lập phương với cạnh dài 1 cm được xếp chồng lên nhau để tạo thành hình dưới đây. Hỏi diện tích toàn phần của hình dưới là bao nhiêu  $\text{cm}^2$ ?



A. 18                      B. 24                      C. 36                      D. 32

18. It is known that the area of a rectangle is  $66 \text{ cm}^2$ . The length and the width of this rectangle are natural numbers in cm. Find the maximum value of the perimeter of this rectangle.

*Biết rằng diện tích của một hình chữ nhật là  $66 \text{ cm}^2$ . Chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đó là các số tự nhiên theo đơn vị cm. Hỏi chu vi của hình chữ nhật đó lớn nhất là bao nhiêu?*

A. 132 cm                      B. 34 cm                      C. 67 cm                      D. 134 cm

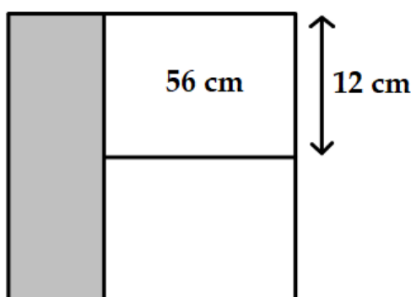
19. A rectangle has perimeter of 52 cm. When its length increases by 5 cm, the area increases by  $30 \text{ cm}^2$ . Find the area of the new rectangle in  $\text{cm}^2$ .

*Một hình chữ nhật có chu vi 52 cm. Khi chiều dài của hình chữ nhật đó tăng thêm 5 cm thì diện tích hình chữ nhật cũng tăng thêm  $30 \text{ cm}^2$ . Tính diện tích của hình chữ nhật mới theo  $\text{cm}^2$ .*

A. 90                      B. 120                      C. 150                      D. 60

20. Kelvin arranges 2 identical white rectangles and 1 shaded rectangle to make a big square. The perimeter of a white rectangle is 56 cm whose width is 12 cm. Find the perimeter of the shaded rectangle.

*Kelvin xếp 2 hình chữ nhật trắng giống nhau và 1 hình chữ nhật tô đậm để ghép thành một hình vuông. Chu vi của một hình chữ nhật trắng là 56 cm với chiều rộng là 12 cm. Tính chu vi của hình chữ nhật tô đậm.*



A. 64 cm                      B. 60 cm                      C. 56 cm                      D. 48 cm

### Combinatorics / Tổ hợp

21. There are 6 members of a football team: Tom, Jerry, Lotso, Grizz, Panda, Mickey. They stand in a line before a match. In how many ways can we arrange 6 members such that Lotso stands at the front of the line and Jerry stands at the back of the line?

*Có 6 thành viên đội bóng là: Tom, Jerry, Lotso, Grizz, Panda, Mickey. Họ xếp thành một hàng trước trận đấu. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 6 thành viên trên sao cho Lotso đứng đầu hàng và Jerry đứng cuối hàng?*

A. 24                      B. 48                      C. 12                      D. 72

22. There are 7 black coins, 8 red coins, 11 green coins, 9 yellow coins in a bag. At least how many coins should be drawn without looking so that we can get 4 coins with different colours?

*Trong túi có 7 đồng xu màu đen, 8 đồng xu màu đỏ, 11 đồng xu màu xanh lá và 9 đồng xu màu vàng. Nếu không nhìn vào túi thì cần lấy ra ít nhất bao nhiêu đồng xu để chắc chắn rằng ta lấy được 4 đồng xu khác màu?*

A. 35                      B. 29                      C. 25                      D. 28

23. How many 3-digit numbers are there such that the tens digit and the unit digit are different?

*Hỏi có bao nhiêu số có 3 chữ số mà chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị khác nhau?*

A. 900                      B. 504                      C. 720                      D. 810

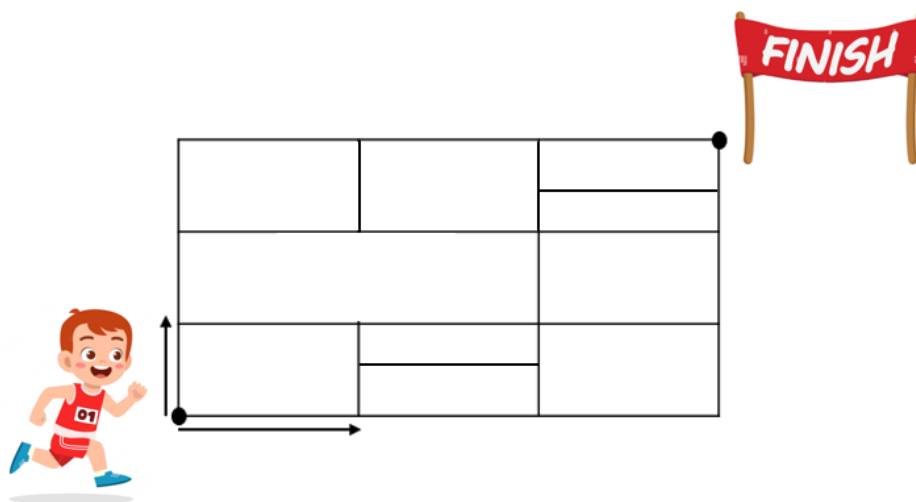
24. A flight of stairs has 10 steps. Each time, Thomas can go up 1 step or 3 steps. The 7<sup>th</sup> step cannot be stepped on as it is destroyed. In how many ways can Thomas go up the flight of stairs?

*Một cầu thang có 10 bậc. Mỗi lần đi, Thomas có thể bước lên 1 bậc hoặc 3 bậc. Bậc thứ 7 của cầu thang bị hỏng nên không thể bước lên được. Hỏi Thomas có bao nhiêu cách để đi hết cầu thang?*

A. 14                      B. 30                      C. 16                      D. 10

25. James takes part in a running race. He must run along the roads which are straight lines and he can only move up or move right. How many different ways are there for James to finish the running race?

*James tham gia một cuộc thi chạy. Biết rằng anh ấy phải đi dọc các con đường tương ứng với các đường thẳng và anh ấy chỉ có thể di chuyển lên trên hoặc sang phải. Hỏi James có bao nhiêu cách đi khác nhau để hoàn thành cuộc thi đó?*



A. 12                      B. 15                      C. 22                      D. 24

## ĐỀ SỐ 3

### Logical thinking / Tư duy lô-gic

1. Today is Thursday, 11<sup>th</sup> August 2022. Which day of the week is 12<sup>th</sup> August 2023?  
 Hôm nay là thứ Năm, ngày 11 tháng 08 năm 2022. Hỏi ngày 12 tháng 08 năm 2023 là thứ mấy?

A. Monday (Thứ Hai)                      B. Sunday (Chủ nhật)  
 C. Saturday (Thứ Bảy)                    D. Wednesday (Thứ Tư)

2. According to the pattern below, find the 8<sup>th</sup> term in the sequence.  
 Dựa vào quy luật dưới đây, tìm số thứ 8 ở trong dãy.

**2, 2, 4, 6, 10, 16, ...**

A. 42                      B. 26                      C. 34                      D. 24

3. Erik has a lucky number. This number is divided by 4, then is multiplied by 3 and minuses 64. The result will be 8. Find Erik's lucky number.

Erik có một con số may mắn. Số này chia cho 4, rồi nhân với 3 và trừ đi 64 thì được kết quả là 8. Tìm con số may mắn của Erik.

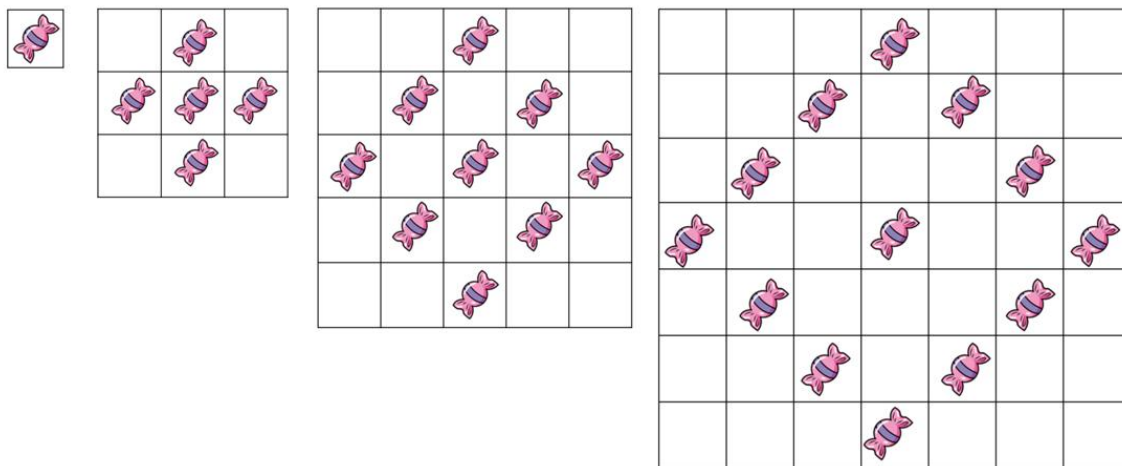
A. 72                      B. 96                      C. 84                      D. 54

4. Andy read a book in 3 days. On the 1<sup>st</sup> day, he read one third of the pages of the book and 2 more pages. On the 2<sup>nd</sup> day, he read one half of the remaining pages and 4 more pages. He noticed that 36 pages were left. How many pages does the book have in total?

Andy đọc một quyển sách trong 3 ngày. Ngày đầu tiên, anh ấy đọc một phần ba số trang của quyển sách và thêm 2 trang nữa. Ngày thứ hai, anh ấy đọc một nửa số trang sách còn lại và thêm 4 trang nữa. Anh ấy thấy còn lại 36 trang sách. Hỏi quyển sách có tất cả bao nhiêu trang?

A. 186                      B. 93                      C. 123                      D. 246

5. According to the pattern shown below, how many candies are there in the 10<sup>th</sup> group?  
 Theo quy luật dưới đây, có bao nhiêu viên kẹo trong nhóm thứ 10?



A. 29                      B. 33                      C. 37                      D. 41

**Arithmetic / Số học**

6. Find the value of  $x$ , given that  $3 \times x + 17 = 245$ .  
*Tìm giá trị của  $x$ , biết rằng  $3 \times x + 17 = 245$ .*
- A. 78                      B. 56                      C. 87                      D. 76
7. Find the value of  $10 + 13 + 16 + 19 + \dots + 46$ .  
*Tìm giá trị của  $10 + 13 + 16 + 19 + \dots + 46$ .*
- A. 728                      B. 364                      C. 1036                      D. 336
8. Calculate  $15 \times 24 + 48 \times 54 - 23 \times 24$ .  
*Tính  $15 \times 24 + 48 \times 54 - 23 \times 24$ .*
- A. 2500                      B. 2400                      C. 1200                      D. 4800
9. Find the value of  $S$ , given that  $S = 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 1024$ .  
*Tính giá trị của  $S$ , biết rằng  $S = 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 1024$ .*
- A. 2024                      B. 2048                      C. 2042                      D. 2046
10. Find the value of  $\frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \dots + \frac{1}{38 \times 39}$ .  
*Tính giá trị của  $\frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \dots + \frac{1}{38 \times 39}$ .*
- A.  $\frac{4}{13}$                       B.  $\frac{1}{13}$                       C.  $\frac{4}{3}$                       D.  $\frac{1}{3}$

**Number theory / Lý thuyết số**

11. Define the operation symbol  $a \odot b = (a + b) \times 2 - 5$ , find the value of  $(3 \odot 7) \odot 5$ .  
*Định nghĩa phép tính  $a \odot b = (a + b) \times 2 - 5$ , tìm giá trị của  $(3 \odot 7) \odot 5$ .*
- A. 105                      B. 25                      C. 75                      D. 35
12. The difference of B and A is 60. The value of B is 6 times the value of A. Find the sum of A and B.  
*Hiệu của B và A là 60. Giá trị của B gấp 6 lần giá trị của A. Tìm tổng của A và B.*
- A. 70                      B. 84                      C. 72                      D. 80
13. If 9-digit number  $\overline{20212023A}$  is divisible by 6, find the greatest value of A.  
*Nếu số có 9 chữ số  $\overline{20212023A}$  chia hết cho 6, tìm giá trị lớn nhất của A.*
- A. 4                      B. 8                      C. 6                      D. 9
14. How many 3-digit numbers that are divisible by 5 are there?  
*Hỏi có bao nhiêu số có 3 chữ số chia hết cho 5?*
- A. 100                      B. 200                      C. 150                      D. 180

15. Teacher gives some pencils to students. If everyone gets 3 pencils, 38 pencils will be left. If everyone gets 7 pencils, 10 pencils will be left. How many pencils does teacher have in total?

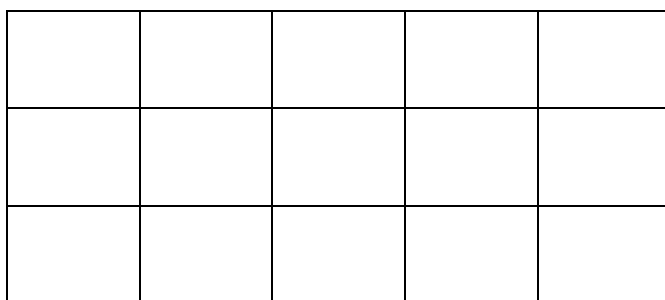
*Cô giáo chia một số bút chì cho học sinh. Nếu mỗi học sinh được chia 3 cái bút chì thì còn thừa 38 cái bút chì. Nếu mỗi học sinh được chia 7 cái bút chì thì còn thừa 10 cái bút chì. Hỏi cô giáo có tất cả bao nhiêu cái bút chì?*

A. 59                      B. 94                      C. 74                      D. 52

### Geometry / Hình học

16. How many rectangles are there in the figure below?

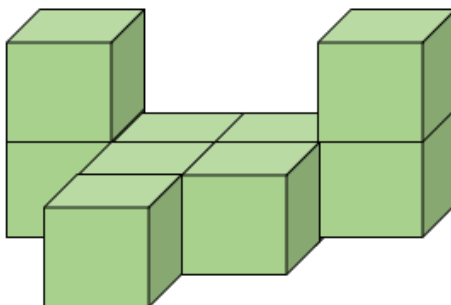
*Hỏi có bao nhiêu hình chữ nhật trong hình dưới đây?*



A. 76                      B. 30                      C. 144                      D. 90

17. 9 small cubes with side length 1 cm are combined to form the figure below. What is the value of its total surface area in  $\text{cm}^2$ ?

*9 hình lập phương với cạnh dài 1 cm được ghép lại thành hình dưới đây. Hỏi diện tích toàn phần của hình dưới là bao nhiêu  $\text{cm}^2$ ?*



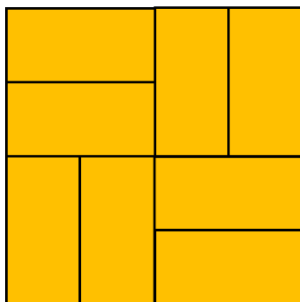
A. 36                      B. 32                      C. 34                      D. 30

18. It is known that the area of a rectangle is  $72 \text{ cm}^2$ . The length and the width of this rectangle are natural numbers in cm. Find the minimum value of the perimeter of this rectangle.

*Biết rằng diện tích của một hình chữ nhật là  $72 \text{ cm}^2$ . Chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đó là các số tự nhiên theo đơn vị cm. Hỏi chu vi của hình chữ nhật đó nhỏ nhất là bao nhiêu?*

A. 18 cm                      B. 34 cm                      C. 17 cm                      D. 36 cm

19. A rectangle has perimeter of 32 cm. When its length decreases 5 cm, the area decreases  $30\text{cm}^2$ . Find the area of the new rectangle in  $\text{cm}^2$ .  
 Một hình chữ nhật có chu vi 32 cm. Khi chiều dài của hình chữ nhật đó giảm đi 5 cm thì diện tích hình chữ nhật cũng giảm  $30\text{ cm}^2$ . Tính diện tích của hình chữ nhật mới theo  $\text{cm}^2$ .
- A. 100                      B. 130                      C. 30                      D. 60
20. Linda puts 8 identical rectangular papers next to each other to form a big square. The perimeter of a rectangle is 72 cm. Find the perimeter of a big square in cm.  
 Linda đặt 8 tờ giấy hình chữ nhật giống hệt cạnh nhau tạo thành một hình vuông lớn. Chu vi của một hình chữ nhật là 72 cm. Tìm chu vi của hình vuông lớn theo cm.



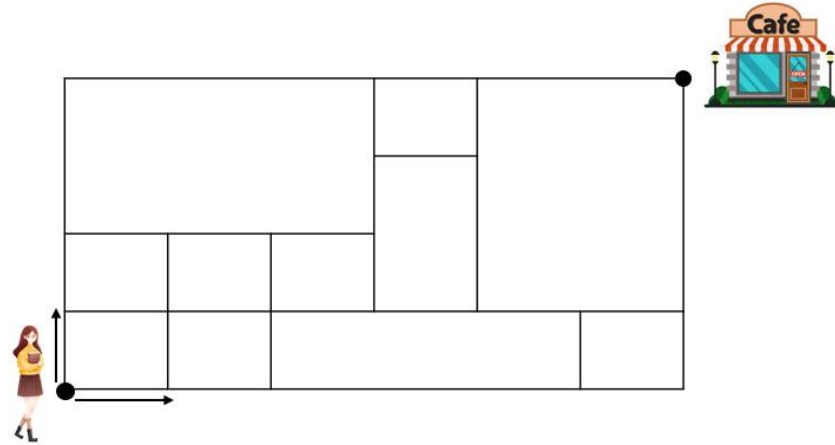
- A. 576                      B. 192                      C. 144                      D. 384

### Combinatorics / Tổ hợp

21. Andy, Betty, Cindy, Dean, Emma stand in a line. In how many ways can we arrange 5 children such that Andy always stands next to Betty?  
 Andy, Betty, Cindy, Dean, Emma đứng thành một hàng dọc. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 5 đứa trẻ sao cho Andy luôn đứng cạnh Betty?
- A. 30                      B. 48                      C. 36                      D. 24
22. There are 15 black balls, 8 red balls and 7 green balls in a box. At least how many balls should be drawn without looking so that we can get 3 balls with different colours?  
 Trong hộp có 15 quả bóng đen, 8 quả bóng đỏ và 7 quả bóng xanh lá. Hỏi nếu không nhìn vào hộp thì cần lấy ra ít nhất bao nhiêu quả bóng để chắc chắn rằng ta lấy được 3 quả bóng khác màu?
- A. 24                      B. 30                      C. 23                      D. 16
23. How many 3-digit odd numbers with no repeated digits are there?  
 Hỏi có bao nhiêu số lẻ có 3 chữ số khác nhau?
- A. 320                      B. 450                      C. 360                      D. 405
24. A flight of stairs has 8 steps. Each time, Candace can go up 1 step or 3 steps. In how many ways can she go up the flight of stairs?  
 Một cầu thang có 8 bậc. Mỗi lần đi, Candace có thể bước lên 1 bậc hoặc 3 bậc. Hỏi cô bé có bao nhiêu cách để đi hết cầu thang?
- A. 9                      B. 13                      C. 10                      D. 7

25. Moana wants to go to the cafe. She must go along the roads which are the straight lines and she can only move up or move right. How many different ways are there for Moana?

*Moana muốn đi đến quán cà phê. Biết rằng cô ấy phải đi dọc các con đường tương ứng với các đường thẳng và cô ấy chỉ có thể đi lên trên hoặc đi sang phải. Hỏi Moana có bao nhiêu cách đi khác nhau?*

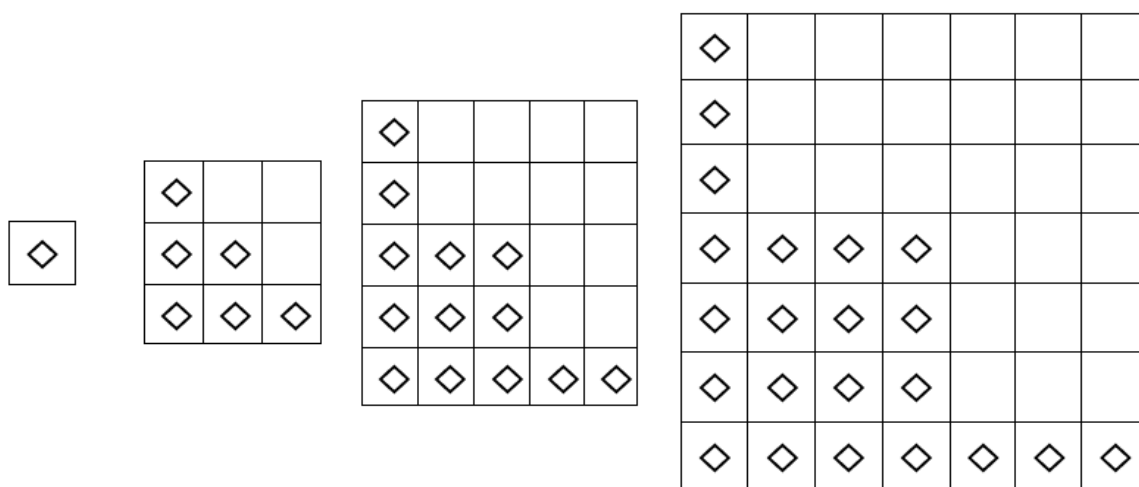


- A. 26                      B. 25                      C. 28                      D. 27

## ĐỀ SỐ 4

### Logical thinking / Tư duy lô-gic

1. Today is 17<sup>th</sup> October, Sunday. Which day of the week will it be on 16<sup>th</sup> July of the same year?  
Hôm nay là Chủ Nhật ngày 17 tháng Mười. Hỏi ngày 16 tháng Bảy cùng năm là thứ mấy?  
A. Friday / Thứ sáu  
B. Saturday / Thứ Bảy  
C. Thursday / Thứ năm  
D. Sunday / Chủ nhật
  
2. What is the value of the number to represent “?” in the following sequence?  
Điền số thích hợp vào dấu chấm hỏi trong dãy dưới đây.  
6, 9, 14, 21, 30, 41, 54, ?, ...  
A. 82  
B. 67  
C. 69  
D. 86
  
3. Ricky’s father’s age this year adds 8, minuses 9, is divided by 3 and multiplied by 9. The result will be 153 years old. How old is Ricky’s father this year?  
Tuổi của bố Ricky năm nay cộng thêm 8, sau đó trừ đi 9, rồi chia cho 3 và nhân với 9 thì được kết quả là 153 tuổi. Hỏi năm nay bố Ricky bao nhiêu tuổi?  
A. 47  
B. 43  
C. 53  
D. 52
  
4. A book store had a box of books. One half and 7 more books were sold on the first day. One half of the remaining part and 2 more books were sold on the second day. Finally, 11 books are left. How many books did the book store have originally?  
Một cửa hàng sách có một thùng sách. Ngày thứ nhất bán được một nửa và thêm 7 quyển sách nữa. Ngày thứ hai bán được một nửa số sách còn lại và thêm 2 quyển sách nữa. Cuối cùng, còn lại 11 quyển sách. Hỏi ban đầu cửa hàng sách đó có bao nhiêu quyển sách?  
A. 66  
B. 54  
C. 38  
D. 22
  
5. According to the pattern shown below, how many ◇ are there in the next figure?  
Theo quy luật dưới đây, có bao nhiêu hình ◇ trong hình tiếp theo?



- A. 29                      B. 33                      C. 35                      D. 25

**Arithmetic / Số học**

6. Find the value of  $x$  given that  $7x - 16 = 145$ .  
*Tìm giá trị của  $x$  biết rằng  $7x - 16 = 145$ .*
- A. 18                      B. 25                      C. 21                      D. 23
7. Find the value of  $7 + 11 + 15 + 19 + \dots + 43$ .  
*Tìm giá trị của  $7 + 11 + 15 + 19 + \dots + 43$ .*
- A. 450                      B. 225                      C. 250                      D. 500
8. Calculate  $24 \times 143 + 68 \times 24 - 11 \times 24$ .  
*Tính  $24 \times 143 + 68 \times 24 - 11 \times 24$ .*
- A. 2500                      B. 2400                      C. 1200                      D. 4800
9. Find the value of  $S$ , given that  $S = 3 + 6 + 12 + 24 + \dots + 3072$ .  
*Tính giá trị của  $S$ , biết rằng  $S = 3 + 6 + 12 + 24 + \dots + 3072$ .*
- A. 5025                      B. 6141                      C. 6015                      D. 5283
10. Find the value of  $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{48 \times 49} + \frac{1}{49 \times 50}$ .  
*Tính giá trị của  $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{48 \times 49} + \frac{1}{49 \times 50}$ .*
- A.  $\frac{49}{100}$                       B.  $\frac{1}{50}$                       C.  $\frac{49}{50}$                       D.  $\frac{1}{2}$

**Number theory / Lý thuyết số**

11. Define the operation symbol  $a \oplus b = a \times 5 - b - 7$ , find the value of  $8 \oplus (6 \oplus 11)$ .  
*Định nghĩa phép tính  $a \oplus b = a \times 5 - b - 7$ , tìm giá trị của  $8 \oplus (6 \oplus 11)$ .*
- A. 21                      B. 25                      C. 15                      D. 117
12. The sum of A and B is 120. The value of B is five times the value of A. Find the difference of A and B.  
*Tổng của A và B là 120. Giá trị của B gấp 5 lần giá trị của A. Tìm hiệu của A và B.*
- A. 20                      B. 100                      C. 96                      D. 80
13. If 5-digit number  $\overline{2022A}$  is divisible by 9, find the value of A.  
*Nếu số có 5 chữ số  $\overline{2022A}$  chia hết cho 9, tìm giá trị của A.*
- A. 0                      B. 6                      C. 9                      D. 3
14. How many 3-digit numbers that are divisible by 2 are there?  
*Hỏi có bao nhiêu số có ba chữ số chia hết cho 2?*
- A. 300                      B. 450                      C. 150                      D. 250

15. Teacher gives some candies to all students of class 5B. If everyone gets 7 candies, 1 candy will be left. If everyone gets 6 candies, 33 candies will be left. How many students are there in class 5B?

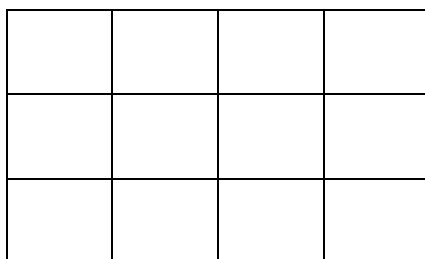
*Cô giáo chia một số kẹo cho tất cả các bạn học sinh lớp 5B. Nếu mỗi học sinh được chia 7 viên kẹo thì còn thừa 1 viên kẹo. Nếu mỗi học sinh được chia 6 viên kẹo thì còn thừa 33 viên kẹo. Hỏi lớp 5B có bao nhiêu học sinh?*

- A. 31                      B. 32                      C. 33                      D. 34

### Geometry / Hình học

16. How many rectangles are there in the figure below?

*Hỏi có bao nhiêu hình chữ nhật trong hình dưới đây?*



- A. 36                      B. 48                      C. 60                      D. 65

17. It is known that the area of a rectangle is  $60\text{cm}^2$ . The length and width of this rectangle are natural numbers in cm. Find the minimum value of the perimeter of this rectangle.

*Biết rằng diện tích của một hình chữ nhật là  $60\text{cm}^2$ . Chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đó là các số tự nhiên theo đơn vị cm. Hỏi chu vi của hình chữ nhật đó nhỏ nhất là bao nhiêu?*

- A. 16cm                      B. 32cm                      C. 46cm                      D. 38cm

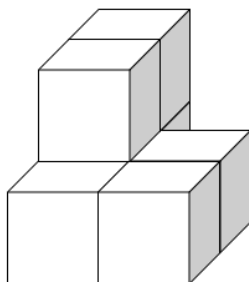
18. A rectangle has perimeter 28cm. When its length increases 3cm, the area increases  $18\text{cm}^2$ . Find the area of the new rectangle in  $\text{cm}^2$ .

*Một hình chữ nhật có chu vi 28cm. Khi chiều dài của nó tăng thêm 3cm thì diện tích hình chữ nhật cũng tăng thêm  $18\text{cm}^2$ . Tính diện tích của hình chữ nhật mới theo  $\text{cm}^2$ .*

- A. 48                      B. 34                      C. 64                      D. 66

19. 7 small cubes with side length 1cm are combined to form the figure below. What is the value of its total surface area in  $\text{cm}^2$ ?

*7 hình lập phương với cạnh dài 1cm được ghép lại thành hình dưới đây. Hỏi diện tích toàn phần của hình dưới là bao nhiêu  $\text{cm}^2$ ?*



- A. 26                      B. 24                      C. 12                      D. 13

20. Linda puts 2 square papers next to each other to form a rectangle. After putting the yellow paper on the red paper, she sees that the area of the rectangle decreases by  $12\text{cm}^2$  and the perimeter decreases by  $4\text{cm}$ . Find the area of the original rectangle in  $\text{cm}^2$ .

Linda đặt hai tờ giấy hình vuông khác màu cạnh nhau tạo thành 1 hình chữ nhật. Sau khi đặt tờ giấy màu vàng đè lên tờ giấy màu đỏ thì cô bé thấy diện tích của hình chữ nhật giảm đi  $12\text{cm}^2$  và chu vi thì giảm đi  $4\text{cm}$ . Hỏi diện tích hình chữ nhật ban đầu bằng bao nhiêu  $\text{cm}^2$ ?



- A. 72                      B. 18                      C. 48                      D. 36

### Combinatorics / Tổ hợp

21. In how many ways can we arrange 5 children in a line?

Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 5 đứa trẻ thành 1 hàng dọc?

- A. 10                      B. 120                      C. 20                      D. 95

22. There are 20 pink balls, 15 red balls and 6 green balls in a box. At least how many balls should be drawn without looking so that we can get 3 red balls?

Trong hộp có 20 quả bóng hồng, 15 quả bóng đỏ và 6 quả bóng xanh lá. Hỏi nếu không nhìn vào hộp thì cần lấy ra ít nhất bao nhiêu quả bóng để chắc chắn rằng ta lấy được 3 quả bóng màu đỏ?

- A. 3                      B. 29                      C. 23                      D. 36

23. How many 3-digit numbers with no repeated digits are there?

Hỏi có bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau?

- A. 504                      B. 630                      C. 648                      D. 720

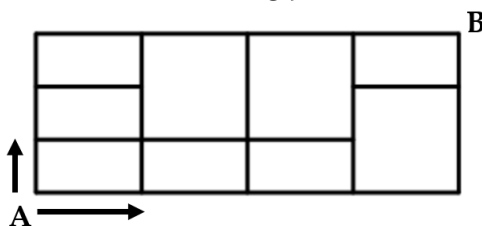
24. A flight of stairs has 10 steps. Ashley can go up for 1 step or 2 steps each time. How many ways are there for Ashley to go up the stairs?

Một cầu thang có 10 bậc. Mỗi lần bước, Ashley có thể bước lên 1 bậc hoặc 2 bậc. Hỏi Ashley có bao nhiêu cách để đi hết cầu thang?

- A. 86                      B. 87                      C. 88                      D. 89

25. Raiden goes from point A to point B. He must go along the roads which are the straight lines. He can only move up or move right. How many ways are there for Raiden?

Raiden đi từ A đến B. Biết rằng anh ấy phải đi dọc các con đường tương ứng với các đường thẳng. Anh ấy chỉ có thể đi lên trên hoặc đi sang phải. Hỏi Raiden có bao nhiêu cách đi?



- A. 16                      B. 14                      C. 12                      D. 18

## ĐỀ SỐ 5

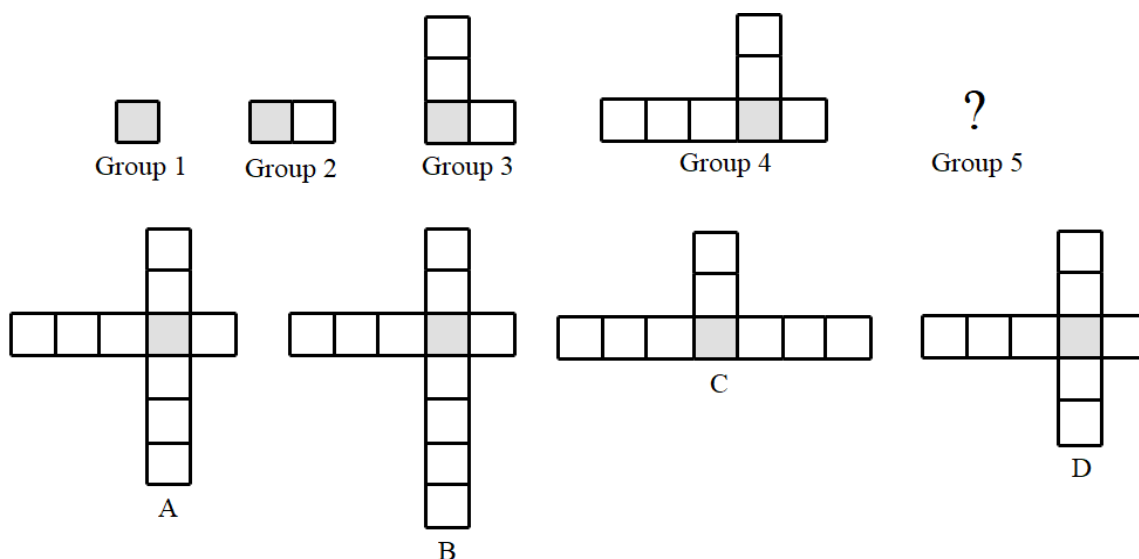
### Logical Thinking / Tư duy lô-gic

1. Refer to the number pattern below. Find the 5<sup>th</sup> term in the sequence.

*Dựa vào quy luật số dưới đây, tìm số thứ 5 trong dãy.*

1、 8、 27、 64、 \_\_、 ....

- A. 125                      B. 100                      C. 65                      D. 105
2. Tomorrow is Friday. Which day of the week was it 84 days ago?  
*Ngày mai là thứ Sáu. Hỏi 84 ngày trước là thứ mấy?*
- A. Saturday (Thứ Bảy)                      B. Thursday (Thứ Năm)  
C. Tuesday (Thứ Ba)                      D. Friday (Thứ Sáu)
3. It requires 4 minutes to cut a piece of wood into 2 sections. If the time required to cut into each section is the same, how many minutes are required to cut a piece of wood into 3 sections?  
*Người ta cần 4 phút để cưa 1 khúc gỗ thành 2 phần. Biết rằng thời gian mỗi lần cưa gỗ là như nhau, hỏi cần bao nhiêu phút để cưa khúc gỗ đó thành 3 phần?*
- A. 8                      B. 6                      C. 5                      D. 10
4. 100 students went on a school trip by coaches. At least how many coaches are required to carry all of the students, given that each coach can carry no more than 23 students?  
*100 học sinh đi tham quan với trường bằng xe khách. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu xe để chở hết số học sinh đó biết rằng mỗi xe được chở không quá 23 học sinh?*
- A. 3                      B. 6                      C. 4                      D. 5
5. According to the pattern below, find the most suitable figure for group 5 among 4 answers A, B, C and D.  
*Dựa vào quy luật dưới đây, tìm đáp án thích hợp nhất cho nhóm 5 trong 4 hình A, B, C, D.*



**Arithmetic / Số học**

6. Find the value of  $x$ , given that  $5x+7=122$ .  
*Tìm giá trị của  $x$  biết rằng  $5x+7=122$ .*  
A. 21                      B. 22                      C. 23                      D. 24
7. Find the value of  $0+3+6+9+\dots+57+60$ .  
*Tìm giá trị của  $0+3+6+9+\dots+57+60$ .*  
A. 1260                      B. 1800                      C. 1890                      D. 630
8. Calculate  $23\times 18+39\times 23-7\times 23$ .  
*Tính  $23\times 18+39\times 23-7\times 23$ .*  
A. 1150                      B. 1510                      C. 5150                      D. 1105
9. Find the value of  $2020-2000+1980-1960+\dots+60-40+20-0$ .  
*Tìm giá trị của  $2020-2000+1980-1960+\dots+60-40+20-0$ .*  
A. 1000                      B. 1020                      C. 2040                      D. 2000
10. Find the value of  $\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{4\times 5}+\dots+\frac{1}{98\times 99}+\frac{1}{99\times 100}$ .  
*Tính giá trị của  $\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{4\times 5}+\dots+\frac{1}{98\times 99}+\frac{1}{99\times 100}$ .*  
A.  $\frac{49}{100}$                       B.  $\frac{99}{100}$                       C.  $\frac{49}{50}$                       D.  $\frac{1}{2}$

**Number Theory / Lý thuyết số**

11. If an 8-digit number  $\overline{1112020A}$  is divisible by 3 and 4, find the value of  $A$ .  
*Biết rằng số có 8 chữ số  $\overline{1112020A}$  chia hết cho cả 3 và 4, tìm giá trị của  $A$ .*  
A. 2                      B. 6                      C. 8                      D. 4
12. Find the unit digit of  $6\times 16\times 26\times \dots\times 96\times 106$ .  
*Tìm chữ số hàng đơn vị của  $6\times 16\times 26\times \dots\times 96\times 106$ .*  
A. 5                      B. 9                      C. 7                      D. 6
13. The sum of  $A$  and  $B$  is 2020. The value of  $A$  is four times the value of  $B$ . Find  $A$ .  
*Tổng của  $A$  và  $B$  là 2020. Giá trị của  $A$  gấp 4 lần giá trị của  $B$ . Tìm  $A$ .*  
A. 505                      B. 1616                      C. 404                      D. 2525
14. Given that  $X$  and  $Y$  are two 3-digit odd numbers. What is the largest possible difference between  $X$  and  $Y$ ?  
*Biết  $X$  và  $Y$  là hai số lẻ có 3 chữ số. Hiệu giữa hai số  $X$  và  $Y$  lớn nhất có thể là bao nhiêu?*  
A. 899                      B. 999                      C. 898                      D. 900

15. How many 3-digit numbers that are divisible by both 3 and 4 are there?

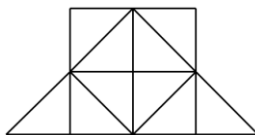
Hỏi có bao nhiêu số có ba chữ số chia hết cho cả 3 và 4?

A. 80                      B. 75                      C. 150                      D. 70

**Geometry / Hình học**

16. How many right-angled triangles are there in the figure below?

Hỏi có bao nhiêu tam giác vuông trong hình dưới đây?



A. 14                      B. 15                      C. 17                      D. 19

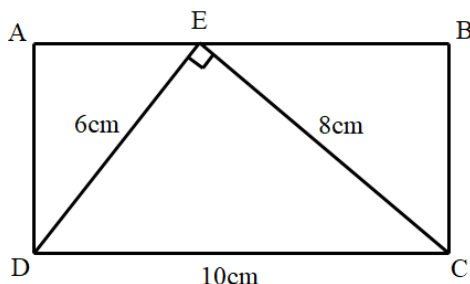
17. A big cube is formed by 8 identical cubes with side length 10 cm. Find the side length of the big cube in cm?

Một khối lập phương lớn được tạo ra bằng cách ghép 8 khối lập phương giống nhau có cạnh dài 10 cm. Tìm độ dài cạnh của khối lập phương lớn theo cm.

A. 30 cm                      B. 40 cm                      C. 80 cm                      D. 20 cm

18. Given a rectangle ABCD and a right-angled triangle EDC as the figure below. Find the length of line segment BC given that  $ED = 6\text{ cm}$ ,  $EC = 8\text{ cm}$ ,  $DC = 10\text{ cm}$ .

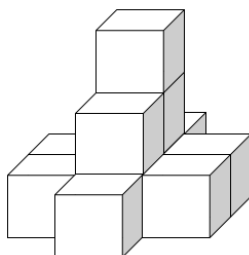
Cho hình chữ nhật ABCD và tam giác vuông EDC như hình dưới đây. Tìm độ dài đoạn BC biết rằng  $ED = 6\text{ cm}$ ,  $EC = 8\text{ cm}$ ,  $DC = 10\text{ cm}$ .



A. 4.8 cm                      B. 2.4 cm                      C. 4 cm                      D. 5 cm

19. The figure below is composed of identical cubes with side length 5 cm. If they paint all top faces of the solid, what is the value of the painted area in  $\text{cm}^2$ ?

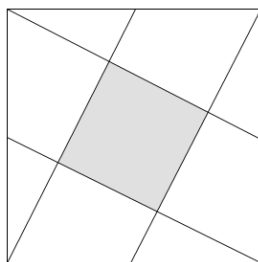
Hình bên dưới gồm các khối lập phương giống nhau có độ dài cạnh 5 cm. Nếu người ta sơn toàn bộ mặt trên của hình đó, hỏi diện tích của phần được sơn là bao nhiêu  $\text{cm}^2$ ?



A. 160                      B. 200                      C. 180                      D. 175

20. A square tile has the following pattern. Given that the area of the shaded region is  $20 \text{ cm}^2$ . Find the perimeter of the square tile in  $\text{cm}$ .

Một miếng gạch lát hình vuông có họa tiết như hình dưới đây. Biết rằng phần in đậm có diện tích  $20 \text{ cm}^2$ . Tính chu vi của miếng gạch lát theo  $\text{cm}$ .



- A.  $40 \text{ cm}$       B.  $60 \text{ cm}$       C.  $80 \text{ cm}$       D.  $20 \text{ cm}$

### Combinatorics / Tổ hợp

21. How many 2-digit numbers with no repeated digits are there?

Hỏi có bao nhiêu số có 2 chữ số khác nhau?

- A. 72      B. 90      C. 81      D. 80

22. In how many ways can we arrange 4 students in a row?

Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 4 học sinh thành 1 hàng ngang?

- A. 24      B. 4      C. 12      D. 10

23. In how many ways can 48 workers be divided into groups of equal size given that the number of groups must be more than 1?

Hỏi có bao nhiêu cách để có thể chia 48 người công nhân thành các nhóm có số người như nhau biết rằng số nhóm phải lớn hơn 1?

- A. 7      B. 8      C. 9      D. 10

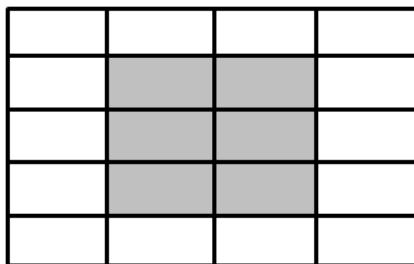
24. There are 15 black pens, 14 blue pens and 13 red pens in a box. At least how many pens should be drawn without looking so that we can get pens in three colors?

Trong hộp có 15 bút đen, 14 bút xanh và 13 bút đỏ. Hỏi nếu không nhìn vào hộp thì cần lấy ra ít nhất bao nhiêu cái bút để chắc chắn rằng ta lấy được bút cả ba loại màu?

- A. 42      B. 30      C. 3      D. 28

25. How many rectangles containing the shaded region are there?

Hỏi có bao nhiêu hình chữ nhật chứa phần in đậm dưới đây?



- A. 16      B. 14      C. 12      D. 10

## ĐỀ SỐ 6

### Logical Thinking / Tư duy lô-gic

- Given that  $A$  and  $B$  are two non-zero digits such that  $\overline{AB}$  is divisible by 5 and also a square number. Find the 2-digit number  $\overline{AB}$ .  
*A và B là 2 chữ số khác 0 sao cho  $\overline{AB}$  chia hết cho 5 và  $\overline{AB}$  cũng là số chính phương. Tìm số có hai chữ số  $\overline{AB}$ .*  
A. 75                      B. 25                      C. 52                      D. 40
- Peter walks for 300m and his walking speed is 5 m/s. How many seconds are required to finish the walk?  
*Peter đi bộ 300m với vận tốc 5m/s. Hỏi anh ấy đã đi trong bao nhiêu giây?*  
A. 6000                      B. 600                      C. 60                      D. 6
- John needs 21 days to finish a project. Mary needs 42 days to finish the same project. If John and Mary do the project together, how long do they need to finish it?  
*John cần 21 ngày để hoàn thành một dự án. Mary cần 42 ngày để hoàn thành cùng dự án đó. Nếu John và Mary thực hiện dự án cùng nhau, họ cần bao lâu để hoàn thành dự án đó?*  
A. 21                      B. 63                      C. 14                      D. 42
- Ming's grandmother's age this year adds 14, multiples 2, minuses 56 and then divides by 9. The result will be 16 years old. How old is Ming's grandmother this year?  
*Lấy tuổi bà của Ming năm nay cộng 14, rồi nhân 2, trừ 56 và sau đó chia cho 9. Kết quả thu được là 16 tuổi. Hỏi bà của Ming năm nay bao nhiêu tuổi?*  
A. 88                      B. 86                      C. 74                      D. 57
- A stationery store had a batch of ball pens. One half and 5 more pens were sold on the first day. One half of the remaining part and 8 more pens were sold on the second day. Finally, 24 ball pens are left. How many ball pens did the stationery store have initially?  
*Một cửa hàng văn phòng phẩm có một lô bút bi. Ngày thứ nhất cửa hàng bán được một nửa và 5 chiếc bút nữa. Ngày thứ hai họ bán được một nửa số bút còn lại và 8 chiếc bút nữa. Cuối cùng còn lại 24 chiếc bút. Hỏi ban đầu cửa hàng văn phòng phẩm đó có bao nhiêu chiếc bút bi?*  
A. 138                      B. 133                      C. 69                      D. 64

### Arithmetic / Số học

- Find the value of  $121 \times 111$ .  
*Tìm giá trị của  $121 \times 111$ .*  
A. 134431                      B. 1331                      C. 1234321                      D. 13431
- Find the value of  $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 17 \times 18 + 18 \times 19 + 19 \times 20$ .  
*Tìm giá trị của  $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 17 \times 18 + 18 \times 19 + 19 \times 20$ .*

- A. 2660                      B. 260                      C. 380                      D. 1660
8. Find the value of  $1003 \times 1003 - 997 \times 997$ .  
*Tìm giá trị của  $1003 \times 1003 - 997 \times 997$ .*
- A. 1005012                      B. 12000                      C. 993006                      D. 1200
9. Find the value of  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$ .  
*Tìm giá trị của  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$ .*
- A.  $\frac{64}{63}$                       B.  $\frac{32}{64}$                       C.  $\frac{63}{64}$                       D.  $\frac{31}{64}$
10. Find the value of  $2.01 \times 10 + 2.01 \times 20 + 2.01 \times 30 + 2.01 \times 40$ .  
*Tìm giá trị của  $2.01 \times 10 + 2.01 \times 20 + 2.01 \times 30 + 2.01 \times 40$ .*
- A. 603                      B. 804                      C. 402                      D. 201

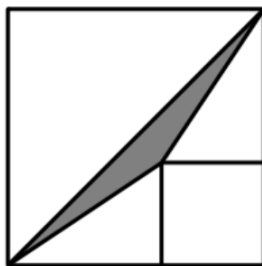
### Number Theory / Lý thuyết số

11. Define the operation symbol  $a \otimes b = a \times b + b + 7$ , find the value of the operation  $4 \otimes (2 \otimes 3)$ .  
*Định nghĩa phép tính  $a \otimes b = a \times b + b + 7$ , tìm giá trị của  $4 \otimes (2 \otimes 3)$ .*
- A. 64                      B. 87                      C. 71                      D. 80
12. Find the number of factors for 143.  
*Tìm số ước của 143.*
- A. 4                      B. 2                      C. 3                      D. 1
13. The sum of 5 consecutive numbers is 125. Find the middle number.  
*Tổng của 5 số tự nhiên liên tiếp là 125. Tìm số ở giữa.*
- A. 24                      B. 27                      C. 26                      D. 25
14. The sum of positive numbers  $A$  and  $B$  is 480.  $A$  is 5 times of  $B$ . Find the value of  $A$ .  
*Tổng của hai số dương  $A$  và  $B$  là 480.  $A$  gấp 5 lần  $B$ . Tìm giá trị của  $A$ .*
- A. 80                      B. 420                      C. 400                      D. 480
15. How many 3-digit numbers divisible by 3 with unit digit 5 are there?  
*Có bao nhiêu số có ba chữ số chia hết cho 3 và có chữ số hàng đơn vị là 5?*
- A. 30                      B. 28                      C. 24                      D. 20

### Geometry / Hình học

16. The volume of a cube is  $27\text{cm}^3$ . Find its surface area in  $\text{cm}^2$ .  
*Thể tích của một hình lập phương là  $27\text{cm}^3$ . Tính diện tích toàn phần của hình đó theo  $\text{cm}^2$ .*

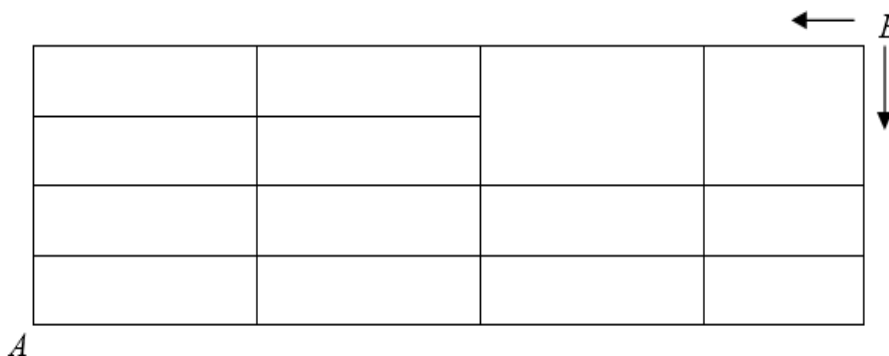
- A. 54                      B. 12                      C. 36                      D. 18
17. Given a rectangle with integral side lengths. Its perimeter is 100. What is the minimum value of its area?  
*Cho một hình chữ nhật có độ dài cạnh là số nguyên. Chu vi của hình là 100. Hỏi diện tích nhỏ nhất của hình chữ nhật là bao nhiêu?*
- A. 50                      B. 99                      C. 49                      D. 25
18. A pyramid has 1002 vertices, how many faces does this pyramid have?  
*Một hình chóp có 1002 đỉnh, hỏi hình chóp đó có bao nhiêu mặt?*
- A. 1001                      B. 501                      C. 502                      D. 1002
19. A small square with side length 6cm is placed inside a big square with side length 14cm. Find the area of the shaded region<sup>2</sup>.  
*Một hình vuông nhỏ có cạnh dài 6cm được đặt trong hình vuông lớn có cạnh dài 14cm. Hãy tính diện tích của phần tô đậm theo  $\text{cm}^2$ .*



- A. 28                      B. 14                      C. 20                      D. 16
20. At most how many lines can be formed by using 18 points on a plane?  
*Có thể tạo được nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng từ 18 điểm trong mặt phẳng?*
- A. 171                      B. 153                      C. 136                      D. 120

### Combinatorics / Tổ hợp

21. Andy goes from point B to point A. He can only move down or move left along the line. How many ways are there?  
*Andy đi từ điểm B đến điểm A. Anh ấy chỉ có thể đi xuống dưới hoặc đi sang trái. Hỏi có bao nhiêu cách đi?*



- A. 19                      B. 21                      C. 30                      D. 40

22. Use all four digits 1, 2, 3 and 4 to form a 4-digit number such that the tens digit and thousands digit are even while the hundreds digit and units digit are odd. How many such 4-digit number(s) is / are there?  
*Sử dụng cả bốn chữ số 1, 2, 3 và 4 để tạo thành một số có 4 chữ số sao cho chữ số hàng chục và chữ số hàng nghìn là chẵn, trong khi chữ số hàng trăm và chữ số hàng đơn vị là lẻ. Hỏi có thể lập được bao nhiêu số có 4 chữ số như thế?*
- A. 3                                      B. 4                                      C. 1                                      D. 2
23. How many 2-digit numbers are there such that the number contains digit “2”?  
*Có bao nhiêu số có hai chữ số có chứa chữ số “2”?*
- A. 18                                      B. 19                                      C. 17                                      D. 20
24. It is given that the total weight of 3 apples and 3 melons is 1800g. The weight of a melon is the same as that of 4 apples. What is the weight of 1 apple in grams?  
*Biết rằng tổng khối lượng của 3 quả táo và 3 quả dưa là 1800g. Khối lượng của một quả dưa bằng khối lượng của 4 quả táo. Hỏi khối lượng của 1 quả táo là bao nhiêu gam?*
- A. 480                                      B. 30                                      C. 60                                      D. 120
25. There are 42 students in Grade 5. Each student has to choose at least 1 favorite ball game between basketball and volleyball. There are 29 students like playing basketball and 28 students like playing volleyball. Find the number of students who like both ball games.  
*Có 42 học sinh lớp 5. Mỗi học sinh phải chọn ít nhất 1 trò chơi bóng ưa thích giữa bóng rổ và bóng chuyền. Có 29 học sinh thích chơi bóng rổ và 28 học sinh thích chơi bóng chuyền. Tìm số học sinh thích chơi cả 2 môn bóng.*
- A. 14                                      B. 16                                      C. 15                                      D. 13

## ĐỀ SỐ 7

### Logical Thinking / Tư duy lô-gic

1. Refer to the pattern below. How many triangles are there in the first 2021 figures counting from left to right?

*Xét quy luật dưới đây. Hỏi có bao nhiêu hình tam giác trong 2021 hình đầu tiên tính từ trái sang phải?*

▲○▽■○○▲○▽■○○▲○▽■○○▲○▽■○○...

- A. 674                      B. 673                      C. 809                      D. 336
2. Andy has a number of cans to contain an amount of gasoline. If he pours 3 liters in each can then he has 10 liters left. If he pours 4 liters in each can then he has 2 liters left. How many liters of gasoline does Andy have in total?

*Andy có một số can để đựng một lượng xăng. Nếu anh ấy đổ 3 lít xăng vào mỗi can thì vẫn còn thừa 10 lít. Nếu anh ấy đổ 4 lít xăng vào mỗi can thì vẫn còn thừa 2 lít. Hỏi Andy có tất cả bao nhiêu lít xăng?*

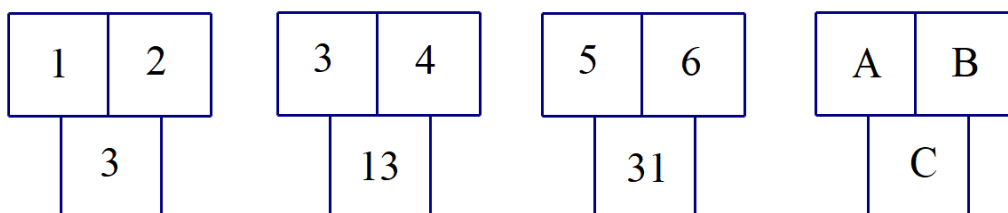
- A. 24                      B. 34                      C. 38                      D. 8
3. What is the 8<sup>th</sup> number in the sequence with pattern below?

*Tìm số thứ 8 trong dãy số có quy luật dưới đây?*

**1 , 2 , 5 , 14 , 41 , ...**

- A. 1049                      B. 1000                      C. 122                      D. 1094
4. Observe the pattern below to find the sum of  $A + B + C$ .

*Quan sát quy luật dưới đây để tìm tổng  $A + B + C$ .*



- A. 75                      B. 62                      C. 72                      D. 57
5. A math test has 10 questions. Each correct answer receives 1 point. Wrong answer or empty answer receives 0 point. At least how many students are required to do the test to ensure that there are 2 students having the same score?

*Một bài kiểm tra toán có 10 câu hỏi. Mỗi câu trả lời đúng được 1 điểm. Trả lời sai hoặc không trả lời thì không có điểm. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu học sinh làm bài kiểm tra để chắc chắn có hai bạn bằng điểm nhau?*

- A. 12                      B. 11                      C. 10                      D. 20

Arithmetic / Số học

6. Find the value of  $\frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{4 \times 6} + \frac{1}{6 \times 8} + \dots + \frac{1}{2020 \times 2022}$ .

*Tìm giá trị của  $\frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{4 \times 6} + \frac{1}{6 \times 8} + \dots + \frac{1}{2020 \times 2022}$ .*

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{505}{1011}$                       C.  $\frac{505}{2022}$                       D.  $\frac{1}{4}$

7. Find the value of  $\frac{1}{2 + \frac{3}{4}}$ .

*Tìm giá trị của  $\frac{1}{2 + \frac{3}{4}}$ .*

- A.  $\frac{11}{4}$                       B.  $\frac{4}{11}$                       C.  $\frac{4}{5}$                       D.  $\frac{5}{4}$

8. Find the value of  $2 + 7 + 12 + 17 + \dots + 197 + 202$ .

*Tính giá trị của  $2 + 7 + 12 + 17 + \dots + 197 + 202$ .*

- A. 4281                      B. 8364                      C. 10302                      D. 4182

9. What is the value of  $P$  if the equation below is correct?

*Tìm giá trị của  $P$  để được phép tính đúng dưới đây.*

$$2 \times P = 2 + 6 + 18 + 54 + \dots + 4374$$

- A. 3820                      B. 3280                      C. 2380                      D. 2830

10. Let each letter  $M, A, T, H, K, I, O$  represent distinct digits. Find the value of  $I$ .

*Biết các chữ cái  $M, A, T, H, K, I, O$  biểu diễn các chữ số khác nhau. Tìm giá trị của  $I$ .*

$$\begin{array}{r} + \quad M \quad A \quad T \quad H \\ \quad \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \\ \hline H \quad K \quad I \quad M \quad O \end{array}$$

- A. 3                      B. 2                      C. 4                      D. 5

Number Theory / Lý thuyết số

11. The weight of Ashley and Ben is 75kg. The weight of Ben and Chelsea is 81kg. The weight of Chelsea and Ashley is 84kg. Dan weighs 3kg more than the average weight of 4 friends. Find Dan's weight in kg.

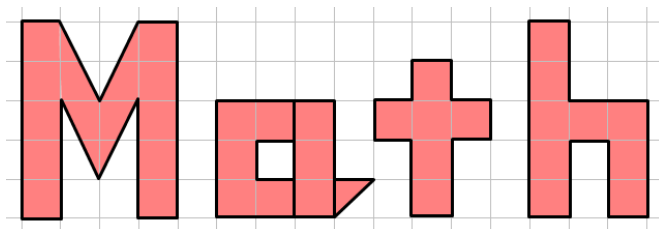
*Ashley và Ben nặng 75kg. Ben và Chelsea nặng 81kg. Chelsea và Ashley nặng 84kg. Biết rằng Dan nặng hơn số cân trung bình của cả 4 bạn là 3kg. Hỏi Dan nặng bao nhiêu kg?*

- A. 44                      B. 43                      C. 42                      D. 41

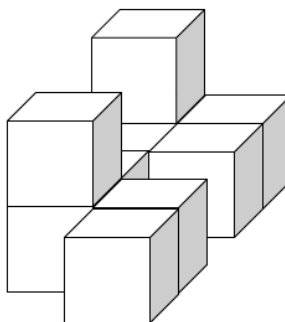
12. Find the largest 3-digit number such that it leaves remainder 6 when divided by 7.  
*Tìm số lớn nhất có 3 chữ số sao cho số đó chia 7 dư 6.*  
 A. 1000                      B. 993                      C. 994                      D. 995
13. If the 10-digit number  $\overline{20212022AB}$  is divisible by 18, find the maximum possible value for A.  
*Biết số có 10 chữ số  $\overline{20212022AB}$  chia hết cho 18, hỏi giá trị lớn nhất có thể của A là bao nhiêu?*  
 A. 8                      B. 9                      C. 5                      D. 3
14. Given that  $2*3 = 3+5$ ,  $3*4 = 4+7+10$ ,  $4*5 = 5+9+13+17$ . Find the value of  $4*6$ .  
*Biết rằng  $2*3 = 3+5$ ,  $3*4 = 4+7+10$ ,  $4*5 = 5+9+13+17$ . Tính  $4*6$ .*  
 A. 50                      B. 72                      C. 10                      D. 48
15. To write all page numbers of a book with 100 pages, how many digits 0 do we have to use?  
*Để đánh số toàn bộ số trang của 1 quyển sách 100 trang thì cần bao nhiêu chữ số 0?*  
 A. 9                      B. 10                      C. 11                      D. 12

### Geometry / Hình học

16. Each cell in the grid below has side length 4. Find the area which are painted red.  
*Mỗi ô vuông trong lưới dưới đây có độ dài cạnh 4. Tính diện tích phần màu đỏ.*



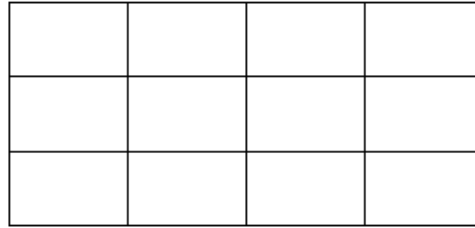
- A. 150                      B. 300                      C. 600                      D. 664
17. 10 small cubes with side length 2cm are combined to form the figure below. What is the value of its total surface area in  $cm^2$ ?  
*10 hình lập phương với cạnh dài 2cm được ghép lại thành hình dưới đây. Hỏi diện tích toàn phần của hình dưới đây là bao nhiêu  $cm^2$ ?*



- A. 160                      B. 80                      C. 40                      D. 200

18. How many rectangles are there in the figure below?

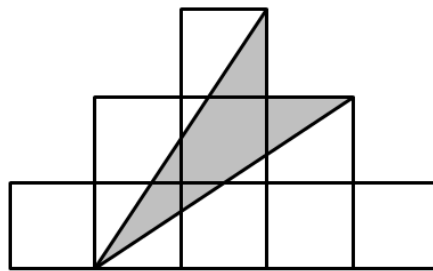
Hỏi có bao nhiêu hình chữ nhật trong hình dưới đây?



- A. 24                      B. 54                      C. 34                      D. 44

19. Nine identical squares are combined to form the figure below with perimeter 48. Find the area of the shadowed region.

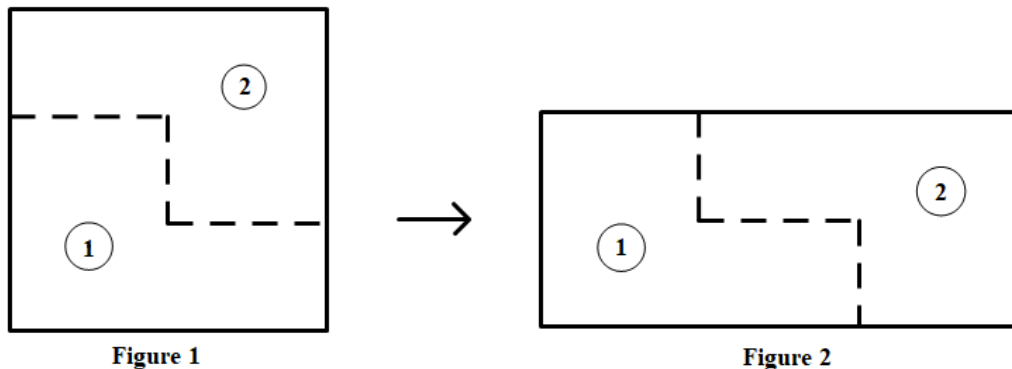
Chín hình vuông y hệt nhau được ghép lại thành hình dưới đây có chu vi là 48. Hãy tính diện tích của phần được tô đậm.



- A. 24                      B. 18                      C. 16                      D. 27

20. Andy had a square piece of paper with perimeter 72 as figure 1. Then he cut the paper into 2 identical parts to combine it into a rectangle as figure 2. Find the perimeter of the figure 2.

Andy có một mảnh giấy hình vuông có chu vi 72 như hình 1. Sau đó, anh ấy cắt mảnh giấy thành 2 mảnh y hệt nhau để ghép thành hình 2. Tính chu vi của hình 2.



- A. 80                      B. 78                      C. 76                      D. 74

## Combinatorics / Tổ hợp

21. How many 3-digit numbers are there so that the number does not contain digit "1"?

Hỏi có bao nhiêu số có 3 chữ số mà không chứa chữ số 1?

- A. 488                      B. 252                      C. 729                      D. 648

22. Sarah must take 2 or 3 pills a day. She has 13 pills in total. How many different ways are there for Sarah to take all those pills?  
*Mỗi ngày Sarah phải uống 2 hoặc 3 viên thuốc. Biết rằng cô ấy có tất cả 13 viên thuốc. Hỏi có bao nhiêu cách khác nhau để Sarah uống hết số thuốc đó?*
- A. 13                      B. 12                      C. 16                      D. 18
23. Choose 8 digits, without repetition, from 0 to 7 to form two 4-digit numbers. (E.g. 2357 and 4016). Find the greatest possible sum of these two numbers.  
*Chọn 8 chữ số (không lặp lại) từ số 0 đến số 7 để lập thành hai số có 4 chữ số (Ví dụ: chọn số 2357 và 4016). Tìm tổng lớn nhất có thể của hai số đó.*
- A. 13951                      B. 10864                      C. 19351                      D. 18064
24. Use 4 distinct digits from 0, 2, 4, 5, 6, 7 to form 4-digit numbers divisible by 5. How many different numbers can be formed?  
*Chọn 4 chữ số khác nhau từ các số 0, 2, 4, 5, 6, 7 để lập thành số có 4 chữ số chia hết cho 5. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu số như vậy?*
- A. 54                      B. 108                      C. 120                      D. 240
25. Anna needs to fill numbers in a long strip given below so that any 3 consecutive cells have the sum being 100. Which number should be filled in the 100<sup>th</sup> cell counting from the left?  
*Anna cần điền số vào một dải băng dài dưới đây sao cho 3 ô liên nhau có tổng là 100. Hỏi cần điền số bao nhiêu vào ô thứ 100 tính từ phía bên trái?*

|  |    |  |  |  |  |    |     |
|--|----|--|--|--|--|----|-----|
|  | 23 |  |  |  |  | 41 | ... |
|--|----|--|--|--|--|----|-----|

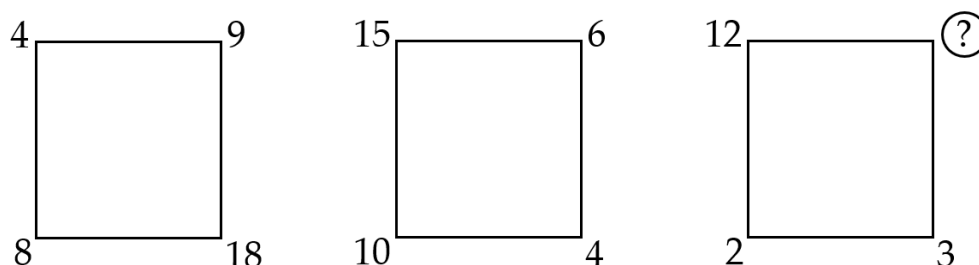
- A. 36                      B. 41                      C. 23                      D. 59

## HEAT ROUND / VÒNG QUỐC GIA

### ĐỀ SỐ 1

#### Logical Thinking / Tư duy logic

1. A store had a box of toy cars. One half but 7 fewer toy cars were sold on the first day. One half of the remaining part but 9 fewer toy cars were sold on the second day. Finally, 20 toy cars are left. How many toy cars did the box contain originally?  
*One half: Một nửa; Fewer: Ít hơn; Remaining part: Phần còn lại; Left: Còn lại; Contain: Chứa; Originally: Ban đầu.*
2. There are some chickens and rabbits. The number of chickens is 8 less than the number of rabbits. If there are 158 legs in total, how many rabbits are there?  
*Chicken: Con gà; Rabbit: Con thỏ; Less than: Ít hơn; Leg: Cái chân; In total: Tổng cộng.*
3. It takes 7 people 9 days to complete a task. How many days are required for 3 people to finish the same task?  
*Day: Ngày; Task: Công việc; Require: Cần; The same: Giống.*
4. According to the pattern shown below, what is the missing number?  
*Pattern: Quy luật; Missing number: Số còn thiếu.*



5. There are 50 blue balls, 51 red balls and 29 green balls in a bag. At least how many balls should be picked up randomly to ensure there are 3 balls for each colour?  
*At least: Ít nhất; Randomly: Ngẫu nhiên; Ensure: Chắc chắn; Each colour: Mỗi màu.*

#### Arithmetic / Số học

6. Find the value of  $8 + 15 + 22 + 29 + \dots + 106 + 113 + 120 + 127$ .  
*Value: Giá trị.*
7. Find the value of  $\frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \frac{1}{9 \times 11} + \dots + \frac{1}{31 \times 33} + \frac{1}{33 \times 35}$ .  
*Value: Giá trị.*

8. Find the value of  $\frac{2}{4 - \frac{2}{3 + \frac{3}{1 + \frac{1}{2}}}}$ .

Value: Giá trị.

9. Find the value of  $\left(\frac{3}{5} + \frac{3}{10} + \frac{3}{20} + \frac{3}{40}\right) \div \left(\frac{7}{2} + \frac{7}{4} + \frac{7}{8} + \frac{7}{16}\right)$ .

Value: Giá trị.

10. Find the value of  $111 \times 985 + 555 \times 155 + 333 \times 80$ .

Value: Giá trị.

### Number Theory / Lý thuyết số

11. Given that  $\overline{20B49238A}$  is a 9-digit number which is divisible by 36, find the maximum value of  $A + B$ .

9-digit number: Số có 9 chữ số; Divisible: Chia hết; Maximum value: Giá trị lớn nhất.

12. The sum of 9 consecutive odd numbers is 819. Find the value of the smallest number.

Sum: Tổng; Consecutive: Liên tiếp; Odd number: Số lẻ; Value: Giá trị; Smallest: Nhỏ nhất.

13. How many 3-digit numbers divisible by 9 or divisible by 13 are there?

3-digit numbers: Số có 3 chữ số; Divisible: Chia hết.

14. Define the operation symbol  $a \otimes b = \frac{2 \times a \times b}{(b - a)}$ , find the value of  $12 \otimes (4 \otimes 6)$ .

Define: Định nghĩa; Operation symbol: Ký hiệu phép toán; Value: Giá trị.

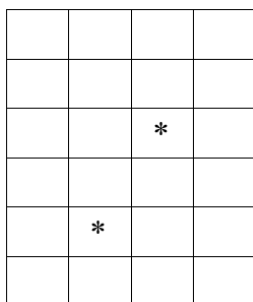
15. Find the unit digit of  $A$  given that  $A = 5 \times 8 \times 15 \times 18 \times \dots \times 95 \times 98$ .

Unit digit: Chữ số hàng đơn vị.

### Geometry / Hình học

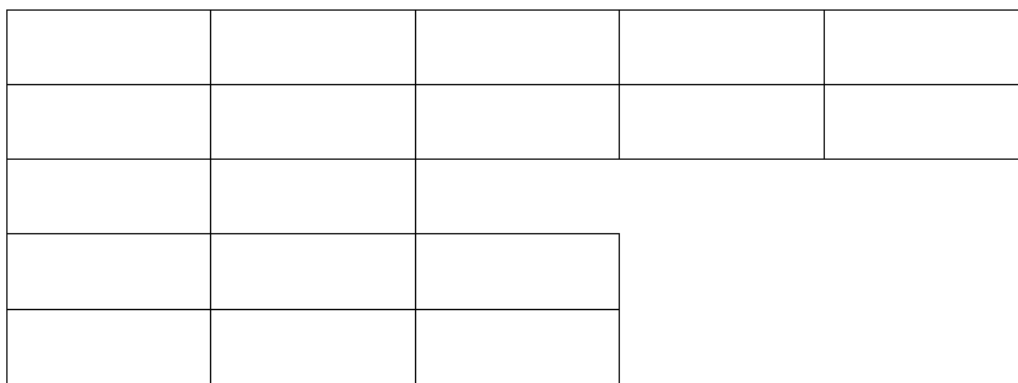
16. How many rectangles with both 2 "\*" are there in the figure below?

Rectangle: Hình chữ nhật; Figure: Hình vẽ.



17. How many rectangles are there in the figure below?

Rectangle: Hình chữ nhật; Figure: Hình vẽ.



18. The area of a rectangle is 315. If side lengths of the rectangle are integers, find the minimum value of the perimeter of the rectangle.

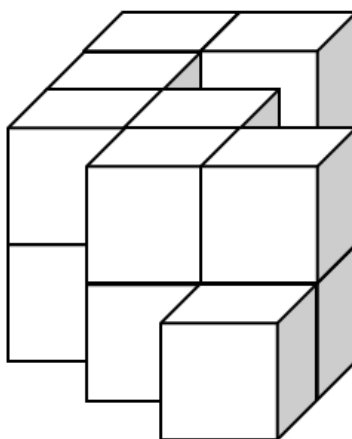
Area: Diện tích; Rectangle: Hình chữ nhật; Side length: Độ dài cạnh; Integer: Số nguyên; Minimum value: Giá trị nhỏ nhất; Perimeter: Chu vi.

19. How many times is the interior angle of a 15-sided regular polygon as the exterior angle?

How many times: Gấp bao nhiêu lần; Interior angle: Góc trong; 15-sided regular polygon: Đa giác đều 15 cạnh; Exterior angle: Góc ngoài.

20. 15 small cubes with a side length of 1 cm are stacked to get the figure below. Find its total surface area in  $\text{cm}^2$ .

Small cube: Khối lập phương nhỏ; Side length: Độ dài cạnh; Stacked: Được xếp chồng lên nhau; Figure: Hình vẽ; Total surface area: Diện tích toàn phần.



### Combinatorics / Tổ hợp

21. 10 students join a competition. Only top 3 students can be chosen to join the next round. How many different ways of choosing 3 students are there?

Join: Tham gia; Chosen: Được chọn; Different ways: Các cách khác nhau.



## ĐỀ SỐ 2

### Logical Thinking / Tư duy logic

1. Given that 16<sup>th</sup> May, 2023 is Tuesday, which day of the week is 24<sup>th</sup> June, 2023?  
*May: Tháng 5; Tuesday: Thứ Ba; Day of the week: Thứ trong tuần; June: Tháng 6.*
2. According to the pattern below, find the next number in the sequence.  
*Pattern: Quy luật; Next: Tiếp theo; Sequence: Dãy số.*  
 $13 ; 13 ; 19 ; 25 ; 37 ; 55 ; \_ ; \dots$
3. There is a total of 80 deer and ostriches in a zoo. They have a total of 190 legs. What is the difference in number between the deer and the ostriches?  
*Total: Tổng số; Deer: Con nai; Ostrich: Con đà điểu; Leg: Cái chân; Difference: Hiệu.*
4. There is a total of 540 residents in Mayfair Building, such that 18 residents are living in each floor. If we pick the residents from the building at random without repetition, at least how many residents do we need to pick to ensure that there are 15 picked residents living in the same floor?  
*Total: Tổng số; Resident: Cư dân; Each floor: Mỗi tầng; At random: Ngẫu nhiên; Without repetition: Không lặp lại; At least: Ít nhất; Ensure: Chắc chắn; The same: Giống nhau.*
5. Kasem, Mali, Rune, Sofia and other students are standing in a column of which Kasem is standing at the front of the column. There are 7 students standing between Kasem and Mali, 6 students between Mali and Rune, 13 students between Rune and Sofia. At least how many students are standing in the column?  
*Column: Hàng dọc; The front: Phía trước; Between: Ở giữa; At least: Ít nhất.*

### Arithmetic / Số học

6. Find the value of  $\frac{4}{4 \times 6} + \frac{4}{6 \times 8} + \frac{4}{8 \times 10} + \dots + \frac{4}{34 \times 36} + \frac{4}{36 \times 38} + \frac{4}{38 \times 40}$ .  
*Value: Giá trị.*
7. Find the value of  $4 - 11 + 18 - 25 + 32 - 39 + 46 - \dots + 186 - 193 + 200$ .  
*Value: Giá trị.*
8. Find the value of  $9 + 18 + 36 + 72 + \dots + 1152$ .  
*Value: Giá trị.*
9. Find the value of  $5 + 6 + 7 + \dots + 103 + 104 + 105 + 104 + 103 + \dots + 7 + 6 + 5$ .  
*Value: Giá trị.*
10. Find the value of  $14 \times 35 + 28 \times 17 + 36 \times 14 - 5 \times 14$ .  
*Value: Giá trị.*

### Number Theory / Lý thuyết số

11. Find the unit digit of  $\underbrace{125 \times 125 \times 125 \dots \times 125}_{2023's} \times \underbrace{726 \times 726 \times 726 \times 726 \dots \times 726}_{2024's}$ .

*Unit digit: Chữ số hàng đơn vị.*

12. The product of 2 natural numbers A and B is 9072. Given that A is 7 times of B, find the value of B.

*Product: Tích; Natural numbers: Số tự nhiên; 7 times: Gấp 7 lần; Value: Giá trị.*

13. If a 12-digit number  $\overline{23648769A89B}$  is divisible by 36, find the sum of all possible values of A.

*12-digit number: Số có 12 chữ số; Divisible by: Chia hết cho; Sum: Tổng; Value: Giá trị.*

14. The sum of 9 consecutive even numbers is 252. Find the smallest number among them.

*Sum: Tổng; Consecutive even numbers: Các số chẵn liên tiếp; Smallest: Nhỏ nhất.*

15. Given that 288 is divisible by X, how many natural values of X are there?

*Divisible by: Chia hết cho; Natural value: Giá trị là số tự nhiên.*

### Geometry / Hình học

16. Given that the perimeter of a rectangle is 160, find the largest possible value of the area of the rectangle.

*Perimeter: Chu vi; Rectangle: Hình chữ nhật; Largest possible value: Giá trị lớn nhất có thể; Area: Diện tích.*

17. A triangle is formed by joining 3 points not on the same straight line. Given 15 points on a plane such that any 3 of these points are not lying on the same straight line. At most how many triangles can be formed by joining these points?

*Triangle: Hình tam giác; Formed: Được tạo ra; Joining: Nối; Point: Điểm; Same: Cùng; Straight line: Đường thẳng; Plane: Mặt phẳng; At most: Nhiều nhất.*

18. A cube of side length 21 is divided into smaller cubes of side length 7. What is the difference between the sum of the surface areas of the smaller cubes and the surface area of the original cube?

*Cube: Hình lập phương; Side length: Độ dài cạnh; Divide: Chia; Smaller: Nhỏ hơn; Difference: Hiệu; Sum: Tổng; Surface area: Diện tích toàn phần; Original: Ban đầu.*

19. The area of a rectangle is 800. If the lengths of sides of the rectangle are integers, how many different values of the perimeter of this rectangle are there?

*Area: Diện tích; Rectangle: Hình chữ nhật; Length: Độ dài; Side: Cạnh; Integer: Số nguyên; Different: Khác nhau; Value: Giá trị; Perimeter: Chu vi.*

20. The exterior angle of a regular polygon is  $18^\circ$ . How many sides does it have?  
*Exterior angle: Góc ngoài; Regular polygon: Đa giác đều; Side: Cạnh.*

**Combinatorics / Tổ hợp**

21. How many different ways are there to divide 420 candies into equal group(s)? (Grouping all 420 candies into 1 group is allowed.)  
*Different ways: Các cách khác nhau; Divide: Chia; Equal group(s): (Các) nhóm bằng nhau; Allowed: Được phép.*
22. Numbers are drawn among 105 integers from 25 to 129 at random without repetition. At least how many numbers should be drawn to ensure that there are two numbers drawn whose difference is 60?  
*Drawn: Được chọn; Integer: Số nguyên; At random: Ngẫu nhiên; Without repetition: Không lặp lại; At least: Ít nhất; Ensure: Chắc chắn; Difference: Hiệu.*
23. If we choose 4 different digits from 1, 3, 5, 6 and 8 to form 4-digit numbers, how many of these numbers are divisible by 4?  
*Choose: Chọn; Different: Khác nhau; Digit: Chữ số; 4-digit number: Số có 4 chữ số; Divisible by: Chia hết cho.*
24. A flight of stairs has 15 steps. Kelvin can go up 1 step or 3 steps at a time. How many different ways are there for Kelvin to go up the stairs?  
*Flight of stairs: Cầu thang; Step: Bậc; Different: Khác nhau; Way: Cách.*
25. How many different ways are there to arrange 5 identical yellow books and 4 identical green books from left to right?  
*Different: Khác nhau; Way: Cách; Arrange: Sắp xếp; Identical: Giống nhau; From left to right: Từ trái sang phải.*

## ĐỀ SỐ 3

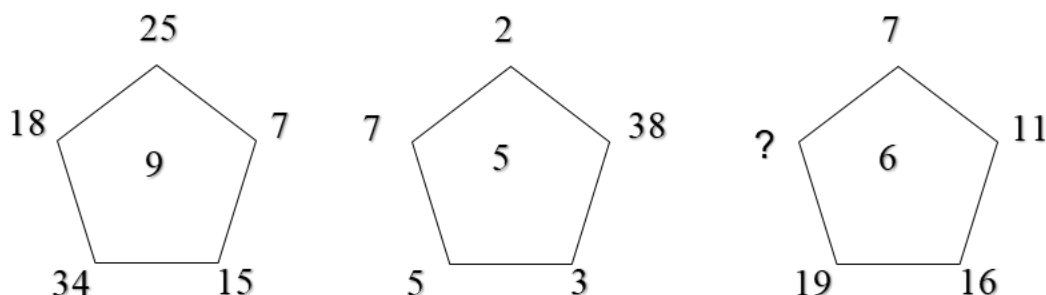
### Logical Thinking / Tư duy logic

1. Sophia has a few chocolates. If 25 is added to the number of chocolates, the sum is then divided by 8, the quotient is multiplied by 35 and finally 165 is subtracted from the product, the result will be 115. How many chocolates does Sophia have?

*Added: Cộng thêm; The number: Số lượng; Sum: Tổng; Divided by: Chia cho; Quotient: Thương; Multiplied by: Nhân với; Subtracted from: Bị trừ; Product: Tích; Result: Kết quả.*

2. From the pattern shown below, what is the number to replace the question mark?

*Pattern: Quy luật; Number: Số; Replace: Thay thế; Question mark: Dấu hỏi chấm.*



3. It takes Justin 25 minutes to finish a workout. He has to take a 9-minute break after every workout and then he continues to do another workout. How many minutes does he need to finish 4 workouts?

*Minutes: Phút; Finish: Hoàn thành; Workout: Bài tập thể dục; Break: Nghỉ giải lao.*

4. Today is Thursday, 16<sup>th</sup> June. Which day of the week is 29<sup>th</sup> December in the same year?

*Today: Hôm nay; Thursday: Thứ Năm; June: Tháng 6; Day of the week: Thứ trong tuần; December: Tháng 12; Same year: Cùng năm.*

5. There are students from 25 different classes. At least how many students do we need to choose so that we can guarantee at least 3 of the chosen are in the same class?

*Different: Khác nhau; At least: Ít nhất; Choose: Lựa chọn; Guarantee: Chắc chắn; The same class: Cùng lớp.*

### Arithmetic / Số học

6. Using the method of  $S = \frac{3 \times S - S}{2}$ , find the value of  $2 + 6 + 18 + 54 + \dots + 1458$ .

*Method: Phương pháp; Value: Giá trị.*

7. Find the value of  $\left(\frac{36}{3} + \frac{36}{4} + \frac{36}{6}\right) \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} - \frac{3}{10} + \frac{21}{10}\right)$ .

*Value: Giá trị.*

8. Find the value of  $(15 \times 17 \times 23 - 1020) \div 19$ .

Value: Giá trị.

9. Find the value of  $\frac{7}{7 \times 9} + \frac{7}{9 \times 11} + \dots + \frac{7}{35 \times 37} + \frac{7}{37 \times 39}$ .

Value: Giá trị.

10. Find the value of  $5 + 13 + 21 + \dots + 101 + 109$ .

Value: Giá trị.

### **Number Theory / Lý thuyết số**

11. Find the unit digit of  $\underbrace{527 \times 527 \times \dots \times 527}_{527 \text{ 's}} \times 9 \times 19 \times 29 \times \dots \times 109$ .

Unit digit: Chữ số hàng đơn vị.

12. Define the operation symbol  $a \otimes b = \frac{(a + 2 \times b) \times (b - 2)}{a - b + a \times b}$ .

Find the value of  $2 \otimes (3 \otimes 6) - 1$ .

Define: Định nghĩa; Operation symbol: Kí hiệu phép toán; Value: Giá trị.

13. If an 11-digit number  $\overline{2022A6914B0}$  is divisible by 9, where  $B$  is from 5 to 8, find the maximum difference of  $B$  and  $A$ .

11-digit number: Số có 11 chữ số; Divisible by: Chia hết cho; Maximum difference: Hiệu lớn nhất.

14. The average of 8 consecutive even numbers is 1 unit more than the product of 16 and 10. Find the value of the third largest number.

Average: Trung bình cộng; Consecutive even numbers: Các số chẵn liên tiếp; Unit: Đơn vị; More than: Nhiều hơn; Product: Tích; Value: Giá trị; Third largest number: Số lớn thứ 3.

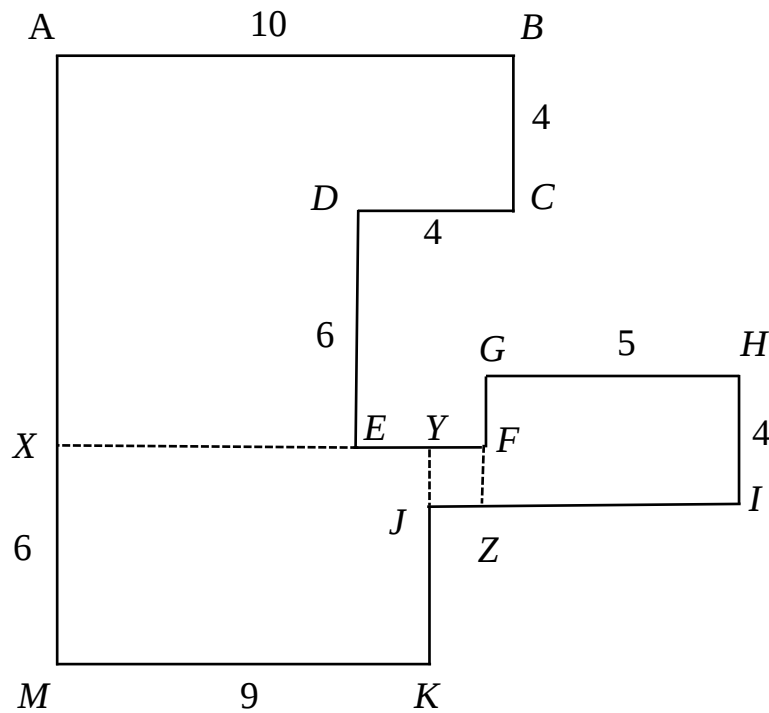
15. There are some peaches and lemons. The product of the number of peaches and the number of lemons is 735. The number of peaches is 15 times of that of lemons. How many peaches and lemons are there in total?

Peaches: Quả đào; Lemons: Quả chanh; Product: Tích; The number: Số lượng; 15 times: Gấp 15 lần; In total: Tổng cộng.

### **Geometry / Hình học**

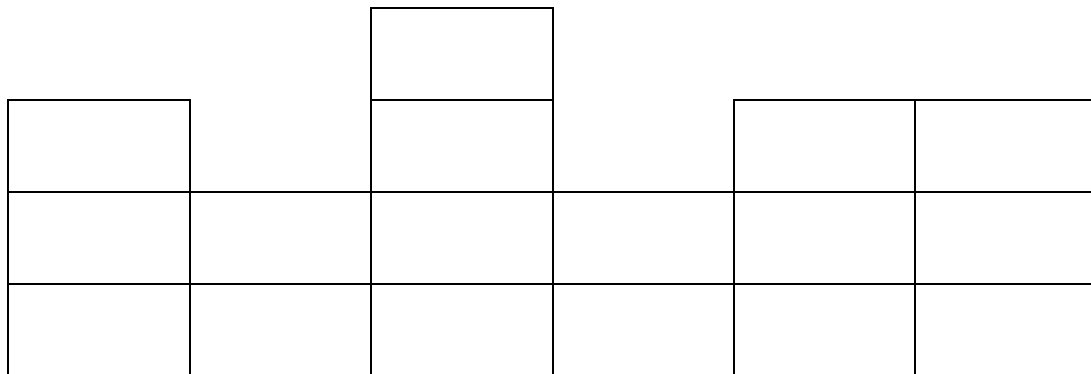
16. The figure below is a polygon  $ABCDEFGH IJ K M$ . It is given that  $AB = 10$ ,  $BC = CD = HI = 4$ ,  $DE = XM = 6$ ,  $GH = 5$ ,  $KM = 9$  and the area of polygon  $YFZJ = 1$ . Find the area of polygon  $ABCDEFGH IJ K M$ ?

Figure: Hình vẽ; Polygon: Đa giác; Area: Diện tích.



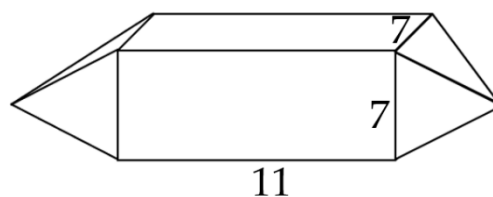
17. How many rectangles are there in the figure below?

Rectangle: Hình chữ nhật; Figure: Hình vẽ.



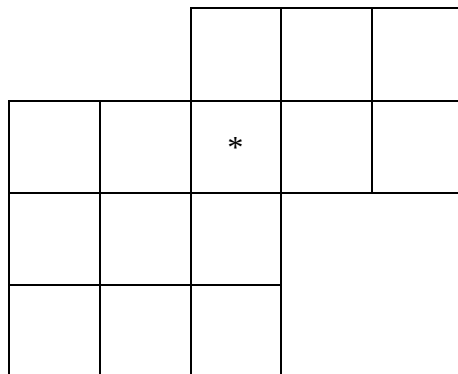
18. Refer to the following figure, the figure is formed by connecting 2 identical square pyramids and 1 cuboid. The bases of the pyramid and the cuboid are the same. The length, width and height of the cuboid are 7, 7 and 11 respectively. The height of the pyramid is 6. Find the volume of the figure.

Figure: Hình vẽ; Connecting: Ghép; Identical: Giống nhau; Square pyramids: Hình chóp có đáy là hình vuông; Cuboid: Hình hộp chữ nhật; Base: Đáy; Pyramid: Hình chóp; The same: Bằng nhau; Length: Chiều dài; Width: Chiều rộng; Height: Chiều cao; Respectively: Lần lượt; Volume: Thể tích.



19. How many rectangles with "\*" are there in the figure below?

Rectangles: Hình chữ nhật; Figure: Hình vẽ.



20. The area of a rectangle is 1620. If the lengths of sides of the rectangle are integers, how many different values of the perimeter of this rectangle are there?

Area: Diện tích; Rectangle: Hình chữ nhật; Length: Độ dài; Sides: Cạnh; Integers: Số nguyên; Different values: Các giá trị khác nhau; Perimeter: Chu vi.

### Combinatorics / Tổ hợp

21. Choose 3 digits, without repetition, from 0, 1, 3, 4, 6, 8, 9 to form 3-digit numbers. How many numbers can be divisible by 9?

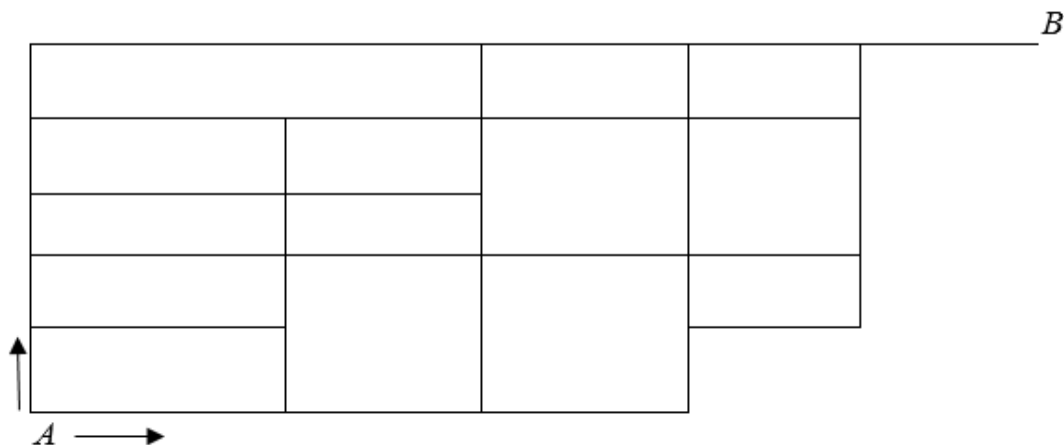
Choose: Chọn; Digits: Chữ số; Without repetition: Không lặp lại; 3-digit numbers: Số có 3 chữ số; Divisible by: Chia hết.

22. In how many ways can the letters in the word "RESISTANCE" be arranged if the arrangement begins with "SE" and ends with "S"?

Ways: Cách; Letters: Các chữ cái; Word: Từ; Arranged: Được sắp xếp; Begins: Bắt đầu; Ends: Kết thúc.

23. In how many different ways can Daniel walk from point A to point B following the paths outlined in the figure below such that he can only move up or move right?

Different ways: Các cách khác nhau; Point: Điểm; Paths: Đường kẻ; Outlined: Vẽ; Figure: Hình vẽ; Move up: Di chuyển lên trên; Move right: Di chuyển sang phải.



24. Numbers are drawn from the 85 integers 15 to 99 at random. At least how many numbers do we need to draw to ensure that there are two numbers chosen whose sum is 77?  
*Number: Số; Drawn: Được chọn ra; Integers: Số nguyên; At random: Ngẫu nhiên; At least: Ít nhất; Ensure: Chắc chắn; Sum: Tổng.*
25. If we separate 8 digits 0, 2, 3, 4, 6, 7, 8 and 9 into two groups of 4 digits and combine digits in the same group to form two 4-digit numbers, what is the smallest possible difference of these two 4-digit numbers?  
*Separate: Chia; Digit: Chữ số; Combine: Ghép; Same group: Cùng nhóm; Form: Tạo thành; 4-digit number: Số có 4 chữ số; Smallest possible difference: Hiệu nhỏ nhất có thể.*

## ĐỀ SỐ 4

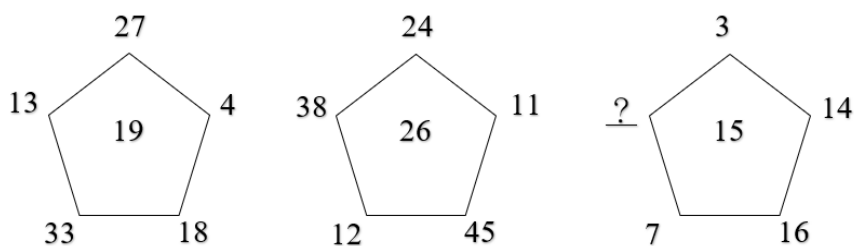
### Logical Thinking / Tư duy logic

1. Sophia has some candies. If the number of candies plus 21, divided by 16, and then is multiplied by 33 and finally minus 19. The result will be 113. How many candies does Sophia have?

*Candies: Kẹo; Plus: Cộng; Divided by: Chia cho; Multiplied by: Nhân với; Minus: Trừ; Result: Kết quả.*

2. From the pattern shown below, what is the number to replace the question mark?

*Pattern: Quy luật; Number: Số; Replace: Thay thế; Question mark: Dấu hỏi chấm.*



3. It takes Harry 14 minutes to finish an exercise. He has to take an 8-minute break after every exercise and then he continues to finish another exercise. How many minute(s) does he need to finish 5 exercises?

*Minutes: Phút; Finish: Hoàn thành; Exercise: Bài tập thể dục; Break: Nghỉ giải lao.*

4. Today is 15<sup>th</sup> June, Tuesday. Which day of the week is 3<sup>rd</sup> November in the same year?

*June: Tháng 6; Tuesday: Thứ Ba; November: Tháng 11; The same year: Cùng năm.*

5. Given that there are 6 different waiting rooms in an interview. At least how many interviewees are there to ensure that there exist 20 people entering the same room?

*Different: Khác nhau; Waiting room: Phòng chờ; Interview: Cuộc phỏng vấn; At least: Ít nhất; Interviewee: Người được phỏng vấn; Ensure: Chắc chắn; The same room: Cùng phòng.*

### Arithmetic / Số học

6. Using the method of  $S = \frac{3 \times S - S}{2}$ , find the value of  $6 + 18 + 54 + 162 + \dots + 1458$ .

*Method: Phương pháp; Value: Giá trị.*

7.  $\left(\frac{11}{2} + \frac{11}{5} + \frac{11}{6}\right) \div \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10}\right) = \frac{a}{b}$ . Given that  $\frac{a}{b}$  is a simplified fraction, find  $a + b$ .

*Value: Giá trị; Simplified fraction: Phân số tối giản.*

8. Find the value of  $(19 \times 20 \times 21 - 1197) \div 17$ .

*Value: Giá trị.*

9.  $\frac{7}{7 \times 10} + \frac{7}{10 \times 13} + \dots + \frac{7}{52 \times 55} = \frac{x}{y}$ . Given that  $\frac{x}{y}$  is a simplified fraction, find  $y - x$ .

Value: Giá trị; Simplified fraction: Phân số tối giản.

10. Find the value of  $8 + 17 + 26 + \dots + 125 + 134$ .

Value: Giá trị.

### Number Theory / Lý thuyết số

11. Find the unit digit of  $A$  if  $A = \underbrace{1022 \times 1022 \times \dots \times 1022}_{1022 \text{'s}} \times 7 \times 17 \times 27 \times \dots \times 1017$ .

Unit digit: Chữ số hàng đơn vị.

12. Define the operation symbol  $a \otimes b = \frac{(a+b) \times (b+3)}{a - 2 \times b + a \times b}$ , find the value of  $2 \otimes (3 \otimes 6)$ .

Define: Định nghĩa; Operation symbol: Kí hiệu phép toán; Value: Giá trị.

13. If a 11-digit number  $\overline{2022A3068B8}$  is divisible by 36, find the sum of all possible value(s) of  $A$ .

11-digit number: Số có 11 chữ số; Divisible by: Chia hết cho; Sum: Tổng; All possible values: Tất cả các giá trị thỏa mãn.

14. The sum of 9 consecutive odd numbers is 855. Find the value of the second smallest number.

Sum: Tổng; Consecutive odd numbers: Các số lẻ liên tiếp; Value: Giá trị; Second smallest number: Số nhỏ thứ hai.

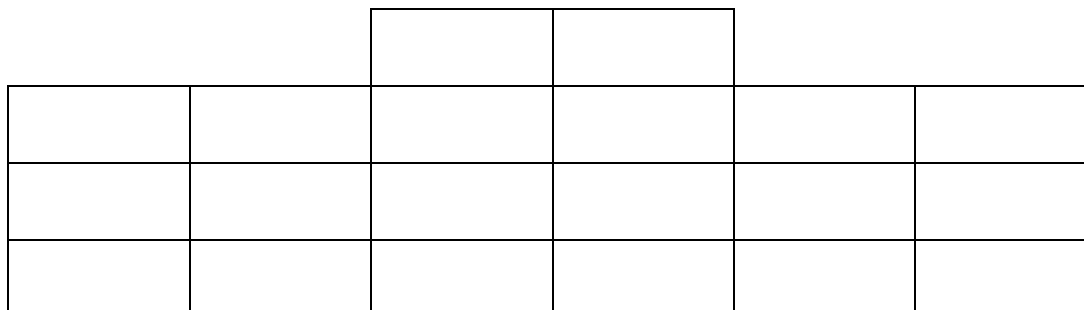
15. There are  $x$  peaches and  $y$  lemons. The product of  $x$  and  $y$  is 972. The number of peaches is 12 times of that of lemons. How many peach(es) is / are there?

Peaches: Quả đào; Lemons: Quả chanh; Product: Tích; 12 times: Gấp 12 lần.

### Geometry / Hình học

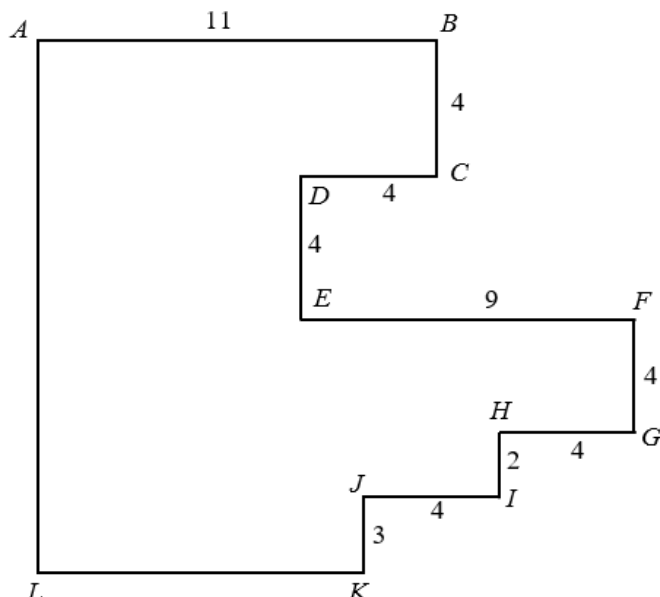
16. How many rectangle(s) is / are there in the figure below?

Rectangles: Hình chữ nhật; Figure: Hình vẽ.



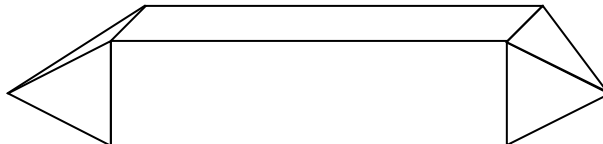
17. The figure below is a polygon  $ABCDEFGHILKL$ . Given that  $AB = 11$ ,  $BC = 4$ ,  $CD = 4$ ,  $DE = 4$ ,  $EF = 9$ ,  $FG = 4$ ,  $GH = 4$ ,  $HI = 2$ ,  $IJ = 4$ ,  $JK = 3$ . Find the area of the polygon.

Figure: Hình vẽ; Polygon: Đa giác; Area: Diện tích.

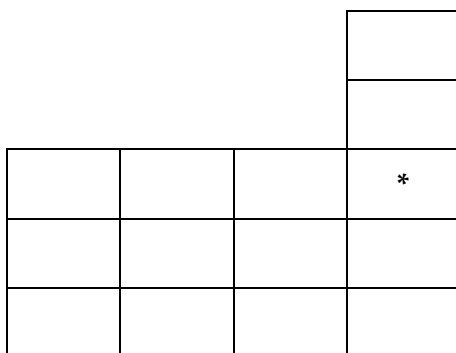


18. Refer to the following figure, the figure is formed by combining 2 identical pyramids and 1 cuboid. The bases of the pyramid and the cuboid are the same. The length, width and height of the cuboid are 11, 7 and 7 respectively. The height of the pyramid is 6. Find the volume of the figure given that the volume a pyramid is equal to  $\frac{1}{3} \times \text{Height} \times \text{Area of the base}$ .

Figure: Hình vẽ; Combining: Ghép; Identical pyramids: Hình chóp y hệt nhau; Cuboid: Hình hộp chữ nhật; Base: Đáy; Length: Chiều dài; Width: Chiều rộng; Height: Chiều cao; Respectively: Lần lượt; Volume: Thể tích; Equal to: Bằng.



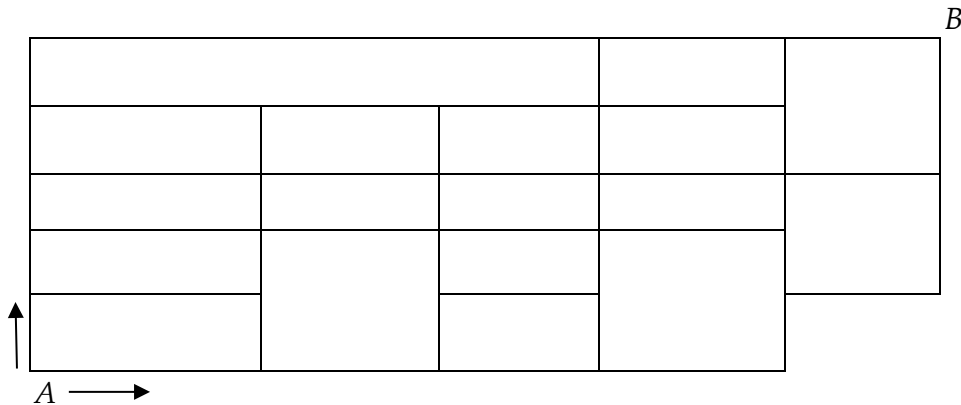
19. How many rectangle(s) with "\*" is / are there in the figure below?  
Rectangles: Hình chữ nhật; Figure: Hình vẽ.



20. The area of a rectangle is 1176. If the sides of the rectangle are integers, how many different value(s) of the perimeter of this rectangle is / are there?  
Area: Diện tích; Rectangle: Hình chữ nhật; Sides: Cạnh; Integers: Số nguyên; Different values: Các giá trị khác nhau; Perimeter: Chu vi.

**Combinatorics / Tổ hợp**

21. Choose 3 digits, without repetition, from 1, 2, 3, 6, 7 to form 3-digit numbers. How many number(s) can be divisible by 6?  
*Choose: Chọn; Digits: Chữ số; Without repetition: Không lặp lại; 3-digit numbers: Số có 3 chữ số; Divisible by: Chia hết.*
22. In how many ways can the letters in the word “PREMIUM” be arranged if the arrangement begins and ends with “M”?  
*Ways: Cách; Letters: Các chữ cái; Word: Từ; Arranged: Được sắp xếp; Begins: Bắt đầu; Ends: Kết thúc.*
23. If Daniel goes from point A to point B, each step can only move up or move right. How many way(s) is / are there?  
*Point: Điểm; Each step: Mỗi bước; Move up: Di chuyển lên trên; Move right: Di chuyển sang phải; Ways: Cách đi.*



24. Numbers are drawn from the 110 integers 22 to 131. At least how many number(s) do we need to draw to ensure that there are two numbers whose sum is 94?  
*Drawn: Được chọn ra; Integers: Số nguyên; At least: Ít nhất; Ensure: Chắc chắn; Sum: Tổng.*
25. If we construct two 4-digit numbers by using 8 digits 2, 2, 3, 4, 6, 7, 7, 9 without repetition, what is the smallest difference of these two 4-digit numbers?  
*Construct: Thành lập; 4-digit numbers: Số có 4 chữ số; Without repetition: Không lặp lại; Smallest difference: Hiệu nhỏ nhất.*

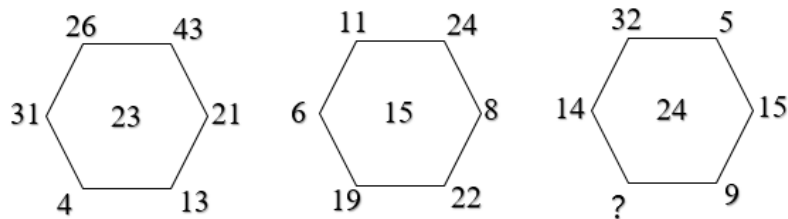
## ĐỀ SỐ 5

### Logical Thinking / Tư duy lô-gic

- This month is October. Which month will 2451 months later be?  
*Month: Tháng; October: Tháng 10; Later: Sau.*
- There are a total of 56 chickens, ducks and rabbits in a farm. These animals have a total of 146 legs. If the number of rabbits has 10 more than ducks, find the difference between the number of chickens and rabbits.  
*Total: Tổng số; More than: Nhiều hơn; Difference: Hiệu.*

- According to the pattern shown below, what is the number in the blank?

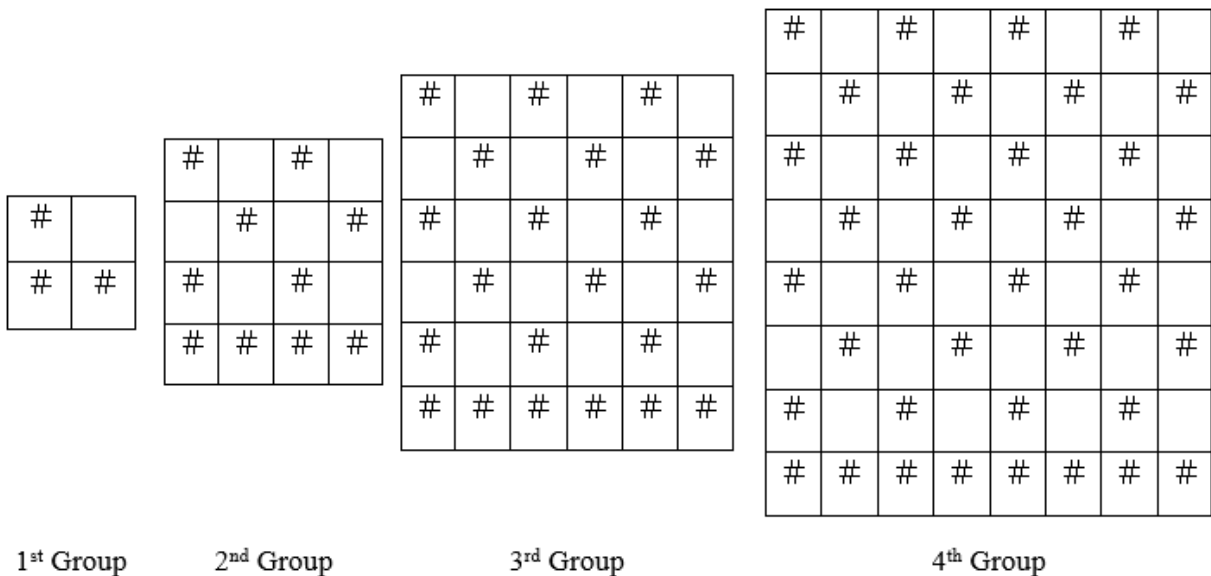
*Pattern: Quy luật; The blank: Chỗ trống.*



- It requires 12 people to take 34 days to complete a task. How many day(s) is / are needed for 8 people to finish the same task?  
*Requires: Cần; Complete a task: Hoàn thành một công việc.*

- According to the pattern shown below, how many # is / are there in the 8<sup>th</sup> group?

*Pattern: Quy luật; 8th group: Hình thứ 8.*



### Arithmetic / Số học

*Value: Giá trị (Thuật ngữ dành cho câu 6 đến câu 10).*

- Find the value of  $81 \times 81 - 19 \times 19$ .

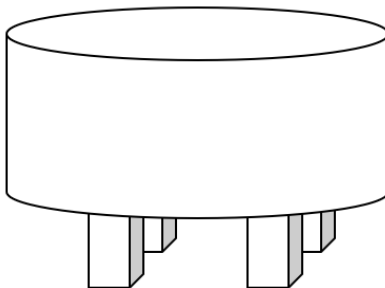
7. Find the value of  $(17 \times 18 \times 19 - 1615) \div 13$ .
8. Find the value of  $\frac{3}{4 \times 8} + \frac{3}{8 \times 12} + \dots + \frac{3}{40 \times 44} + \frac{3}{44 \times 48}$ .
9. Find the value of  $4 + 12 + 36 + 108 + \dots + 2916$ .
10. Find the value of  $\left(\frac{5}{2} + \frac{5}{4} + \frac{5}{6}\right) \div \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)$ .

### Number Theory / Lý thuyết số

11. Define the operation symbol  $a \otimes b = \frac{(a+1)(b-2)}{a \times 2 + b \times 3}$ , find the value of the operation  $(7 \otimes 7) \times (6 \otimes 4)$ .  
*Define: Định nghĩa; Operation symbol: Kí hiệu phép toán; Value: Giá trị.*
12. If a 10-digit number  $\overline{202A1777B7}$  is divisible by 99, find the value of  $A$ .  
*10-digit number: Số có 10 chữ số; Divisible: Chia hết; Value: Giá trị.*
13. The product of positive numbers  $A$  and  $B$  is 448.  $A$  is 7 times of  $B$ . Find  $A$ .  
*Product: Tích; Positive numbers: Số dương; 7 times of: Gấp 7 lần.*
14. Find the unit digit of  $A$  if  $A = \underbrace{2021 \times 2021 \times \dots \times 2021}_{2021's} \times 3 \times 13 \times 23 \times \dots \times 2023$ .  
*Unit digit: Chữ số hàng đơn vị.*
15. Mr. Lee gives some pencils to students. If everyone gets 17 pencils, 1 pencil will be left. If everyone gets 14 pencils, 28 pencils will be left. How many pencils does Mr. Lee have?  
*Left: Còn thừa.*

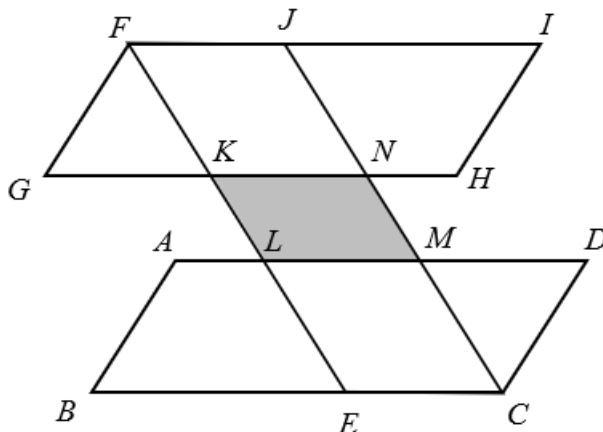
### Geometry / Hình học

16. The following figure is formed by 4 identical cuboids and 1 cylinder. The length, width and height of the cuboid are 7, 5 and 12 respectively. If the surface area of the figure is 3000, what is the surface area of the cylinder?  
*Figure: Hình vẽ; Identical cuboids: Các hình hộp chữ nhật bằng nhau; Cylinder: Hình trụ; Length: Chiều dài; Width: Chiều rộng; Height: Chiều cao; Respectively: Lần lượt; Surface area: Diện tích toàn phần.*



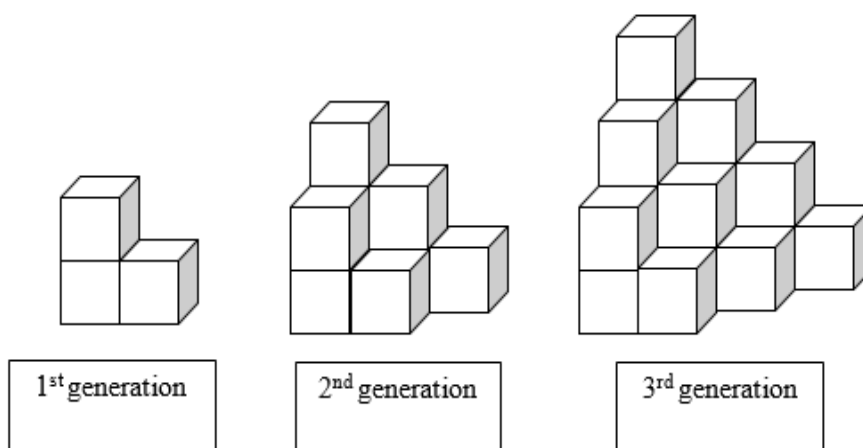
17. The figure below is formed by 3 identical parallelograms  $ABCD$ ,  $FGHI$ ,  $FECJ$ . Their side lengths are 12 and 5 respectively. Find the perimeter of the shaded region  $KLMN$ .

Figure: Hình vẽ; Identical parallelograms: Các hình bình hành y hệt nhau; Side lengths: Độ dài cạnh; Respectively: Lần lượt; Perimeter: Chu vi; Shaded region: Phần được tô đậm.



18. According to the pattern shown below, how many cube(s) is / are there in the 8<sup>th</sup> generation?

Pattern: Quy luật; Cubes: Hình lập phương; 8th generation: Hình thứ 8.

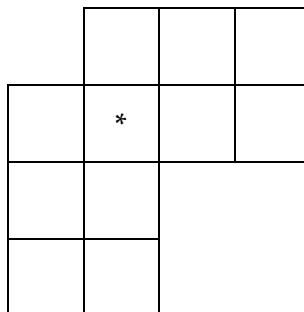


19. A cube with side length 9 is divided into cubes with side length 3. By how much does the surface area increase?

Cube: Hình lập phương; Side length: Độ dài cạnh; Divided into: Được chia thành; Surface area: Diện tích toàn phần; Increase: Tăng.

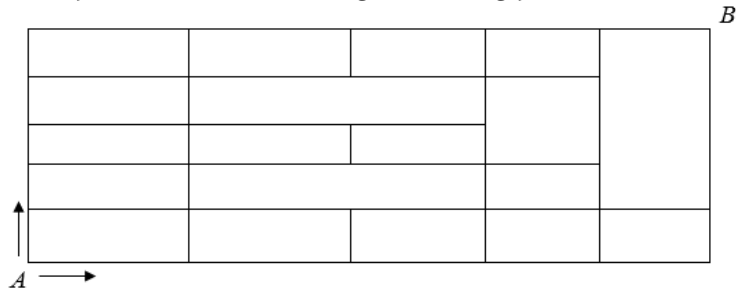
20. How many rectangle(s) with "\*" is / are there in the figure below?

Rectangles: Hình chữ nhật; Figure: Hình vẽ.



### Combinatorics / Tổ hợp

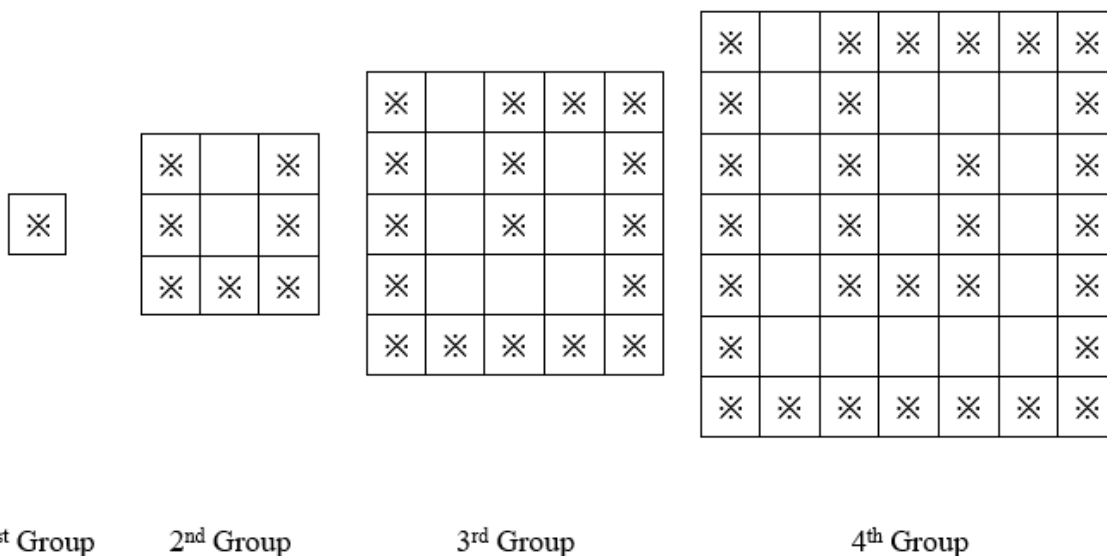
21. A flight of stairs has 11 steps. Bobby can go up for 1 step or 2 steps each time. How many way(s) is / are there for Bobby to go up the stairs?  
*A flight of stairs: Cầu thang; Steps: Bậc thang.*
22. Numbers are drawn from the 120 integers 31 to 150. At least how many numbers are drawn at random to ensure that there are two numbers whose sum is 88?  
*Drawn: Được chọn ra; Integers: Số nguyên; At least: Ít nhất; At random: Ngẫu nhiên; Ensure: Chắc chắn; Sum: Tổng.*
23. How many 4-digit odd number(s) is / are there so that the product of 4 digits is 32?  
*4-digit odd numbers: Số lẻ có 4 chữ số; Product of 4 digits: Tích 4 chữ số.*
24. There are 12 boys and 8 girls in a class. Choose 3 boys and 2 girls to form a research group. How many way(s) is / are there in total?  
*Choose: Chọn ra; Research group: Nhóm nghiên cứu; In total: Tổng số.*
25. If Harry goes from point A to point B, each step can only move up or move right. How many way(s) is / are there?  
*Point: Điểm; Move up: Đi lên trên; Move right: Đi sang phải.*



## ĐỀ SỐ 6

### Logical Thinking / Tư duy lô-gic

1. Andy's father's age this year minuses 2, is divided by 4, adds 7 and is multiplied by 12. The result will be 252 years old. How old is Andy's father this year?  
*Minus: Trừ; Divide: Chia; Add: Cộng; Multiply: Nhân; Result: Kết quả.*
2. There are a total of 30 chickens and rabbits in a farm. The animals have a total of 74 legs. How many rabbit(s) is / are there?  
*Total: Tất cả.*
3. There are 16 blue balls, 28 red balls and 30 green balls in a bag. At least how many balls should be picked up to ensure there are 5 balls for each colour?  
*At least: Ít nhất; Ensure: Chắc chắn; Each: Mỗi.*
4. It requires 8 people to take 21 days to complete a task. How many day(s) is / are needed for 12 people to finish the same task?  
*Require: Cần; Complete a task: Hoàn thành công việc; The same: Giống nhau.*
5. According to the pattern shown below, how many ✖ is / are there in the 10<sup>th</sup> group?  
*Pattern: Quy luật; 10th group: Nhóm thứ 10.*



### Arithmetic / Số học

*Value: Giá trị (Thuật ngữ dành cho câu 6 đến câu 10).*

6. Find the value of  $x$  if  $\frac{3x-8}{7} = 7$ .
7. Find the value of  $16 + 20 + 24 + \dots + 64 + 68$ .

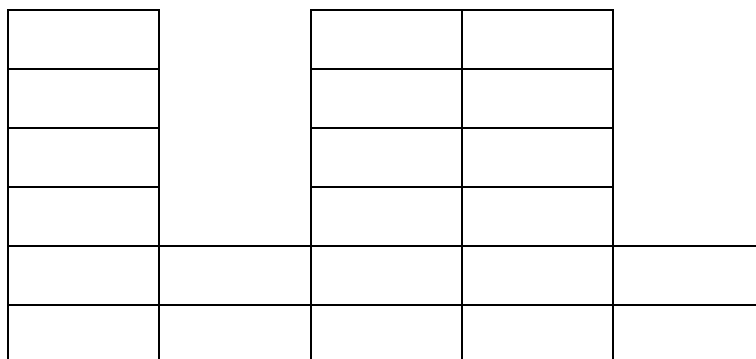
8. Find the value of  $13 \times 81 + 27 \times 12 - 9 \times 123$ .
9. Find the value of  $\frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \dots + \frac{1}{26 \times 27} + \frac{1}{27 \times 28}$ .
10. Find the value of  $\left(\frac{5}{3} + \frac{5}{6} + \frac{5}{9} + \frac{5}{12}\right) \div \left(\frac{8}{6} + \frac{8}{12} + \frac{8}{18} + \frac{8}{24}\right)$ .

### Number Theory / Lý thuyết số

11. If a 9-digit number  $\overline{20204621A}$  is divisible by 11, find the value of  $A$ .  
9-digit number: Số có 9 chữ số; Divisible: Chia hết; Value: Giá trị.
12. Define the operation symbol  $a \otimes b = \frac{(a+b) \times (a-b)}{(a-1) \times b}$ ,  $a \neq 1$  and  $b \neq 0$ , find the value of  $19 \otimes (6 \otimes 4)$ .  
Define: Định nghĩa; Operation symbol: Ký hiệu phép toán; Value: Giá trị.
13. How many 3-digit numbers that can be divisible by 11 or 19 is / are there?  
3-digit number: Số có 3 chữ số; Divisible: Chia hết.
14. The sum of two positive numbers  $A$  and  $B$  is 198. Find the minimum value of the product of  $A$  and  $B$ .  
Sum: Tổng; Positive number: Số tự nhiên lớn hơn 0; Minimum value: Giá trị nhỏ nhất; Product: Tích.
15. Find the last 2 digits of  $6 \times 16 \times 26 \times 36 \times \dots \times 216$ .  
Digit: Chữ số; Last: Tận cùng.

### Geometry / Hình học

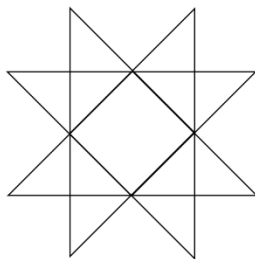
16. How many rectangle(s) is / are there in the figure below?  
Rectangle: Hình chữ nhật; Figure: Hình vẽ.



17. How many side(s) does a regular polygon which has  $36^\circ$  exterior angle have?  
Side: Cạnh; Regular polygon: Đa giác đều; Exterior: Bên ngoài; Angle: Góc.

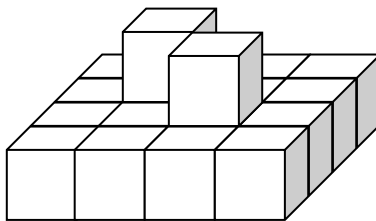
18. How many right-angled triangle(s) is / are there in the figure below?

*Right-angled triangle: Tam giác vuông; Figure: Hình vẽ.*



19. 18 small cubes with side length  $1\text{cm}$  are combined. According to the pattern shown below, find the surface area in  $\text{cm}^2$ .

*Cube: Hình lập phương; Pattern: Quy luật; Surface area: Diện tích bề mặt.*



20. A square is formed by 162 rectangles that are  $1\text{cm} \times 2\text{cm}$ . Find the decrease in perimeter in  $\text{cm}$ .

*Square: Hình vuông; Rectangle: Hình chữ nhật; Decrease: Giảm; Perimeter: Chu vi.*

### Combinatorics / Tổ hợp

21. How many way(s) is / are there to split 256 students in group(s) of equal sizes? (All students can be in 1 group.)

*Way: Cách; Split: Chia; Equal: Bằng nhau.*

22. A flight of stairs has 11 steps. Peter can go up for 1 step or 3 steps each time. How many way(s) is / are there for Peter to go up the stairs?

*Flight of stairs: Cầu thang; Steps: Bậc thang.*

23. Choose 3 digits, without repetition, from 1, 3, 5, 7, 9 to form 3-digit numbers. How many number(s) can be divisible by 11?

*Without repetition: Không lặp lại; Form: Tạo thành; Divisible: Chia hết.*

24. Numbers are drawn from the 81 integers 100 to 180. At least how many numbers are drawn at random to ensure that there are two numbers whose sum is 300?

*Drawn: Được chọn ra; Integers: Số nguyên; At least: Ít nhất; At random: Ngẫu nhiên; Ensure: Chắc chắn; Sum: Tổng.*

25. 5 identical black books and 4 identical white books are put from left to right. How many different permutation(s) is / are there?

*Identical: Giống nhau; Permutation: Cách sắp xếp vị trí.*

## ĐỀ SỐ 7

### Logical Thinking / Tư duy lô-gic

1. What is the value of the number to represent “?” in the following sequence?

*Value: Giá trị; Sequence: Dãy số.*

**1, 4, 9, 16, 25, 36, ? , 64, ...**

2. Today is 13<sup>th</sup> October. In the same year, World International Mathematical Olympiad Final will be held on 29<sup>th</sup> December. How many day(s) is / are remaining?

*October: Tháng Mười; The same year: Cùng năm đó; Held: Tổ chức; December: Tháng Mười hai  
Remaining: Còn lại.*

3. It requires 16 minutes to cut a piece of wood into 5 sections. If the time required to cut into each section is the same, how many minute(s) is / are required to cut a piece of wood into 13 sections?

*Require: Cần; Piece of wood: Miếng gỗ; Each: Mỗi; Section: Phần.*

4. Andy's father's age this year minuses 7, is divided by 8, adds 4 and multiplies 8. The result will be 72 years old. How old is Andy's father this year?

*Minus: Trừ; Divide: Chia; Add: Cộng; Multiply: Nhân; Result: Kết quả.*

5. It requires 10 people to take 12 days to complete a task. How many day(s) is / are needed for 15 people to finish the same task?

*Require: Cần; Complete a task: Hoàn thành công việc.*

### Arithmetic / Số học

*Value: Giá trị (Thuật ngữ dành cho câu 6 đến câu 10).*

6. Find the value of  $x$  if  $3x - 4 = 11$ .
7. Find the value of  $2018^2 - 1013^2$ .
8. Find the value of  $3 + 6 + 9 + \dots + 45 + 48 + 51$ .
9. Find the value of  $1 + 4 + 9 + 16 + \dots + 121 + 144 + 169$ .
10. Find the value of  $111 \times 235 + 333 \times 103 + 222 \times 228$ .

### Number Theory / Lý thuyết số

11. If a 9-digit number  $\overline{20181014A}$  is divisible by 6, find the value of  $A$ .

*9-digit number: Số có 9 chữ số; Divisible: Chia hết; Value: Giá trị.*

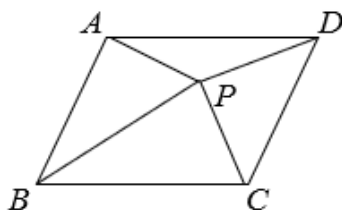
12. Find the unit digit of  $A$  if  $A = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 8 \times 9$ .

*Unit digit: Chữ số hàng đơn vị.*

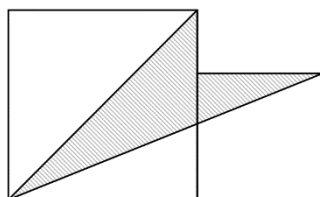
13. Define the operation symbol  $a \otimes b = (b - a)^2$ , find the value of  $(16 \otimes 13) \otimes 8$ .  
*Define: Định nghĩa; Operation symbol: Ký hiệu phép toán; Value: Giá trị.*
14. The product of two numbers  $A$  and  $B$  is 576.  $A$  is 4 times of  $B$ . Find the value of  $B$ .  
*Product: Tích; Times: Nhân; Value: Giá trị.*
15. How many 3-digit numbers that can be divisible by 6 or 8 is / are there?  
*3-digit number: Số có 3 chữ số; Divisible: Chia hết.*

### Geometry / Hình học

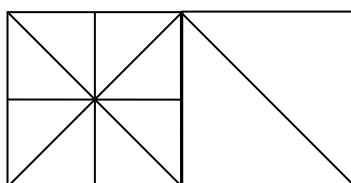
16. It is known that the lengths of shorter sides for a right-angled triangle are 20cm and 21cm respectively. Find the length of the longest side.  
*Length: Độ dài; Side: Cạnh; Right-angled triangle: Tam giác vuông.*
17. A cube with side length 6cm is divided into cubes with side length 2cm. By how much does the surface area increase? (Unit in  $cm^2$ ).  
*Cube: Hình lập phương; Divide: Chia; Surface: Bề mặt; Area: Diện tích; Increase: Tăng.*
18.  $P$  is a point in parallelogram  $ABCD$ . Given that area of  $\triangle APD = 39cm^2$ , area of  $\triangle BCP$  equals to 37% of parallelogram  $ABCD$ . What is the area of parallelogram  $ABCD$  (in  $cm^2$ )?  
*Point: Điểm; Parallelogram: Hình bình hành; Area: Diện tích; Equal: Bằng.*



19. The figure below is formed by two squares. Their side lengths are 12cm and 8cm respectively. Find the area of the shaded region. (Unit in  $cm^2$ ).  
*Figure: Hình vẽ; Square: Hình vuông; Side: Cạnh; Length: Độ dài; Respectively: Lần lượt; Shaded region: Phần tô đậm.*



20. How many right-angled triangle(s) is / are there in the figure below?  
*Right-angled triangle: Tam giác vuông; Figure: Hình vẽ.*



### Combinatorics / Tổ hợp

21. Find the smallest difference by using digits from 0 to 7 with repetition to form two 4-digit numbers.  
*Difference: Hiệu; With repetition: Có thể lặp lại; 4-digit number: Số có 4 chữ số.*
22. There are a total of 24 chickens and rabbits in a farm. The animals have a total of 64 legs. How many chicken(s) is / are there?  
*Total: Tất cả.*
23. Choose 3 digits, without repetition, from 1, 3, 5, 7, 9 to construct 3-digit numbers. Of these 3-digit numbers, how many of them are divisible by 9?  
*Without repetition: Không lặp lại; Construct: Tạo thành; 3-digit number: Số có 3 chữ số; Divisible: Chia hết.*
24. Numbers are drawn from the 100 integers 1 to 100. At least how many numbers are drawn at random to ensure that there are two numbers whose difference is 21?  
*Drawn: Được chọn ra; Integers: Số nguyên; At least: Ít nhất; At random: Ngẫu nhiên; Ensure: Chắc chắn; Difference: Hiệu.*
25. How many way(s) is / are there to split 2018 students into groups of equal sizes?  
*Way: Cách; Split: Chia; Groups: Các nhóm; Equal: Bằng nhau.*

# LỜI GIẢI CHI TIẾT

## PRELIMINARY ROUND / VÒNG LOẠI

### ĐỀ SỐ 1

#### Logical Thinking / Tư duy lô-gic

- Quy luật: Kể từ số thứ 3, mỗi số là tổng của 2 số liền trước.  
 $3 + 1 = 4, \quad 1 + 4 = 5, \quad 4 + 5 = 9, \quad 5 + 9 = 14, \quad \dots$   
Số thứ 7 trong dãy là:  $9 + 14 = 23$ .  
Số thứ 8 trong dãy là:  $14 + 23 = 37$ .  
Đáp số: B.
- Giả sử 27 con vật trong sở thú đều là con ngựa.  
Khi đó, tổng số chân của 27 con ngựa là:  $27 \times 4 = 108$  (cái chân).  
Tổng số chân bị tính thừa so với thực tế là:  $108 - 76 = 32$  (cái chân).  
Nhận thấy, mỗi con chim khi bị giả sử là con ngựa đã bị tính thừa 2 cái chân.  
Vậy số con chim trong sở thú là:  $32 : 2 = 16$  (con).  
Đáp số: D.
- Ngày 15/08 cách ngày 31/08 số ngày là:  $31 - 15 = 16$  ngày.  
Ngày 31/08 cách ngày 21/09 số ngày là: 21 ngày.  
Do đó, ngày 15/08 cách ngày 21/09 số ngày là:  $16 + 21 = 37$  ngày.  
Ta có:  $37 : 7 = 5$  (tuần) dư 2 (ngày).  
5 tuần sau ngày 15/08 cũng là Chủ nhật. 2 ngày sau đó là thứ Ba.  
Vậy ngày 21/09 là thứ Ba.  
Đáp số: C.
- Một nửa số trứng còn lại sau ngày đầu tiên là:  $2 + 4 = 6$  (quả).  
Số trứng còn lại sau ngày đầu tiên là:  $6 \times 2 = 12$  (quả).  
Nếu ngày đầu tiên David bán ít đi 10 quả trứng thì số trứng còn lại sau ngày đầu tiên bằng một phần ba số trứng ban đầu.  
Do đó, một phần ba số trứng ban đầu là:  $12 + 10 = 22$  (quả).  
Vậy ban đầu David có số trứng là:  $22 \times 3 = 66$  (quả).  
Đáp số: D.
- Số tách trà trong mỗi nhóm lần lượt là: 9, 14, 19, 24, ...  
Quy luật: Số tách trà trong mỗi nhóm tăng dần 5 đơn vị.  
 $9 + 5 = 14, \quad 14 + 5 = 19, \quad 19 + 5 = 24, \quad \dots$   
Số tách trà trong nhóm thứ 5 là:  $24 + 5 = 29$ .  
Số tách trà trong nhóm thứ 6 là:  $29 + 5 = 34$ .  
Số tách trà trong nhóm thứ 7 là:  $34 + 5 = 39$ .  
Đáp số: A.

Arithmetic / Số học

6.  $6 \times x + 15 = 345$

$$6 \times x = 345 - 15$$

$$6 \times x = 330$$

$$x = 330 : 6$$

$$x = 55.$$

Đáp số: D.

7. Tổng đã cho là tổng của dãy số cách đều 4 đơn vị.

Số số hạng của tổng là:  $(79 - 31) : 4 + 1 = 13$  (số).

Tổng cần tìm là:  $(31 + 79) \times 13 : 2 = 715$ .

Đáp số: A.

8.  $31 \times 47 + 62 \times 33 - 31 \times 13$

$$= 31 \times 47 + 31 \times 2 \times 33 - 31 \times 13$$

$$= 31 \times 47 + 31 \times 66 - 31 \times 13$$

$$= 31 \times (47 + 66 - 13)$$

$$= 31 \times 100 = 3100.$$

Đáp số: C.

9.  $M = 3 + 6 + 12 + 24 + \dots + 768$

$$2 \times M = 6 + 12 + 24 + 48 + \dots + 1536.$$

Ta thực hiện phép tính trừ và loại bỏ phần giống nhau:

$$2 \times M - M = (6 + 12 + 24 + 48 + \dots + 1536) - (3 + 6 + 12 + 24 + 48 + \dots + 768)$$

$$M = 1536 - 3$$

$$M = 1533.$$

Đáp số: B.

10. 
$$\frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \dots + \frac{1}{59 \times 60}$$
$$= \frac{5-4}{4 \times 5} + \frac{6-5}{5 \times 6} + \frac{7-6}{6 \times 7} + \dots + \frac{60-59}{59 \times 60}$$
$$= \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{59} - \frac{1}{60}$$
$$= \frac{1}{4} - \frac{1}{60} = \frac{7}{30}.$$

Đáp số: D.

Number Theory / Lý thuyết số

11. Thay  $a = 2$  và  $b = 3$  vào định nghĩa phép toán, ta có:

$$2 \otimes 3 = 2 + 3 \times 2 - 4 = 2 + 6 - 4 = 8 - 4 = 4.$$

Do đó,  $(2 \otimes 3) \otimes 5 = 4 \otimes 5$ .

Thay  $a = 4$  và  $b = 5$  vào định nghĩa phép toán, ta có:

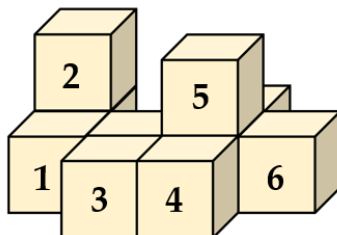
$$4 \otimes 5 = 4 + 5 \times 2 - 4 = 4 + 10 - 4 = 14 - 4 = 10.$$

Đáp số: A.

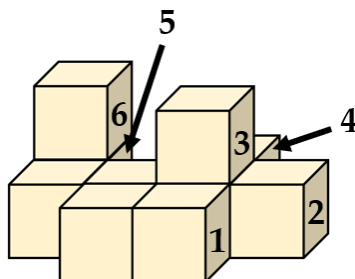
12. Coi giá trị của Q là 1 phần. Khi đó, giá trị của P là 6 phần.  
 Tổng số phần bằng nhau là:  $1 + 6 = 7$  (phần).  
 Giá trị của mỗi phần là:  $84 : 7 = 12$ .  
 Vì giá trị của Q là 1 phần nên Q là 12.  
 Giá trị của P là:  $84 - 12 = 72$ .  
 Hiệu của P và Q là:  $72 - 12 = 60$ .  
 Đáp số: A.
13. Vì  $\overline{20254851M}$  chia hết cho 45 nên cũng chia hết cho cả 9 và 5.  
 Vì  $\overline{20254851M}$  chia hết cho 9 nên tổng các chữ số chia hết cho 9.  
 Do đó,  $2 + 0 + 2 + 5 + 4 + 8 + 5 + 1 + M = M + 27$  chia hết cho 9. Suy ra,  $M = 0$  hoặc  $M = 9$ .  
 Vì  $\overline{20254851M}$  chia hết cho 5 nên  $M = 0$ .  
 Đáp số: D.
14. Các số có 3 chữ số chia hết cho 9 là: 108, 117, 126, ..., 999.  
 Các số có 3 chữ số chia hết cho 9 tạo thành dãy số cách đều 9 đơn vị.  
 Số các số có 3 chữ số chia hết cho 9 là:  $(999 - 108) : 9 + 1 = 100$  (số).  
 Đáp số: D.
15. Sau lượt chia đầu tiên, mỗi hộp có 5 chiếc bút chì.  
 Để mỗi hộp có 6 chiếc bút chì, Mina cần chia thêm 1 chiếc bút chì vào mỗi hộp.  
 Tổng số bút chì Mina đã chia thêm là:  $22 - 13 = 9$  (chiếc).  
 Vì mỗi hộp được chia 1 chiếc bút chì nên số hộp là:  $9 : 1 = 9$  (hộp).  
 Số bút chì của Mina là:  $9 \times 5 + 22 = 67$  (cái).  
 Đáp số: C.

### Geometry / Hình học

16. Có 4 đường nằm ngang nên số cách chọn ra 2 đường nằm ngang là:  $4 \times 3 : 2 = 6$  (cách).  
 Có 7 đường nằm dọc nên số cách chọn ra 2 đường nằm dọc là:  $7 \times 6 : 2 = 21$  (cách).  
 Vậy số hình chữ nhật trong hình vẽ đã cho là:  $6 \times 21 = 126$  (hình).  
 Đáp số: A.
17. Ta đánh số các mặt hình vuông ở phía trước như dưới đây:

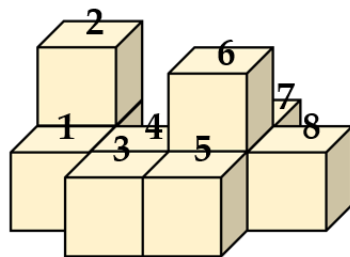


Có 6 mặt hình vuông ở phía trước. Do đó, có 6 mặt hình vuông ở phía sau.  
 Ta đánh số các mặt hình vuông ở bên phải như dưới đây:



Có 6 mặt hình vuông ở bên phải. Do đó, có 6 mặt hình vuông ở bên trái.

Ta đánh số các mặt hình vuông ở phía trên như dưới đây:



Có 8 mặt hình vuông ở phía trên. Do đó, có 8 mặt hình vuông ở phía dưới.

Tổng số mặt hình vuông ở bề mặt hình đã cho là:  $6 + 6 + 6 + 6 + 8 + 8 = 40$  (mặt).

Diện tích của mỗi mặt hình vuông là:  $1 \times 1 = 1$  (cm<sup>2</sup>).

Vậy diện tích toàn phần của hình đã cho là:  $1 \times 40 = 40$  (cm<sup>2</sup>).

Đáp số: B.

18. Ta có:  $58 = 1 \times 58 = 2 \times 29$ .

**Trường hợp 1:** Chiều rộng là 1 cm, chiều dài là 58 cm.

Khi đó, chu vi hình chữ nhật là:  $(1 + 58) \times 2 = 118$  (cm).

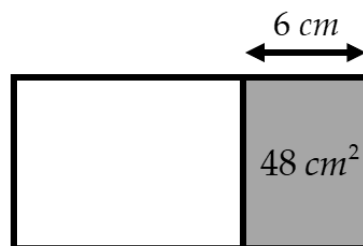
**Trường hợp 2:** Chiều rộng là 2 cm, chiều dài là 29 cm.

Khi đó, chu vi hình chữ nhật là:  $(2 + 29) \times 2 = 62$  (cm).

Vậy chu vi lớn nhất của hình chữ nhật là 118 cm.

Đáp số: D.

19. Ta biểu diễn phần diện tích tăng thêm bằng phần tô đậm như dưới đây:



Nhận thấy, phần diện tích tăng thêm là hình chữ nhật có một chiều bằng 6 cm, chiều còn lại bằng với chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu.

Do đó, chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu là:  $48 : 6 = 8$  (cm).

Nửa chu vi của hình chữ nhật ban đầu là:  $42 : 2 = 21$  (cm).

Chiều dài của hình chữ nhật ban đầu là:  $21 - 8 = 13$  (cm).

Diện tích của hình chữ nhật ban đầu là:  $13 \times 8 = 104$  (cm<sup>2</sup>).

Diện tích của hình chữ nhật mới là:  $104 + 48 = 152$  (cm<sup>2</sup>).

Đáp số: D.

20. Nửa chu vi của mỗi hình chữ nhật trắng là:  $28 : 2 = 14$  (cm).

Chiều dài của mỗi hình chữ nhật trắng là:  $14 - 3 = 11$  (cm).

Do đó, độ dài cạnh của hình vuông là 11 cm.

Chiều rộng của hình chữ nhật tô đậm là:  $11 - 3 - 3 = 5$  (cm).

Chiều dài của hình chữ nhật tô đậm bằng với độ dài cạnh của hình vuông và là 11 cm.

Chu vi của hình chữ nhật tô đậm là:  $(5 + 11) \times 2 = 32$  (cm).

Đáp số: C.

### Combinatorics / Tổ hợp

21. Có 2 cách xếp Alice vào vị trí số 1 hoặc vị trí số 2.

Có 4 cách xếp Layla vào 1 trong 4 vị trí còn lại.

Có 3 cách xếp Jane vào 1 trong 3 vị trí còn lại.

Có 2 cách xếp Mikel vào 1 trong 2 vị trí còn lại.

Có 1 cách xếp Leona vào vị trí còn lại.

Vậy số cách xếp hàng thỏa mãn yêu cầu là:  $2 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 48$  (cách).

Đáp số: B.

22. Trường hợp xấu nhất: Ta lấy được 8 viên bi đỏ, 8 viên bi vàng, 6 viên bi xanh lá và 8 viên bi xanh dương. Khi đó, nếu lấy thêm 1 viên bi bất kì thì chắc chắn có được 9 viên bi cùng màu.

Vậy ta cần lấy ngẫu nhiên ít nhất số bi là:  $8 + 8 + 6 + 8 + 1 = 31$  (viên).

Đáp số: C.

23. Có 9 cách chọn chữ số hàng trăm (từ 1 đến 9).

Có 7 cách chọn chữ số hàng chục (từ 0 đến 6).

Có 10 cách chọn chữ số hàng đơn vị (từ 0 đến 9).

Vậy số các số có 3 chữ số mà hàng chục nhỏ hơn 7 là:  $9 \times 7 \times 10 = 630$  (số).

Đáp số: A.

24. Có 1 cách đến bậc 1 và 2 cách đến bậc 2.

Bậc 6 bị hỏng nên có 0 cách đến bậc 6.

Xét các bậc còn lại: Số cách đến một bậc bất kì bằng tổng số cách đến 2 bậc liền trước.

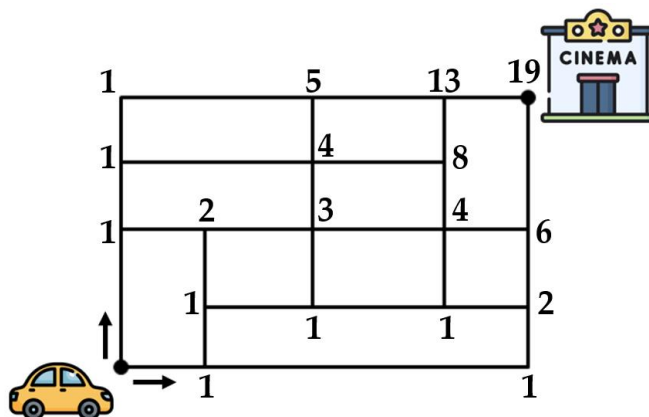
Ta có bảng sau:

| Bậc     | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9  | 10 | 11 |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| Số cách | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 | 0 | 8 | 8 | 16 | 24 | 40 |

Vậy Edward có 40 cách để đi hết cầu thang.

Đáp số: A.

25. Số cách đến 1 điểm bất kì bằng tổng số cách đến các điểm liền trước nó. Nếu chỉ có 1 điểm liền trước thì số cách đi giữ nguyên. Ta có số cách đi đến các điểm như sau:

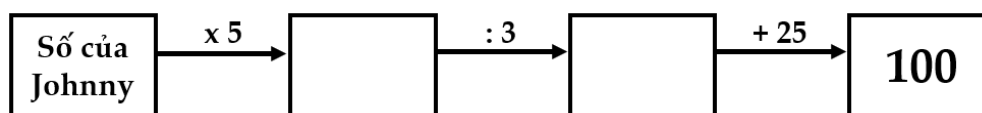


Đáp số: D.

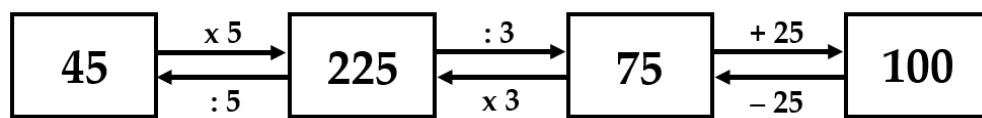
## ĐỀ SỐ 2

### Logical Thinking / Tư duy lô-gic

- Vì năm 2024 là năm nhuận nên ngày 21/08/2023 cách ngày 21/08/2024 là 366 ngày.  
Ta có:  $366 : 7 = 52$  (tuần) dư 2 (ngày).  
52 tuần sau ngày 21/08/2023 cũng là thứ Hai. 2 ngày sau đó là thứ Tư.  
Vậy ngày 21/08/2024 là thứ Tư.  
Đáp số: D.
- Quy luật: Kể từ số thứ 3, mỗi số là tổng của 2 số liền trước.  
 $3 + 2 = 5, \quad 2 + 5 = 7, \quad 5 + 7 = 12, \quad \dots$   
Số thứ 6 trong dãy là:  $7 + 12 = 19$ .  
Số thứ 7 trong dãy là:  $12 + 19 = 31$ .  
Đáp số: B.
- Ta có sơ đồ sau:



Tính theo chiều ngược lại, ta có:



Vậy số may mắn của Johnny là 45.

Đáp số: A.

- Một nửa số tranh còn lại sau ngày đầu tiên là:  $12 + 6 = 18$  (bức tranh).  
Số tranh còn lại sau ngày đầu tiên là:  $18 \times 2 = 36$  (bức tranh).  
Nếu ngày đầu tiên James bán ít đi 12 bức tranh thì số tranh còn lại sau ngày đầu tiên bằng một phần tư số tranh ban đầu.  
Do đó, một phần tư số tranh ban đầu là:  $36 + 12 = 48$  (bức tranh).  
Vậy ban đầu James có số tranh là:  $48 \times 4 = 192$  (bức tranh).  
Đáp số: A.
- Ta đếm số gấu trúc ở mỗi nhóm thì được dãy số: 1, 5, 9, 13, ...  
Quy luật: Các số trong dãy tăng dần 4 đơn vị.  
Do đó, các số tiếp theo của dãy là: 17, 21, 25, 29, 33, ...  
Số thứ 9 của dãy số là 33 nên nhóm thứ 9 có 33 chú gấu trúc.  
Đáp số: B.

### Arithmetic / Số học

- $5 \times x - 50 = 245$   
 $5 \times x = 245 + 50$

$$5 \times x = 295$$

$$x = 295 : 5$$

$$x = 59.$$

Đáp số: C.

7. Tổng đã cho là tổng của dãy số cách đều 5 đơn vị.

Số số hạng của tổng là:  $(86 - 21) : 5 + 1 = 14$  (số).

Tổng cần tìm là:  $(21 + 86) \times 14 : 2 = 749$ .

Đáp số: A.

8.  $25 \times 12 + 24 \times 47 - 12 \times 19$   
 $= 25 \times 12 + 12 \times 2 \times 47 - 12 \times 19$   
 $= 25 \times 12 + 12 \times 94 - 12 \times 19$   
 $= 12 \times (25 + 94 - 19)$   
 $= 12 \times 100$   
 $= 1200.$

Đáp số: C.

9.  $S = 1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 729$

$$3 \times S = 3 + 9 + 27 + 81 + \dots + 2187.$$

Ta thực hiện phép tính trừ và loại bỏ phần giống nhau:

$$3 \times S - S = (3 + 9 + 27 + 81 + \dots + 2187) - (1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 729)$$

$$2 \times S = 2187 - 1$$

$$2 \times S = 2186.$$

$$S = 1093.$$

Đáp số: B.

10.  $\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{29 \times 30}$   
 $= \frac{3-2}{2 \times 3} + \frac{4-3}{3 \times 4} + \frac{5-4}{4 \times 5} + \dots + \frac{30-29}{29 \times 30}$   
 $= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{29} - \frac{1}{30}$   
 $= \frac{1}{2} - \frac{1}{30} = \frac{7}{15}.$

Đáp số: D.

### Number Theory / Lý thuyết số

11. Thay  $a = 5$  và  $b = 2$  vào định nghĩa phép toán, ta có:

$$5 \Theta 2 = (5 - 2) \times 3 + 4 = 3 \times 3 + 4 = 9 + 4 = 13.$$

$$\text{Do đó, } (5 \Theta 2) \Theta 3 = 13 \Theta 3.$$

Thay  $a = 13$  và  $b = 3$  vào định nghĩa phép toán, ta có:

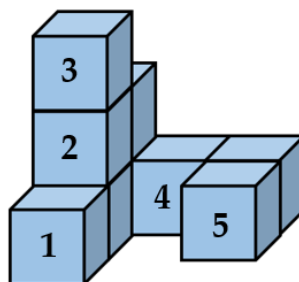
$$13 \Theta 3 = (13 - 3) \times 3 + 4 = 10 \times 3 + 4 = 30 + 4 = 34.$$

Đáp số: A.

12. Coi giá trị của Y là 1 phần. Khi đó, giá trị của X là 4 phần.  
 Tổng số phần bằng nhau là:  $1 + 4 = 5$  (phần).  
 Giá trị của mỗi phần là:  $60 : 5 = 12$ .  
 Giá trị của Y là:  $12 \times 1 = 12$ .  
 Giá trị của X là:  $12 \times 4 = 48$ .  
 Hiệu của X và Y là:  $48 - 12 = 36$ .  
 Đáp số: A.
13. Vì  $\overline{20232024X}$  chia hết cho 15 nên cũng chia hết cho cả 3 và 5.  
 Vì  $\overline{20232024X}$  chia hết cho 3 nên tổng các chữ số chia hết cho 3.  
 Do đó,  $2 + 0 + 2 + 3 + 2 + 0 + 2 + 4 + X = X + 15$  chia hết cho 3.  
 Suy ra, X là 0, 3, 6 hoặc 9.  
 Vì  $\overline{20232024X}$  chia hết cho 5 nên X là 0.  
 Đáp số: B.
14. Các số có 3 chữ số chia hết cho 4 là: 100, 104, 108, ..., 996.  
 Các số có 3 chữ số chia hết cho 4 tạo thành dãy số cách đều 4 đơn vị.  
 Vậy số các số có 3 chữ số chia hết cho 4 là:  $(996 - 100) : 4 + 1 = 225$  (số).  
 Đáp số: B.
15. Sau lượt chia đầu tiên, mỗi nhân viên có 6 phiếu giảm giá.  
 Để mỗi nhân viên có 7 phiếu giảm giá, trưởng nhóm cần chia thêm cho mỗi người 1 phiếu giảm giá.  
 Tổng số phiếu trưởng nhóm đã chia thêm là:  $20 - 8 = 12$  (phiếu).  
 Nhận thấy, trưởng nhóm đã dùng 12 phiếu để chia cho mỗi người 1 phiếu.  
 Do đó, số nhân viên là:  $12 : 1 = 12$  (người).  
 Vậy tổng số phiếu giảm giá là:  $6 \times 12 + 20 = 92$  (phiếu).  
 Đáp số: C.

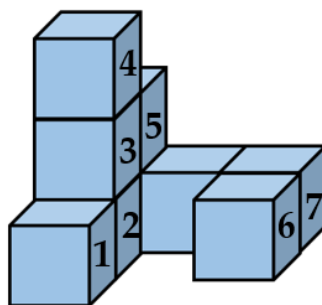
### Geometry / Hình học

16. Có 6 đường nằm ngang nên số cách chọn ra 2 đường nằm ngang là:  $6 \times 5 : 2 = 15$  (cách).  
 Có 5 đường nằm dọc nên số cách chọn ra 2 đường nằm dọc là:  $5 \times 4 : 2 = 10$  (cách).  
 Vậy số hình chữ nhật trong hình đã cho là:  $15 \times 10 = 150$  (hình).  
 Đáp số: D.
17. Ta đánh số các mặt hình vuông ở phía trước như dưới đây:

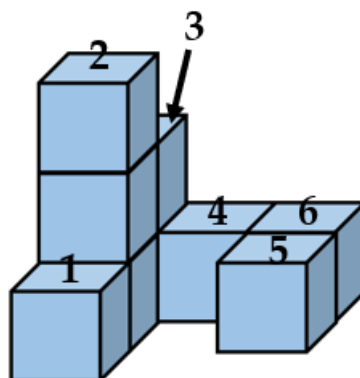


Có 5 mặt hình vuông ở phía trước. Do đó, có 5 mặt hình vuông ở phía sau.

Ta đánh số các mặt hình vuông ở bên phải như dưới đây:



Có 7 mặt hình vuông ở bên phải. Do đó, có 7 mặt hình vuông ở bên trái.  
Ta đánh số các mặt hình vuông ở phía trên như dưới đây:



Có 6 mặt hình vuông ở phía trên. Do đó, có 6 mặt hình vuông ở phía dưới.  
Tổng số mặt hình vuông ở bề mặt hình đã cho là:  $5 + 5 + 7 + 7 + 6 + 6 = 36$  (mặt).  
Diện tích của mỗi mặt hình vuông là:  $1 \times 1 = 1$  ( $\text{cm}^2$ ).  
Vậy diện tích toàn phần của hình đã cho là:  $1 \times 36 = 36$  ( $\text{cm}^2$ ).  
Đáp số: C.

18. Ta có:  $66 = 1 \times 66 = 2 \times 33 = 3 \times 22 = 6 \times 11$ .

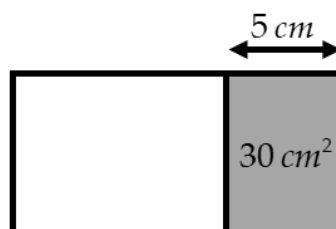
Ta có bảng sau:

|            |                           |                          |                          |                          |
|------------|---------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Chiều rộng | 1                         | 2                        | 3                        | 6                        |
| Chiều dài  | 66                        | 33                       | 22                       | 11                       |
| Chu vi     | $(1 + 66) \times 2 = 134$ | $(2 + 33) \times 2 = 70$ | $(3 + 22) \times 2 = 50$ | $(6 + 11) \times 2 = 34$ |

Vậy chu vi lớn nhất của hình chữ nhật là 134 cm.

Đáp số: D.

19. Ta biểu diễn phần diện tích tăng thêm bằng phần tô đậm như dưới đây:



Nhận thấy, phần diện tích tăng thêm là hình chữ nhật có một chiều bằng 5 cm, chiều còn lại bằng với chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu.

Do đó, chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu là:  $30 : 5 = 6$  (cm).

Nửa chu vi của hình chữ nhật ban đầu là:  $52 : 2 = 26$  (cm).

Chiều dài của hình chữ nhật ban đầu là:  $26 - 6 = 20$  (cm).  
 Diện tích của hình chữ nhật ban đầu là:  $20 \times 6 = 120$  (cm<sup>2</sup>).  
 Diện tích của hình chữ nhật mới là:  $120 + 30 = 150$  (cm<sup>2</sup>).  
 Đáp số: C.

20. Độ dài cạnh của hình vuông là:  $12 \times 2 = 24$  (cm).  
 Do đó, chiều dài của hình chữ nhật tô đậm là 24 cm.  
 Nửa chu vi của mỗi hình chữ nhật trắng là:  $56 : 2 = 28$  (cm).  
 Chiều dài của mỗi hình chữ nhật trắng là:  $28 - 12 = 16$  (cm).  
 Chiều rộng của hình chữ nhật tô đậm là:  $24 - 16 = 8$  (cm).  
 Chu vi của hình chữ nhật tô đậm là:  $(8 + 24) \times 2 = 64$  (cm).  
 Đáp số: A.

### Combinatorics / Tổ hợp

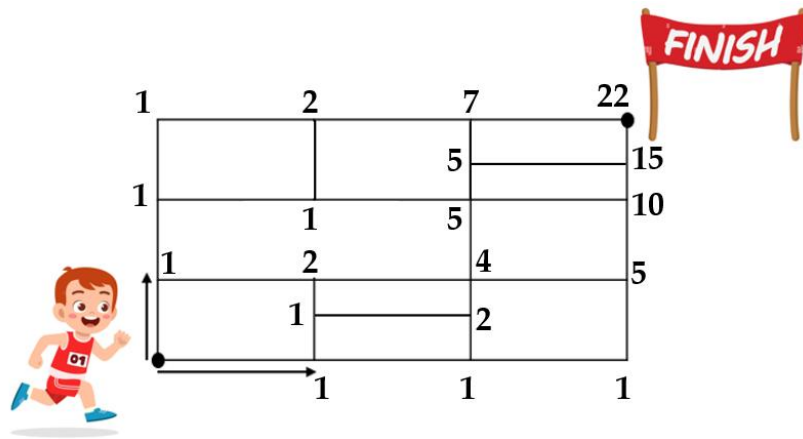
21. Có 1 cách xếp Lotso vào vị trí đầu hàng.  
 Có 1 cách xếp Jerry vào vị trí cuối hàng.  
 Có 4 cách xếp Tom vào 1 trong 4 vị trí còn lại.  
 Có 3 cách xếp Grizz vào 1 trong 3 vị trí còn lại.  
 Có 2 cách xếp Panda vào 1 trong 2 vị trí còn lại.  
 Có 1 cách xếp Mickey vào vị trí còn lại.  
 Vậy số cách xếp 6 thành viên thỏa mãn yêu cầu là:  $1 \times 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  (cách).  
 Đáp số: A.
22. Trường hợp xấu nhất: Lấy được tất cả các đồng xu của 3 màu có số lượng nhiều nhất.  
 Khi đó, ta đã lấy 11 đồng xu màu xanh lá, 9 đồng xu màu vàng và 8 đồng xu màu đỏ.  
 Nếu lấy thêm 1 đồng xu bất kì thì chắc chắn thỏa mãn yêu cầu.  
 Vậy cần lấy ngẫu nhiên ít nhất số đồng xu là:  $11 + 9 + 8 + 1 = 29$  (đồng xu).  
 Đáp số: B.
23. Có 9 cách chọn chữ số hàng trăm (từ 1 đến 9).  
 Có 10 cách chọn chữ số hàng chục (từ 0 đến 9).  
 Có 9 cách chọn chữ số hàng đơn vị (từ 0 đến 9, nhưng bỏ đi 1 chữ số ở hàng chục).  
 Vậy số các số có 3 chữ số thỏa mãn yêu cầu là:  $9 \times 10 \times 9 = 810$  (số).  
 Đáp số: D.
24. Có 1 cách đến bậc 1, 1 cách đến bậc 2 và 2 cách đến bậc 3.  
 Bậc 7 bị hỏng nên có 0 cách đến bậc 7.  
 Xét các bậc còn lại: Số cách đến một bậc bất kì bằng tổng của số cách đến bậc trước đó 1 bậc và số cách đến bậc trước đó 3 bậc. Ta có bảng sau:

| Bậc     | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9  | 10 |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|
| Số cách | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 0 | 4 | 10 | 10 |

Vậy Thomas có 10 cách để đi hết cầu thang.  
 Đáp số: D.

25. Số cách đến 1 điểm bất kì bằng tổng số cách đến các điểm liền trước nó. Nếu chỉ có 1 điểm liền trước thì số cách đi giữ nguyên.

Ta có số cách đi đến các điểm như sau:



Vậy James có 22 cách đi khác nhau để hoàn thành cuộc thi.

Đáp số: C.

## ĐỀ SỐ 3

### Logical Thinking / Tư duy lô-gic

- Năm 2023 là năm không nhuận nên ngày 11/08/2022 cách ngày 11/08/2023 là 365 ngày.  
Suy ra ngày 11/08/2022 cách ngày 12/08/2023 là 366 ngày.  
Ta có:  $366 : 7 = 52$  (tuần) dư 2 (ngày).  
52 tuần sau ngày 11/08/2022 cũng là thứ Năm. 2 ngày sau đó nữa là thứ Bảy.  
Vậy ngày 12/08/2023 là thứ Bảy.  
Đáp số: C.
- Quy luật: Tổng của 2 số liên tiếp bằng số tiếp theo trong dãy.  
 $2 + 2 = 4; \quad 2 + 4 = 6; \quad 4 + 6 = 10; \quad 6 + 10 = 16; \quad \dots$   
Số thứ 7 của dãy là:  $10 + 16 = 26$ .  
Số thứ 8 của dãy là:  $16 + 26 = 42$ .  
Đáp số: A.
- Số may mắn của Erik là:  $(8 + 64) : 3 \times 4 = 96$ .  
Đáp số: B.
- Một nửa số trang sách còn lại sau ngày đầu tiên là:  $36 + 4 = 40$  (trang).  
Số trang sách còn lại sau ngày đầu tiên là:  $40 \times 2 = 80$  (trang).  
Hai phần ba số trang sách của quyển sách là:  $80 + 2 = 82$  (trang).  
Quyển sách có tất cả số trang là:  $82 : 2 \times 3 = 123$  (trang).  
Đáp số: C.
- Số viên kẹo trong mỗi nhóm lần lượt là: 1; 5; 9; 13; ...  
Quy luật: Số viên kẹo trong mỗi nhóm tạo thành dãy số cách đều 4 đơn vị.  
 $1 + 4 = 5; \quad 5 + 4 = 9; \quad 9 + 4 = 13; \quad \dots$   
Số thứ 10 cách số đầu tiên của dãy là 9 khoảng, mỗi khoảng bằng 4 đơn vị.  
Số thứ 10 của dãy là:  $1 + 9 \times 4 = 37$ .  
Vậy nhóm thứ 10 có 37 viên kẹo.  
Đáp số: C.

### Arithmetic / Số học

- $3 \times x + 17 = 245$   
 $3 \times x = 245 - 17$   
 $3 \times x = 228$   
 $x = 228 : 3$   
 $x = 76$ .  
Đáp số: D.
- Tổng đã cho là tổng của dãy số cách đều 3 đơn vị.  
Số số hạng của tổng là:  $(46 - 10) : 3 + 1 = 13$  (số).  
Tổng cần tìm là:  $(10 + 46) \times 13 : 2 = 364$ .  
Đáp số: B.

$$\begin{aligned}
8. \quad & 15 \times 24 + 48 \times 54 - 23 \times 24 \\
& = 15 \times 24 + 24 \times 2 \times 54 - 23 \times 24 \\
& = 15 \times 24 + 24 \times 108 - 23 \times 24 \\
& = 24 \times (15 + 108 - 23) \\
& = 24 \times 100 = 2400.
\end{aligned}$$

Đáp số: B.

$$9. \quad S = 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 1024.$$

$$2 \times S = 4 + 8 + 16 + \dots + 1024 + 2048.$$

Ta thực hiện phép tính trừ để loại bỏ phần giống nhau.

$$2 \times S - S = (4 + 8 + 16 + \dots + 1024 + 2048) - (2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 1024).$$

$$S = 2048 - 2 = 2046.$$

Đáp số: D.

$$\begin{aligned}
10. \quad & \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \dots + \frac{1}{38 \times 39} \\
& = \frac{4-3}{3 \times 4} + \frac{5-4}{4 \times 5} + \frac{6-5}{5 \times 6} + \dots + \frac{39-38}{38 \times 39} \\
& = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{38} - \frac{1}{39} \\
& = \frac{1}{3} - \frac{1}{39} = \frac{4}{13}.
\end{aligned}$$

Đáp số: A.

### Number Theory / Lý thuyết số

$$11. \quad 3 \odot 7 = (3 + 7) \times 2 - 5 = 15.$$

$$(3 \odot 7) \odot 5 = 15 \odot 5 = (15 + 5) \times 2 - 5 = 35.$$

Đáp số: D.

12. Coi giá trị của A là 1 phần thì giá trị của B là 6 phần như vậy.

Hiệu số phần bằng nhau là:  $6 - 1 = 5$  (phần).

Giá trị của 1 phần hay giá trị của A là:  $60 : 5 = 12$ .

Giá trị của B là:  $12 + 60 = 72$ .

Tổng của A và B là:  $12 + 72 = 84$ .

Đáp số: B.

13. Vì  $\overline{20212023A}$  chia hết cho 6 nên chia hết cho cả 2 và 3.

Vì  $\overline{20212023A}$  chia hết cho 3 nên tổng các chữ số chia hết cho 3.

Do đó,  $2 + 0 + 2 + 1 + 2 + 0 + 2 + 3 + A = A + 12$  chia hết cho 3.

Suy ra, A là 0, 3, 6 hoặc 9.

Vì  $\overline{20212023A}$  chia hết cho 2 nên A là chữ số chẵn.

Do đó, A là 0 hoặc 6.

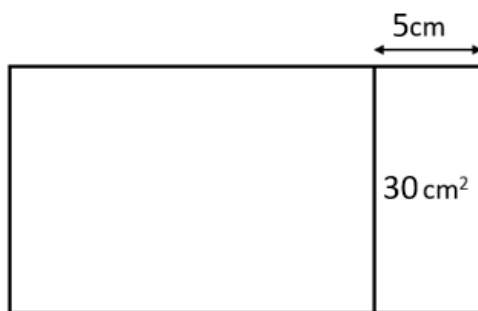
Vậy giá trị lớn nhất của A là 6.

Đáp số: C.

14. Các số có 3 chữ số chia hết cho 5 là: 100; 105; 110; 115; ...; 990; 995.  
 Các số trên tạo thành dãy số cách đều 5 đơn vị.  
 Số các số có 3 chữ số chia hết cho 5 là:  $(995 - 100) : 5 + 1 = 180$ .  
 Đáp số: D.
15. Sau lượt chia đầu tiên, mỗi học sinh có 3 cái bút chì.  
 Để mỗi học sinh có 7 cái bút chì thì cô giáo cần chia thêm cho mỗi bạn 4 cái bút chì.  
 Tổng số bút chì cô giáo cần chia thêm là:  $38 - 10 = 28$  (cái).  
 Số học sinh của lớp là:  $28 : 4 = 7$  (bạn).  
 Số bút chì cô giáo có là:  $3 \times 7 + 38 = 59$  (cái).  
 Đáp số: A.

### Geometry / Hình học

16. Số cách chọn 2 đường nằm ngang trong 4 đường nằm ngang là:  $4 \times 3 : 2 = 6$  (cách).  
 Số cách chọn 2 đường nằm dọc trong 6 đường nằm dọc là:  $6 \times 5 : 2 = 15$  (cách).  
 Số hình chữ nhật là:  $6 \times 15 = 90$  hình.  
 Đáp số: D.
17. Có 6 hình vuông ở mặt trước. Do đó, có 6 hình vuông ở mặt sau.  
 Có 5 hình vuông ở mặt bên phải. Do đó, có 5 hình vuông ở mặt bên trái.  
 Có 7 hình vuông ở mặt trên. Do đó, có 7 hình vuông ở mặt bên dưới.  
 Số hình vuông ở bề mặt của hình đã cho là:  $(6 + 5 + 7) \times 2 = 36$  (mặt hình vuông).  
 Diện tích của mỗi hình vuông là:  $1 \times 1 = 1$  (cm<sup>2</sup>).  
 Diện tích toàn phần của hình đã cho là:  $36 \times 1 = 36$  (cm<sup>2</sup>).  
 Đáp số: A.
18. Ta có:  $72 = 1 \times 72 = 2 \times 36 = 3 \times 24 = 4 \times 18 = 6 \times 12 = 8 \times 9$ .  
 Nhận thấy:  $1 + 72 > 2 + 36 > 3 + 24 > 4 + 18 > 6 + 12 > 8 + 9$ .  
 Chu vi nhỏ nhất có thể của hình chữ nhật đó là:  $(8 + 9) \times 2 = 34$  (cm).  
 Đáp số: B.
19. Ta có hình sau:



Chiều rộng hình chữ nhật ban đầu là:  $30 : 5 = 6$  (cm).  
 Nửa chu vi hình chữ nhật ban đầu là:  $32 : 2 = 16$  (cm).  
 Chiều dài hình chữ nhật ban đầu là:  $16 - 6 = 10$  (cm).  
 Diện tích hình chữ nhật ban đầu là:  $10 \times 6 = 60$  (cm<sup>2</sup>).  
 Diện tích hình chữ nhật lúc sau là:  $60 - 30 = 30$  (cm<sup>2</sup>).  
 Đáp số: C.

20. Dễ thấy, mỗi hình chữ nhật có chiều dài bằng 2 lần chiều rộng.  
Do đó, nửa chu vi mỗi hình chữ nhật bằng 3 lần chiều rộng.  
Nửa chu vi mỗi hình chữ nhật là:  $72 : 2 = 36$  (cm).  
Suy ra, chiều rộng của mỗi hình chữ nhật là:  $36 : 3 = 12$  (cm).  
Độ dài cạnh của hình vuông lớn bằng 4 lần chiều rộng của hình chữ nhật.  
Độ dài cạnh của hình vuông lớn là:  $12 \times 4 = 48$  (cm).  
Chu vi của hình vuông lớn là:  $48 \times 4 = 192$  (cm).  
Đáp số: B.

### Combinatorics / Tổ hợp

21. **Trường hợp 1:** Andy đứng trước Betty.  
Khi đó, ta cần xếp (Andy, Betty), Cindy, Dean và Emma vào 4 vị trí khác nhau.  
Có 4 cách xếp vị trí của (Andy, Betty).  
Có 3 cách xếp vị trí của Cindy.  
Có 2 cách xếp vị trí của Dean.  
Có 1 cách xếp vị trí của Emma.  
Do đó, có  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  cách xếp thỏa mãn trường hợp 1.  
**Trường hợp 2:** Andy đứng sau Betty.  
Khi đó, ta cần xếp (Betty, Andy), Cindy, Dean và Emma vào 4 vị trí khác nhau.  
Có 4 cách xếp vị trí của (Betty, Andy).  
Có 3 cách xếp vị trí của Cindy.  
Có 2 cách xếp vị trí của Dean.  
Có 1 cách xếp vị trí của Emma.  
Do đó, có  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  cách xếp thỏa mãn trường hợp 2.  
Vậy số cách xếp thỏa mãn yêu cầu bài toán là:  $24 + 24 = 48$  (cách).  
Đáp số: B.
22. Trường hợp xấu nhất: Ta lấy được 15 quả bóng đen và 8 quả bóng đỏ. Khi đó, ta cần lấy thêm 1 quả bóng nữa để chắc chắn có 3 quả bóng khác màu.  
Vậy ta cần lấy ít nhất số bóng là:  $15 + 8 + 1 = 24$  (quả).  
Đáp số: A.
23. Có 5 cách chọn chữ số hàng đơn vị: là 1, 3, 5, 7 hoặc 9.  
Có 8 cách chọn chữ số hàng trăm: từ 1 đến 9, trừ chữ số đã chọn làm hàng đơn vị.  
Có 8 cách chọn chữ số hàng chục: từ 0 đến 9, trừ các chữ số đã chọn làm hàng đơn vị và hàng trăm.  
Vậy số các số lẻ có 3 chữ số khác nhau là:  $5 \times 8 \times 8 = 320$  (số).  
Đáp số: A.
24. Có 1 cách đến bậc 1 (1).  
Có 1 cách đến bậc 2 ( $1 + 1$ ).  
Có 2 cách đến bậc 3 ( $1 + 1 + 1$ ; 3).

Từ bậc 4 trở đi, số cách đến 1 bậc bất kì bằng tổng của số cách đến các bậc trước nó 1 bậc và 3 bậc. Ta có bảng sau:

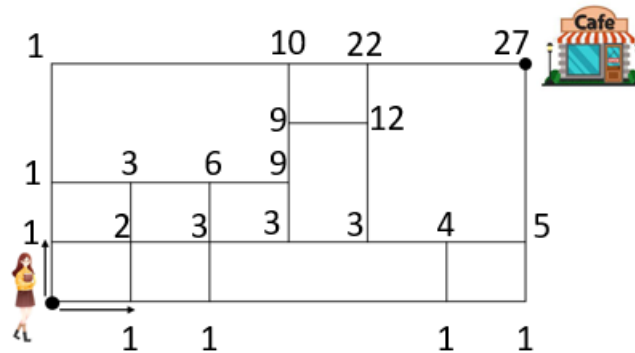
| Bậc        | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Số cách đi | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 9 | 13 |

Vậy có 13 cách đi hết cầu thang.

Đáp số: B.

25. Số cách đến 1 điểm bất kì bằng tổng số cách đến các điểm liền trước nó. Nếu chỉ có 1 điểm liền trước thì số cách đi giữ nguyên.

Ta có số cách đi đến các điểm như sau



Vậy Moana có 27 cách đi thỏa mãn yêu cầu.

Đáp số: D.

## ĐỀ SỐ 4

### Logical Thinking / Tư duy lô-gic

- Ngày 16/07 cách ngày 31/07 số ngày là:  $31 - 16 = 15$  (ngày).  
Ngày 31/07 cách ngày 31/08 là 31 ngày.  
Ngày 31/08 cách ngày 30/09 là 30 ngày.  
Ngày 30/09 cách ngày 17/10 là 17 ngày.  
Vậy ngày 16/07 cách ngày 17/10 số ngày là:  $15 + 31 + 30 + 17 = 93$  (ngày).  
Ta có:  $93 : 7 = 13$  (tuần) dư 2 (ngày).  
Hôm nay là Chủ nhật, ngày 17/10 thì trước đó 13 tuần vẫn là Chủ nhật.  
2 ngày trước đó nữa lần lượt là Thứ Bảy, Thứ Sáu.  
Vậy ngày 16/07 là thứ Sáu.  
Đáp số: A.
- Quy luật: Khoảng cách giữa 2 số liên tiếp tăng dần 2 đơn vị.  
 $6 + 3 = 9$   
 $9 + 5 = 14$   
 $14 + 7 = 21$   
 $21 + 9 = 30$   
 $30 + 11 = 41$   
 $41 + 13 = 54$   
Vậy số cần tìm là:  $54 + 15 = 69$ .  
Đáp số: C.
- Tuổi của bố Ricky năm nay là:  $153 : 9 \times 3 + 9 - 8 = 52$ .  
Đáp số: D.
- Số sách còn lại sau ngày thứ nhất là:  $(11 + 2) \times 2 = 26$  (quyển).  
Số sách ban đầu cửa hàng có là:  $(26 + 7) \times 2 = 66$  (quyển).  
Đáp số: A.
- Cách 1:** Ta liệt kê số hình  $\diamond$  trong mỗi nhóm thì được quy luật sau:  
Nhóm 1: 1 hình  
Nhóm 2:  $1 + 5 = 6$  hình  
Nhóm 3:  $6 + 7 = 13$  hình  
Nhóm 4:  $13 + 9 = 22$  hình  
Số hình trong nhóm tiếp theo là:  $22 + 11 = 33$ .  
**Cách 2:**  
Nhóm 1: 1 hình  
Nhóm 2:  $2 \times 2 + 2 \times 1 = 6$  hình  
Nhóm 3:  $3 \times 3 + 2 \times 2 = 11$  hình  
Nhóm 4:  $4 \times 4 + 2 \times 3 = 22$  hình  
Nhóm 5:  $5 \times 5 + 2 \times 4 = 33$  hình  
Đáp số: B.

Arithmetic / Số học

6.  $7x - 16 = 145$   
 $7x = 145 + 16$   
 $7x = 161$   
 $x = 161 : 7$   
 $x = 23$ .  
Đáp số: D.
7. Tổng đã cho gồm dãy số cách đều 4 đơn vị.  
Số số hạng  $= (43 - 7) : 4 + 1 = 10$ .  
Tổng  $= (43 + 7) \times 10 : 2 = 250$ .  
Đáp số: C.
8.  $24 \times 143 + 68 \times 24 - 11 \times 24$   
 $= 24 \times (143 + 68 - 11)$   
 $= 24 \times 200$   
 $= 4800$ .  
Đáp số: D.
9. Ta có:  
 $S = 3 + 6 + 12 + 24 + \dots + 3072$   
 $2 \times S = 6 + 12 + 24 + 48 + \dots + 6144$   
 $2 \times S - S = 6144 - 3$   
 $S = 6141$   
Đáp số: B.
10. Ta có:  
$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{48 \times 49} + \frac{1}{49 \times 50}$$
$$= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{48} - \frac{1}{49} + \frac{1}{49} - \frac{1}{50}$$
$$= \frac{1}{1} - \frac{1}{50} = \frac{49}{50}$$
  
Đáp số: C.

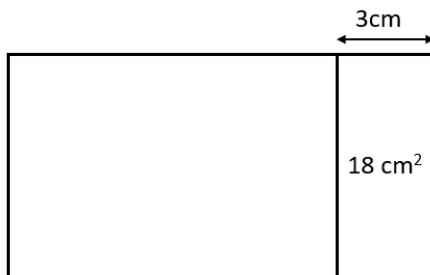
Number Theory / Lý thuyết số

11.  $6 \oplus 11 = 6 \times 5 - 11 - 7 = 12$ .  
 $8 \oplus (6 \oplus 11) = 8 \oplus 12 = 8 \times 5 - 12 - 7 = 21$ .  
Đáp số: A.
12. Tổng số phần bằng nhau là:  $5 + 1 = 6$  (phần).  
Giá trị 1 phần là:  $120 : 6 = 20$ .  
Giá trị của B là:  $20 \times 1 = 20$ .  
Giá trị của A là:  $20 \times 5 = 100$ .  
Hiệu của A và B là:  $100 - 20 = 80$ .  
Đáp số: D.

13. Vì số đã cho chia hết cho 9 nên  $2 + 0 + 2 + 2 + A = 6 + A$  chia hết cho 9.  
 Vì  $6 + 3 = 9$  chia hết cho 9 nên  $A = 3$ .  
 Đáp số: D.
14. Số nhỏ nhất có 3 chữ số chia hết cho 2 là 100.  
 Số lớn nhất có 3 chữ số chia hết cho 2 là 998.  
 Các số chia hết cho 2 tạo thành dãy số cách đều 2 đơn vị.  
 Số các số có 3 chữ số chia hết cho 2 là:  $(998 - 100) : 2 + 1 = 450$  (số).  
 Đáp số: B.
15. Sau lượt chia đầu tiên, mỗi học sinh có 7 viên kẹo.  
 Để mỗi học sinh có 6 viên kẹo thì cô giáo cần lấy lại 1 viên kẹo từ mỗi bạn.  
 Sau khi nhận 1 viên kẹo từ mỗi bạn, cô giáo có thêm số viên kẹo là:  $33 - 1 = 32$  (viên).  
 Số học sinh của cả lớp là:  $32 : 1 = 32$  (bạn).  
 Đáp số: B.

### Geometry / Hình học

16. Chọn 2 đường nằm ngang trong 4 đường nằm ngang có  $4 \times (4 - 1) : 2 = 6$  cách.  
 Chọn 2 đường nằm dọc trong 5 đường nằm dọc có  $5 \times (5 - 1) : 2 = 10$  cách.  
 Số hình chữ nhật là:  $6 \times 10 = 60$  hình.  
 Đáp số: C.
17. Diện tích của hình chữ nhật là 60.  
 Liệt kê các cặp chiều dài và chiều rộng có tích bằng 60.  
 Các cặp số thỏa mãn là  $(60, 1); (30, 2); (20, 3); (15, 4); (12, 5); (10, 6)$ .  
 Khi đó, ta có chiều dài là 10 và chiều rộng là 6 thỏa mãn chu vi nhỏ nhất.  
 Chu vi nhỏ nhất của hình chữ nhật là:  $(10 + 6) \times 2 = 32$ .  
 Đáp số: B.
18. Ta có hình vẽ sau:



Phần diện tích  $18 \text{ cm}^2$  tăng thêm là hình chữ nhật có chiều rộng 3 cm và chiều dài bằng với chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu.  
 Do đó, chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu là:  $18 : 3 = 6 \text{ cm}$ .  
 Nửa chu vi của hình chữ nhật là:  $28 : 2 = 14 \text{ cm}$ .  
 Chiều dài của hình chữ nhật ban đầu là:  $14 - 6 = 8 \text{ cm}$ .  
 Chiều dài của hình chữ nhật sau khi được tăng thêm 3 cm là:  $8 + 3 = 11 \text{ cm}$ .  
 Diện tích của hình chữ nhật mới là:  $11 \times 6 = 66 \text{ cm}^2$ .  
 Đáp số: D.

19. Số mặt trước = Số mặt sau = 3.  
 Số mặt trái = Số mặt phải = 5.  
 Số mặt trên = Số mặt dưới = 5.  
 Tổng số mặt =  $(3 + 5 + 5) \times 2 = 26$ .  
 Diện tích mỗi mặt hình vuông là:  $1 \times 1 = 1 \text{ cm}^2$ .  
 Diện tích toàn phần của hình là:  $26 \times 1 = 26 \text{ cm}^2$ .  
 Đáp số: A.
20. Ta có hình vẽ sau:



Vì chu vi giảm đi 4 cm và chiều rộng của hình giữ nguyên nên chiều dài giảm đi một đoạn bằng:  $4 : 2 = 2 \text{ cm}$ .  
 Phần diện tích  $12 \text{ cm}^2$  bị giảm đi là một hình chữ nhật có chiều rộng là 2 cm và chiều dài bằng với độ dài cạnh của hình vuông.  
 Vậy độ dài một cạnh của hình vuông là:  $12 : 2 = 6 \text{ cm}$ .  
 Chiều dài hình chữ nhật ban đầu là:  $6 \times 2 = 12 \text{ cm}$ .  
 Diện tích hình chữ nhật ban đầu là:  $12 \times 6 = 72 \text{ cm}^2$ .  
 Đáp số: A.

### Combinatorics / Tổ hợp

21. Chọn 1 bạn đứng vào vị trí thứ nhất có 5 cách.  
 Chọn 1 bạn đứng vào vị trí thứ hai có 4 cách.  
 Chọn 1 bạn đứng vào vị trí thứ ba có 3 cách.  
 Chọn 1 bạn đứng vào vị trí thứ tư có 2 cách.  
 Chọn 1 bạn đứng vào vị trí thứ năm có 1 cách.  
 Có tất cả  $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$  cách.  
 Đáp số: B.
22. Trường hợp xấu nhất là khi ta chọn hết 20 quả bóng hồng, 6 quả bóng xanh lá và vẫn chưa được quả bóng đỏ nào.  
 Để thỏa mãn bài toán, ta cần chọn thêm 3 quả bóng đỏ nữa.  
 Tổng số bóng cần chọn là:  $20 + 6 + 3 = 29$  quả.  
 Đáp số: B.
23. Chọn chữ số hàng trăm có 9 cách (từ 1 đến 9).  
 Chọn chữ số hàng chục có 9 cách (khác hàng trăm).  
 Chọn chữ số hàng đơn vị có 8 cách (khác hàng trăm và hàng chục).  
 Có tất cả  $9 \times 9 \times 8 = 648$  số thỏa mãn.  
 Đáp số: C.

24. Nhận xét: Vì Ashley chỉ có thể di chuyển 1 hoặc 2 bậc mỗi lượt nên từ bậc thứ 3, số cách đi tới một bậc bất kì sẽ bằng tổng số cách đi tới 2 bậc liền trước đó.

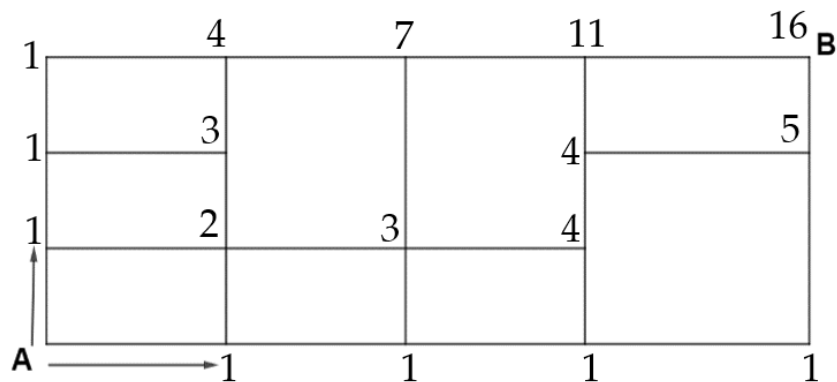
| Bậc        | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
|------------|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|
| Số cách đi | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 | 13 | 21 | 34 | 55 | 89 |

Như vậy Ashley có 89 cách đi hết cầu thang.

Đáp số: D.

25. Số cách đến 1 điểm bất kì bằng tổng số cách đến các điểm liền trước nó. Nếu chỉ có 1 điểm liền trước thì số cách đi giữ nguyên.

Ta có số cách đi đến các điểm như sau:



Vậy có 16 cách đi từ A đến B.

Đáp số: A.

## ĐỀ SỐ 5

### Logical Thinking / Tư duy lô-gic

1. Ta có quy luật sau: Số thứ  $n = n \times n \times n$ .  
 $1 = 1 \times 1 \times 1$   
 $8 = 2 \times 2 \times 2$   
 $27 = 3 \times 3 \times 3$ .  
Do đó, số thứ 5 trong dãy là:  $5 \times 5 \times 5 = 125$ .  
Đáp số: A.
2. Vì ngày mai là thứ Sáu nên hôm nay là thứ Năm.  
Mỗi tuần có 7 ngày nên 84 ngày ứng với số tuần là:  $84 : 7 = 12$  (tuần)  
84 ngày trước là 12 tuần trước. 12 tuần trước cũng là thứ Năm.  
Đáp số: B.
3. Để cưa 1 khúc gỗ thành 2 phần thì ta cần 1 lần cưa.  
Như vậy, 1 lần cưa hết 4 phút.  
Để cưa 1 khúc gỗ thành 3 phần thì ta cần 2 lần cưa.  
2 lần cưa cần số thời gian là:  $2 \times 4 = 8$  (phút)  
Đáp số: A.
4. Nhận thấy:  $100 : 23 = 4$  (dư 8).  
Do đó, số xe cần để chở hết học sinh là:  $4 + 1 = 5$  (xe).  
Đáp số: D.
5. Quy luật: Số ô vuông màu trắng tăng dần 1 đơn vị và được thêm xung quanh ô vuông màu xám theo ngược chiều kim đồng hồ.  
Do đó, ta cần thêm 4 ô vuông vào bên dưới ô màu xám trong nhóm số 4.  
Đáp số: B.

### Arithmetic / Số học

6.  $5x + 7 = 122$   
 $5x = 122 - 7$   
 $x = 115 : 5$   
 $x = 23$   
Đáp số: C.
7. Nhận xét: Tổng đã cho gồm dãy số cách đều 3 đơn vị.  
Số số hạng = (Số cuối – Số đầu) : Khoảng cách + 1 =  $(60 - 0) : 3 + 1 = 21$ .  
Tổng = (Số cuối + Số đầu)  $\times$  Số số hạng : 2 =  $(60 + 0) \times 21 : 2 = 630$ .  
Đáp số: D.
8.  $23 \times 18 + 39 \times 23 - 7 \times 23$   
 $= 23 \times (18 + 39 - 7)$   
 $= 23 \times 50 = 1150$ .  
Đáp số: A.

9. Ta ghép cặp như sau:

$$\begin{aligned} & 2020 - 2000 + 1980 - 1960 + \dots + 60 - 40 + 20 - 0 \\ &= (2020 - 2000) + (1980 - 1960) + \dots + (60 - 40) + (20 - 0) \\ &= 20 + 20 + \dots + 20 + 20 \end{aligned}$$

Phép tính đã cho gồm dãy số cách đều 20 đơn vị.

Số số hạng = (Số cuối - Số đầu) : Khoảng cách + 1 =  $(2020 - 0) : 20 + 1 = 102$  (số)

Mỗi cặp gồm 2 số nên ta có số cặp là:  $102 : 2 = 51$  (cặp)

Kết quả của phép tính đã cho là:  $20 \times 51 = 1020$ .

Đáp số: B.

10. Ta có:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{98 \times 99} + \frac{1}{99 \times 100} \\ &= \frac{3-2}{2 \times 3} + \frac{4-3}{3 \times 4} + \frac{5-4}{4 \times 5} + \dots + \frac{99-98}{98 \times 99} + \frac{100-99}{99 \times 100} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{100} \\ &= \frac{49}{100} \end{aligned}$$

Đáp số: A.

### Number Theory / Lý thuyết số

11. Để  $\overline{1112020A}$  chia hết cho 3 thì tổng tất cả chữ số phải chia hết cho 3.

Ta có:  $1 + 1 + 1 + 2 + 0 + 2 + 0 + A = 7 + A$  chia hết cho 3.

Suy ra, A bằng 2, 5 hoặc 8.

Vì  $\overline{1112020A}$  chia hết cho 4 nên hai chữ số tận cùng phải chia hết cho 4.

Như vậy, A bằng 8 thỏa mãn đề bài.

Đáp số: C.

12. Nhận xét: Vì  $6 \times 6 = 36$  nên tích các số tận cùng là 6 cũng có chữ số tận cùng là 6.

Do đó, chữ số hàng đơn vị  $6 \times 16 \times 26 \times \dots \times 96 \times 106$  là 6.

Đáp số: D.

13. Vì A gấp 4 lần B nên ta coi B là 1 phần và A là 4 phần.

Tổng của A và B ứng với số phần là:  $4 + 1 = 5$  (phần)

Giá trị của 1 phần là:  $2020 : 5 = 404$ .

Giá trị của A là:  $404 \times 4 = 1616$ .

Đáp số: B.

14. Số lẻ lớn nhất có 3 chữ số là 999.

Số lẻ nhỏ nhất có 3 chữ số là 101.

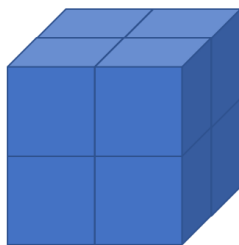
Hiệu lớn nhất của X và Y là:  $999 - 101 = 898$ .

Đáp số: C.

15. Số chia hết cho cả 3 và 4 thì phải chia hết cho 12.  
 Số nhỏ nhất có 3 chữ số chia hết cho 12 là 108.  
 Số lớn nhất có 3 chữ số chia hết cho 12 là 996.  
 Các số chia hết cho 12 tạo thành dãy số cách đều 12 đơn vị.  
 Do đó, số các số có 3 chữ số chia hết cho 3 và 4 là:  $(996 - 108) : 12 + 1 = 75$  (số).  
 Đáp số: B.

### Geometry / Hình học

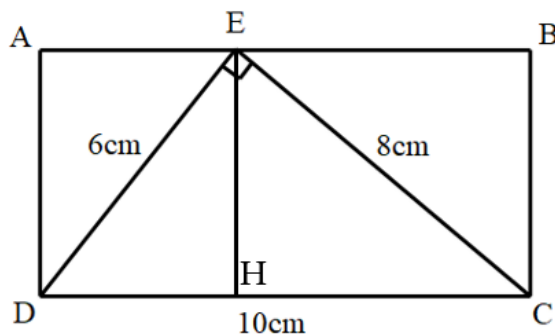
16. Số hình tam giác nhỏ: 10 hình.  
 Số hình tam giác ghép bởi 2 tam giác nhỏ: 6 hình.  
 Số hình tam giác ghép bởi 4 hình tam giác nhỏ: 2 hình.  
 Số hình tam giác ghép bởi 8 hình tam giác nhỏ: 1 hình.  
 Như vậy, có tất cả 19 hình tam giác vuông.  
 Đáp số: D.
17. Khối lập phương lớn có dạng  $2 \times 2 \times 2$  như hình vẽ sau:



Nhận thấy, cạnh khối lập phương lớn gấp đôi cạnh khối lập phương nhỏ và bằng:  
 $10 \times 2 = 20$  (cm).

Đáp số: D.

18. Diện tích hình tam giác EDC là:  $6 \times 8 : 2 = 24$  (cm<sup>2</sup>).  
 Ta kẻ EH vuông góc với DC. Nhận thấy diện tích tam giác AED bằng diện tích tam giác EDH; Diện tích tam giác BEC bằng diện tích tam giác EHC. Do đó, diện tích hình chữ nhật bằng 2 lần diện tích tam giác DEC và bằng:  $24 \times 2 = 48$  (cm<sup>2</sup>).

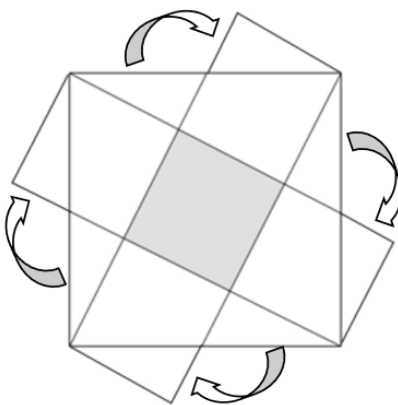


Vì diện tích ABCD = BC x CD = 48 nên BC =  $48 : CD = 48 : 10 = 4.8$  cm.

Đáp số: A.

19. Diện tích của một mặt hình vuông là:  $5 \times 5 = 25$  cm<sup>2</sup>.  
 Mặt trên của hình gồm 8 hình vuông nhỏ nên có diện tích là:  $25 \times 8 = 200$  cm<sup>2</sup>.  
 Đáp số: B.

20. Ta ghép các hình tam giác nhỏ như hình dưới đây:



Nhận thấy, diện tích miếng gạch ban đầu bằng 5 lần diện tích hình vuông in đậm.

Diện tích miếng gạch là:  $20 \times 5 = 100 \text{ (cm}^2\text{)}$

Vì  $100 = 10 \times 10$  nên miếng gạch có cạnh bằng 10cm.

Chu vi của miếng gạch là:  $10 \times 4 = 40 \text{ (cm)}$

Đáp số: A.

### Combinatorics / Tổ hợp

21. Số các số có 2 chữ số là:  $99 - 10 + 1 = 90$  (số)  
Trong đó, có 9 số có 2 chữ số giống nhau là 11, 22, ..., 99.  
Do đó có  $90 - 9 = 81$  số có 2 chữ số khác nhau.  
Đáp số: C.
22. Vị trí số 1: có 4 cách chọn.  
Vị trí số 2: có 3 cách chọn trong số 3 bạn còn lại.  
Vị trí số 3: có 2 cách chọn trong số 2 bạn còn lại.  
Vị trí số 4: có 1 cách chọn trong số 1 bạn còn lại.  
Vậy số cách sắp xếp 4 học sinh thành 1 hàng ngang là:  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ .  
Đáp số: A.
23. Ta có:  $48 = 1 \times 48 = 2 \times 24 = 3 \times 16 = 4 \times 12 = 6 \times 8$ .  
Do đó ta có 9 cách chia 48 người vào các nhóm như nhau (2 nhóm, 3 nhóm, 4 nhóm, 6 nhóm, 8 nhóm, 12 nhóm, 16 nhóm, 24 nhóm, 48 nhóm).  
Đáp số: C.
24. Trường hợp xấu nhất: Ta lấy được toàn bộ số bút đen, toàn bộ số bút xanh. Lúc này, ta chỉ cần lấy thêm 1 chiếc bút thì chắc chắn lấy được cả 3 màu.  
Số bút cần lấy ra là:  $15 + 14 + 1 = 30$ .  
Đáp số: B.
25. Nhận thấy có 2 đường thẳng nằm phía trên phần in đậm, 2 đường thẳng nằm phía dưới phần in đậm, 2 đường thẳng nằm phía bên phải phần in đậm, 2 đường thẳng nằm phía bên trái phần in đậm.  
Số hình chữ nhật chứa phần in đậm là:  $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$  (hình)  
Đáp số: A.

## ĐỀ SỐ 6

### Logical Thinking / Tư duy lô-gic

- $\overline{AB}$  chia hết cho 5 mà  $B$  khác 0 nên  $B$  là 5.  
Vì  $\overline{AB}$  là số chính phương nên  $\overline{AB} = 25$ .  
Đáp số: B.
- Thời gian Peter đã đi là:  $300 : 5 = 60$  (giây).  
Đáp số: C.
- Mỗi ngày John làm được  $\frac{1}{21}$  công việc.  
Mỗi ngày Mary làm được  $\frac{1}{42}$  công việc.  
Mỗi ngày John và Mary làm được  $\frac{1}{21} + \frac{1}{42} = \frac{1}{14}$  công việc.  
Vậy cả 2 bạn sẽ hoàn thành dự án trong 14 ngày.  
Đáp số: C.
- Tuổi bà của Ming năm nay là:  $(16 \times 9 + 56) : 2 - 14 = 86$ .  
Đáp số: B.
- Số bút còn lại sau ngày thứ nhất là:  $(24 + 8) \times 2 = 64$ .  
Số bút ban đầu của hàng có là:  $(64 + 5) \times 2 = 138$ .  
Đáp số: A.

### Arithmetic / Số học

- $121 \times 111 = 13431$ .  
Đáp số: D.
- $P = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 17 \times 18 + 18 \times 19 + 19 \times 20$ .  
 $3 \times P = 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 3 + 3 \times 4 \times 3 + \dots + 17 \times 18 \times 3 + 19 \times 20 \times 3$   
 $3 \times P = 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times (4 - 1) + 3 \times 4 \times (5 - 2) + \dots + 17 \times 18 \times (19 - 16) + 19 \times 20 \times (21 - 18)$   
 $3 \times P = 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 - 1 \times 2 \times 3 + 3 \times 4 \times 5 - 2 \times 3 \times 4 + \dots + 19 \times 20 \times 21 - 18 \times 19 \times 20$   
 $3 \times P = 1 \times 2 \times 3 - 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 - 2 \times 3 \times 4 + 3 \times 4 \times 5 - \dots - 18 \times 19 \times 20 + 19 \times 20 \times 21$   
 $3 \times P = 19 \times 20 \times 21$   
 $3 \times P = 7980$ .  
 $P = 2660$ .  
Đáp số: A.
- $1003 \times 1003 - 997 \times 997$   
 $= 1003 \times 1003 + 1003 \times 997 - 1003 \times 997 - 997 \times 997$   
 $= 1003 \times (1003 + 997) - 997 \times (1003 + 997)$   
 $= 1003 \times 2000 - 997 \times 2000$   
 $= (1003 - 997) \times 2000$   
 $= 6 \times 2000 = 12000$ .  
Đáp số: B.

9. Ta có:

$$\begin{aligned}A &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} \\2A &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} \\2A - A &= 1 - \frac{1}{64} \\A &= \frac{63}{64}\end{aligned}$$

Đáp số: C.

10.  $2.01 \times 10 + 2.01 \times 20 + 2.01 \times 30 + 2.01 \times 40$  .  
 $= 2.01 \times (10 + 20 + 30 + 40)$   
 $= 2.01 \times 100 = 201$

Đáp số: D.

### Number Theory / Lý thuyết số

11.  $2 \otimes 3 = 2 \times 3 + 3 + 7 = 16$  .

$$4 \otimes (2 \otimes 3) = 4 \otimes 16 = 4 \times 16 + 16 + 7 = 87$$

Đáp số: B.

12. 143 chia hết cho các số 1, 11, 13, 143 nên 143 có 4 ước số.

Đáp số: A.

13. Số ở giữa chính là trung bình cộng của 5 số và bằng:  $125 : 5 = 25$ .

Đáp số: D.

14. Coi B là 1 phần. Khi đó, A là 5 phần như vậy.

Tổng số phần bằng nhau là:  $1 + 5 = 6$  (phần).

Giá trị của A là:  $480 : 6 \times 5 = 400$ .

Đáp số: C.

15. Ta liệt kê được các số chia hết cho 3 có hàng đơn vị là 5 như sau: 105, 135, 165, ..., 975.

Nhận thấy, các số này tạo thành dãy cách đều 30 đơn vị.

Số các số thỏa mãn đề bài là:  $(975 - 105) : 30 + 1 = 30$  (số)

Đáp số: A.

### Geometry / Hình học

16. Vì  $27 = 3 \times 3 \times 3$  nên cạnh của hình lập phương là 3cm.

Diện tích toàn phần của hình lập phương là:  $6 \times 3 \times 3 = 54 \text{ cm}^2$ .

Đáp số: A.

17. Tổng chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật là:  $100 : 2 = 50$ .

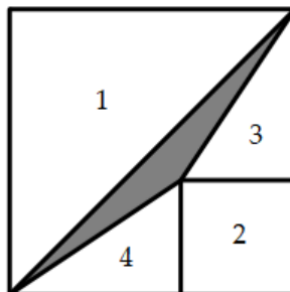
Nhận xét: Hiệu của chiều dài và chiều rộng càng lớn thì diện tích càng nhỏ.

Khi đó, chiều dài là 49 và chiều rộng là 1 thỏa mãn hiệu lớn nhất.

Diện tích nhỏ nhất của hình chữ nhật là:  $49 \times 1 = 49$ .

Đáp số: C.

18. Hình chóp có 1002 đỉnh gồm 1 đỉnh trên cùng và 1001 đỉnh ở mặt đáy.  
 Vì mặt đáy có 1001 đỉnh nên cũng sẽ có 1001 cạnh.  
 Như vậy, hình chóp có 1001 mặt bên tương ứng với số cạnh ở đáy.  
 Hình chóp có 1001 mặt bên và 1 mặt đáy nên có tất cả 1002 mặt.  
 Đáp số: D.
19. Ta đánh số như sau:



Diện tích của hình vuông lớn là:  $14 \times 14 = 196 \text{ (cm}^2\text{)}$ .  
 Diện tích của hình tam giác số 1 là:  $14 \times 14 : 2 = 98 \text{ (cm}^2\text{)}$ .  
 Diện tích của hình vuông nhỏ số 2 là:  $6 \times 6 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$ .  
 Diện tích của 2 hình tam giác số 3 và số 4 là:  $6 \times (14 - 6) = 48 \text{ (cm}^2\text{)}$   
 Diện tích phần tô đậm là:  $196 - 98 - 36 - 48 = 14 \text{ (cm}^2\text{)}$ .  
 Đáp số: B.

20. Ta tạo được nhiều đường thẳng nhất khi không có 3 điểm nào thẳng hàng.  
 Với 2 điểm bất kì ta có thể nối và tạo thành 1 đường thẳng.  
 Ta có 18 cách chọn điểm thứ nhất và 17 cách chọn điểm thứ 2 trong số các điểm còn lại.  
 Với mỗi cách chọn 2 điểm như vậy thì một đường thẳng bị tính lặp lại 2 lần.  
 Do đó, số đường thẳng tạo được nhiều nhất là:  $18 \times 17 : 2 = 153$ .  
 Đáp số: B.

### Combinatorics / Tổ hợp

21. Số cách đến 1 điểm bất kì bằng tổng số cách đến các điểm liền trước nó. Nếu chỉ có 1 điểm liền trước thì số cách đi giữ nguyên.  
 Ta có số cách đi đến các điểm như sau:

|    |    |    |   |     |
|----|----|----|---|-----|
| 1  | 1  | 1  | 1 | ← B |
| 3  | 2  | 1  |   | ↓   |
| 8  | 5  | 3  | 2 | 1   |
| 19 | 11 | 6  | 3 | 1   |
| 40 | 21 | 10 | 4 | 1   |
| A  |    |    |   |     |

Vậy có tất cả 40 cách đi từ B đến A.

Đáp số: D.

22. Có 4 số thỏa mãn đề bài là: 4321, 4123, 2341, 2143.

Đáp số: B.

23. Có 18 số thỏa mãn đề bài: 12, 22, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92, 20, 21, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29.  
Đáp số: A.
24. Tổng khối lượng của 1 quả táo và 1 quả dưa là:  $1800 : 3 = 600$  (g).  
Khối lượng của một quả táo là:  $600 : (4 + 1) \times 1 = 120$  (g).  
Đáp số: D.
25. Số học sinh thích chơi cả 2 môn bóng là:  $29 + 28 - 42 = 15$ .  
Đáp số: C.

## ĐỀ SỐ 7

### Logical Thinking / Tư duy lô-gic

- Quy luật: Nhóm 6 hình ( $\blacktriangle \bigcirc \nabla \blacksquare \bigcirc \bigcirc$ ) lặp lại.  
Ta có:  $2021 : 6 = 336$  (dư 5).  
Do đó, 2021 hình đầu tiên gồm 336 nhóm, mỗi nhóm có 2 hình tam giác và dư ra 5 hình  $\blacktriangle \bigcirc \nabla \blacksquare \bigcirc$ . Trong 5 hình dư ra cũng có 2 hình tam giác.  
Số hình tam giác trong dãy là:  $336 \times 2 + 2 = 674$  (hình).  
Đáp số: A.
- Ta lấy 10 lít xăng còn dư đổ thêm 1 lít vào mỗi can sẽ được cách chia 4 lít.  
Ta cần đổ thêm số lít xăng là:  $10 - 2 = 8$  (lít).  
Nhận thấy, mỗi can được đổ thêm 1 lít và ta đổ thêm 8 lít xăng tất cả nên có 8 can.  
Andy có số lít xăng là:  $8 \times 3 + 10 = 8 \times 4 + 2 = 34$  (lít).  
Đáp số: B.
- Quy luật: Khoảng cách giữa 2 số liên tiếp lần lượt gấp lên 3 lần.  
 $1 + 1 = 2$   
 $2 + 3 = 5$   
 $5 + 9 = 14$   
 $14 + 27 = 41$   
Ta lần lượt liệt kê được các số thứ 6, 7, 8 là: 122, 365, 1094.  
Đáp số: D.
- Quy luật: Các số ở hàng trên tăng dần 1 đơn vị. Các số ở hàng dưới bằng tích hai số bên trên cộng 1.  
Do đó,  $A = 7$ ,  $B = 8$  và  $C = 7 \times 8 + 1 = 57$ . Như vậy,  $A + B + C = 7 + 8 + 57 = 72$ .  
Đáp số: C.
- Mỗi học sinh có thể nhận 1 trong 11 số điểm: 0, 1, 2, 3, ..., 10.  
Để chắc chắn có hai học sinh bằng điểm nhau thì ta cần chọn ít nhất 12 học sinh.  
Đáp số: A.

### Arithmetic / Số học

- Ta có:  
$$\frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{4 \times 6} + \frac{1}{6 \times 8} + \dots + \frac{1}{2020 \times 2022}$$
$$= \frac{1}{2} \times \left( \frac{2}{2 \times 4} + \frac{2}{4 \times 6} + \frac{2}{6 \times 8} + \dots + \frac{2}{2020 \times 2022} \right)$$
$$= \frac{1}{2} \times \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2020} - \frac{1}{2022} \right)$$
$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2022} \right) = \frac{505}{2022}.$$

Đáp số: C.

7. Ta đổi phân số thành phép chia như sau:

$$\frac{1}{2 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{\frac{11}{4}} = 1 \div \frac{11}{4} = \frac{4}{11}.$$

Đáp số: B.

8. Tổng đã cho là dãy số cách đều 5 đơn vị.

Số số hạng = (Số cuối – Số đầu) : Khoảng cách + 1 =  $(202 - 2) : 5 + 1 = 41$ .

Tổng = (Số cuối + Số đầu)  $\times$  Số số hạng : 2 =  $(202 + 2) \times 41 : 2 = 4182$ .

Đáp số: D.

9. Ta có:

$$2 \times P = 2 + 6 + 18 + 54 + \dots + 4374$$

$$P = 1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 2187$$

$$3 \times P = 3 + 9 + 27 + 81 + \dots + 6561$$

$$3 \times P - P = 6561 - 1$$

$$2 \times P = 6560$$

$$P = 6560 : 2 = 3280.$$

Đáp số: B.

10. Nhận thấy,  $MATH + 1234 < 10000 + 10000 = 20000$ .

Do đó,  $HKIMO < 20000$  nên  $H = 1$ .

Xét hàng đơn vị, ta có:  $O = H + 4 = 1 + 4 = 5$ .

Xét hàng nghìn, ta có:  $M + 1 = 1K$ . Như vậy,  $M$  có thể bằng 8 hoặc 9.

Nếu  $M = 8$  suy ra  $T = 5 = O$ . (Mâu thuẫn)

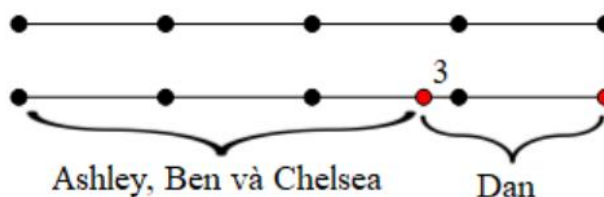
Nếu  $M = 9$  suy ra  $T = 6$ ,  $K = 0$ ,  $A = 2$ ,  $I = 4$ .

Đáp số: C.

### Number Theory / Lý thuyết số

11. Tổng cân nặng của Ashley, Ben và Chelsea là:  $(75 + 81 + 84) : 2 = 120$  (kg)

Nếu coi số cân trung bình của 4 bạn là 1 phần thì tổng số cân của 4 bạn là 4 phần như thế. Ta có sơ đồ sau:



Nhận thấy, cân nặng Ashley, Ben và Chelsea sau khi thêm 3kg thì đúng bằng 3 phần.

Do đó, giá trị của 1 phần là:  $(120 + 3) : 3 = 41$  (kg)

Cân nặng của Dan là:  $41 + 3 = 44$  (kg)

Đáp số: A.

12. Số lớn nhất có 3 chữ số là 999. Nhận thấy:  $999 : 7 = 142$  (dư 5)

Do đó, số lớn nhất có 3 chữ số chia hết cho 7 là:  $142 \times 7 = 994$ .

Số lớn nhất có 3 chữ số chia 7 dư 6 là 993.

Đáp số: B.

13. Để  $20212022AB$  chia hết cho 18 thì số đó phải chia hết cho 2 và 9.

Tổng tất cả các chữ số phải chia hết cho 9 hay  $12 + A + B$  chia hết cho 9.

Suy ra  $A + B$  bằng 7 hoặc 16. Để  $A$  lớn nhất có thể, ta chọn  $A + B$  bằng 16.

Nếu  $A = 9$  thì  $B = 7$  (Không thỏa mãn vì không chia hết cho 2).

Nếu  $A = 8$  thì  $B = 8$  (Thỏa mãn).

Do đó, giá trị lớn nhất của  $A$  là 8.

Đáp số: A.

14. Ta có:  $4 \times 6 = 6 + 10 + 14 + 18$ .

Đáp số: D.

15. Số 0 xuất hiện 1 lần trong các số: 10, 20, 30, ..., 90 và 2 lần trong số 100.

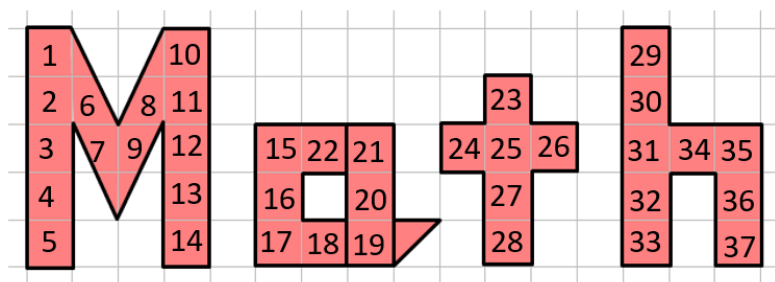
Để đánh số toàn bộ số trang của quyển sách 100 trang thì cần số chữ số 0 là:  $9 + 2 = 11$ .

Đáp số: C.

### Geometry / Hình học

16. Diện tích mỗi ô vuông là:  $4 \times 4 = 16$ .

Phần màu đỏ có diện tích đúng bằng 37 hình vuông và 1 hình tam giác (hình tam giác bằng nửa hình vuông).



Diện tích phần màu đỏ là:  $16 \times 37 + 16 : 2 = 600$ .

Đáp số: C.

17. Diện tích mỗi mặt hình vuông là:  $2 \times 2 = 4 \text{ cm}^2$ .

Số mặt trước = Số mặt sau = 5

Số mặt trái = Số mặt phải = 7

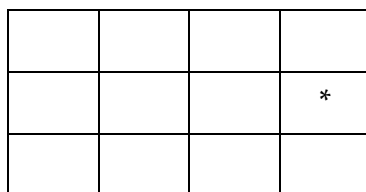
Số mặt trên = Số mặt dưới = 8

Tổng số mặt là:  $(5 + 7 + 8) \times 2 = 40$  (mặt).

Diện tích toàn phần là:  $4 \times 40 = 160 \text{ cm}^2$ .

Đáp số: A.

18. Đầu tiên, ta vẽ thêm để được lưới ô hoàn chỉnh như hình dưới đây.



Số cách chọn 2 đường nằm dọc là:  $5 \times 4 : 2 = 10$  (cách).

Số cách chọn 2 đường nằm ngang là:  $4 \times 3 : 2 = 6$  (cách).

Số hình chữ nhật có trong lưới ô là:  $10 \times 6 = 60$  (hình chữ nhật).

Số hình chữ nhật chứa ngôi sao là:  $2 \times 1 \times 2 \times 4 = 16$  (hình chữ nhật).

Nhận thấy, những hình chữ nhật chứa ngôi sao là hình chứa phần bị khuyết và không thỏa mãn đề bài.

Do đó, số hình chữ nhật có trong hình vẽ ban đầu là:  $60 - 16 = 44$  (hình chữ nhật).

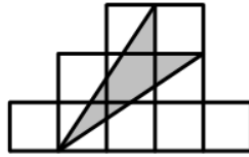
Đáp số: D.

19. Chu vi của hình vẽ được ghép bởi 16 cạnh hình vuông có độ dài như nhau.

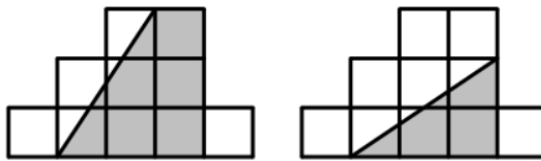
Độ dài cạnh của mỗi hình vuông là:  $48 : 16 = 3$ .

Diện tích 1 hình vuông là:  $3 \times 3 = 9$ .

Ta vẽ thêm 1 hình vuông vào hình đã cho để được hình sau:



Để tính diện tích phần tô đậm đã cho, ta tính diện tích hình thang và hình tam giác tô đậm dưới đây:



Đáy lớn của hình thang là 9 và đáy nhỏ của hình thang là 3. Chiều cao hình thang là 9.

Do đó, diện tích của hình thang là:  $(9 + 3) \times 9 : 2 = 54$ .

Đáy của hình tam giác là 9. Chiều cao của hình tam giác là 6.

Do đó, diện tích của hình tam giác là:  $9 \times 6 : 2 = 27$ .

Diện tích của phần tô đậm đã cho bằng diện tích hình thang trừ đi diện tích hình tam giác và diện tích 1 ô vuông.

Vậy diện tích của phần tô đậm đã cho là:  $54 - 27 - 9 = 18$ .

Đáp số: B.

20. Để có thể ghép như vậy thì các đoạn sau phải bằng nhau:

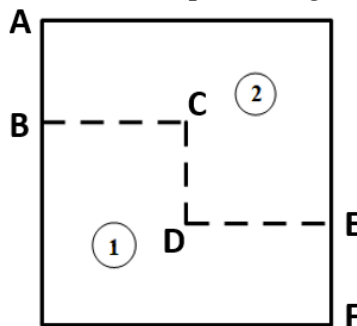


Figure 1

$$AB = CD = EF \text{ và } BC = DE$$

Như vậy, chiều rộng của hình 2 bằng  $\frac{2}{3}$  độ dài cạnh của hình 1. Chiều dài của hình 2 phải bằng  $\frac{3}{2}$  độ dài cạnh của hình 1.

Vì mảnh giấy hình vuông có chu vi là 72 nên cạnh hình 1 dài là:  $72 : 4 = 18$ .

Chiều rộng của hình 2 là:  $18 \times \frac{2}{3} = 12$ .

Chiều dài của hình 2 là:  $18 \times \frac{3}{2} = 27$ .

Chu vi của hình 2 là:  $(12 + 27) \times 2 = 78$ .

Đáp số: B.

### **Combinatorics / Tổ hợp**

21. Có 8 cách chọn chữ số hàng trăm (Chọn 1 chữ số từ 2, 3, ..., 9).

Có 9 cách chọn chữ số hàng chục (Chọn 1 chữ số từ 0, 2, 3, ..., 9).

Có 9 cách chọn chữ số hàng đơn vị (Chọn 1 chữ số từ 0, 2, 3, ..., 9).

Số các số có 3 chữ số mà không chứa chữ số 1 là:  $8 \times 9 \times 9 = 648$ .

Đáp số: D.

22. Số cách uống hết 1 viên thuốc là: 0 cách.

Số cách uống hết 2 viên thuốc là: 1 cách.

Số cách uống hết 3 viên thuốc là: 1 cách.

Số cách uống hết 4 viên thuốc là: 1 cách. (2 + 2)

Số cách uống hết 5 viên thuốc là: 2 cách. (2 + 3; 3 + 2)

Quy luật: Số cách uống hết  $n$  viên thuốc = Số cách uống hết  $(n - 2)$  viên thuốc + Số cách uống hết  $(n - 3)$  viên thuốc.

Số cách uống hết 6 viên thuốc là:  $1 + 1 = 2$  cách.

Số cách uống hết 7 viên thuốc là:  $1 + 2 = 3$  cách.

Số cách uống hết 8 viên thuốc là:  $2 + 2 = 4$  cách.

Số cách uống hết 9 viên thuốc là:  $2 + 3 = 5$  cách.

Số cách uống hết 10 viên thuốc là:  $3 + 4 = 7$  cách.

Số cách uống hết 11 viên thuốc là:  $4 + 5 = 9$  cách.

Số cách uống hết 12 viên thuốc là:  $5 + 7 = 12$  cách.

Số cách uống hết 13 viên thuốc là:  $7 + 9 = 16$  cách.

Đáp số: C.

23. Để tổng lớn nhất có thể, ta lựa chọn các hàng nghìn, hàng trăm, hàng chục, hàng đơn vị theo thứ tự từ lớn đến bé.

Tổng lớn nhất có thể là:  $7531 + 6420 = 13591$ .

Đáp số: A.

24. **Trường hợp 1:** Chữ số hàng đơn vị là 0.

Ta chọn chữ số hàng nghìn là 1 trong 5 số còn lại.

Ta chọn chữ số hàng trăm là 1 trong 4 số còn lại.

Ta chọn chữ số hàng chục là 1 trong 3 số còn lại.

Số số có thể tạo thành là:  $5 \times 4 \times 3 = 60$ .

**Trường hợp 2:** Chữ số hàng đơn vị là 5.

Ta chọn chữ số hàng nghìn là 1 trong 4 chữ số còn lại (trừ số 0).

Ta chọn chữ số hàng trăm là 1 trong 4 số còn lại.

Ta chọn chữ số hàng chục là 1 trong 3 số còn lại.

Số số có thể tạo thành là:  $4 \times 4 \times 3 = 48$ .

Số các số có thể tạo thành là:  $60 + 48 = 108$ .

Đáp số: B.

25. Để 3 ô liên nhau luôn có tổng bằng 100 thì cứ sau 3 ô, số cần điền sẽ lặp lại.

Ta có cách điền vào bảng như sau:

|    |    |    |    |    |    |    |     |
|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 41 | 23 | 36 | 41 | 23 | 36 | 41 | ... |
|----|----|----|----|----|----|----|-----|

Nhận thấy,  $100 : 3 = 33$  (dư 1).

Như vậy, 100 số liên tiếp được chia vào 33 nhóm có các số (41, 23, 36) và dư ra 1 số đầu tiên của nhóm tiếp theo.

Do đó, số thứ 100 là 41.

Đáp số: B.

## HEAT ROUND / VÒNG QUỐC GIA

### ĐỀ SỐ 1

#### Logical Thinking / Tư duy lô-gic

- Một nửa số ô tô đồ chơi còn lại sau ngày thứ nhất là:  $20 - 9 = 11$  (chiếc).  
Số ô tô đồ chơi còn lại sau ngày thứ nhất là:  $11 \times 2 = 22$  (chiếc).  
Một nửa số ô tô đồ chơi ban đầu là:  $22 - 7 = 15$  (chiếc).  
Số ô tô đồ chơi ban đầu là:  $15 \times 2 = 30$  (chiếc).  
Đáp số: 30.
- Nếu có thêm 8 con gà thì số gà bằng với số thỏ.  
Khi đó, tổng số chân là:  $158 + 2 \times 8 = 174$  (cái chân).  
Vì số gà bằng với số thỏ nên ta có thể ghép 1 con gà và 1 con thỏ thành 1 nhóm.  
Mỗi nhóm có số chân là:  $2 + 4 = 6$  (cái chân).  
Số nhóm là:  $174 : 6 = 29$  (nhóm).  
Vì mỗi nhóm có 1 con thỏ nên có tất cả 29 con thỏ.  
Đáp số: 29.
- Nếu làm một mình, mỗi người cần số ngày để hoàn thành công việc là:  $9 \times 7 = 63$  (ngày).  
Vậy 3 người cần số ngày để hoàn thành công việc là:  $63 : 3 = 21$  (ngày).  
Đáp số: 21.
- Ta có quy luật như dưới đây:  
 $4 \times 18 = 72 = 8 \times 9$   
 $15 \times 4 = 60 = 10 \times 6$   
 $12 \times 3 = 36 = 2 \times ?$   
Vậy số cần tìm là:  $36 : 2 = 18$ .  
Đáp số: 18.
- Trường hợp xấu nhất: Lấy được 51 bóng đỏ, 50 bóng xanh dương và 2 bóng xanh lá.  
Khi đó, ta chỉ cần lấy thêm 1 bóng bất kì thì chắc chắn đó là bóng xanh lá và ta có đủ 3 quả bóng mỗi màu.  
Vậy trong trường hợp xấu nhất, ta cần lấy số bóng là:  $51 + 50 + 2 + 1 = 104$  (quả).  
Đáp số: 104.

#### Arithmetic / Số học

- Tổng đã cho là tổng của dãy số cách đều 7 đơn vị.  
Số hạng của tổng là:  $(127 - 8) : 7 + 1 = 18$  (số).  
Tổng cần tìm là:  $(8 + 127) \times 18 : 2 = 1215$ .  
Đáp số: 1215.
- $$\frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \frac{1}{9 \times 11} + \dots + \frac{1}{31 \times 33} + \frac{1}{33 \times 35}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \times \left( \frac{2}{5 \times 7} + \frac{2}{7 \times 9} + \frac{2}{9 \times 11} + \dots + \frac{2}{31 \times 33} + \frac{2}{33 \times 35} \right) \\
&= \frac{1}{2} \times \left( \frac{7-5}{5 \times 7} + \frac{9-7}{7 \times 9} + \frac{11-9}{9 \times 11} + \dots + \frac{33-31}{31 \times 33} + \frac{35-33}{33 \times 35} \right) \\
&= \frac{1}{2} \times \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{31} - \frac{1}{33} + \frac{1}{33} - \frac{1}{35} \right) \\
&= \frac{1}{2} \times \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{35} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{6}{35} = \frac{3}{35}.
\end{aligned}$$

Đáp số:  $\frac{3}{35}$ .

$$8. \quad \frac{2}{4 - \frac{2}{3 + \frac{3}{1 + \frac{1}{2}}}} = \frac{2}{4 - \frac{2}{3 + \frac{3}{\frac{3}{2}}}} = \frac{2}{4 - \frac{2}{3 + \frac{3 \times 2}{3}}} = \frac{2}{4 - \frac{2}{3 + \frac{6}{3}}} = \frac{2}{4 - \frac{2}{3 + 2}} = \frac{2}{4 - \frac{2}{5}} = \frac{2}{\frac{18}{5}} = \frac{2}{5} = \frac{5}{9}$$

Đáp số:  $\frac{5}{9}$ .

$$\begin{aligned}
9. \quad &\left( \frac{3}{5} + \frac{3}{10} + \frac{3}{20} + \frac{3}{40} \right) : \left( \frac{7}{2} + \frac{7}{4} + \frac{7}{8} + \frac{7}{16} \right) \\
&= \left[ \frac{3}{5} \times \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \right) \right] : \left[ \frac{7}{2} \times \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \right) \right] \\
&= \frac{3}{5} : \frac{7}{2} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{35}.
\end{aligned}$$

Đáp số:  $\frac{6}{35}$ .

$$\begin{aligned}
10. \quad &111 \times 985 + 555 \times 155 + 333 \times 80 \\
&= 111 \times 985 + 111 \times 5 \times 155 + 111 \times 3 \times 80 \\
&= 111 \times 985 + 111 \times 775 + 111 \times 240 \\
&= 111 \times (985 + 775 + 240) \\
&= 111 \times 2000 = 222000.
\end{aligned}$$

Đáp số: 222000.

### Number Theory / Lý thuyết số

11. Vì  $\overline{20B49238A}$  chia hết cho 36 nên cũng chia hết cho cả 9 và 4.  
 Vì  $\overline{20B49238A}$  chia hết cho 9 nên tổng các chữ số chia hết cho 9.  
 Do đó,  $2 + 0 + B + 4 + 9 + 2 + 3 + 8 + A = A + B + 28$  chia hết cho 9.  
 Vì  $\overline{20B49238A}$  chia hết cho 4 nên  $\overline{8A}$  chia hết cho 4. Do đó,  $B$  là 0, 4 hoặc 8.

**Trường hợp 1:**  $B = 0$ .

Khi đó,  $A + B + 28 = A + 28$  chia hết cho 9.

Do đó,  $A = 8$  và  $A + B = 8 + 0 = 8$ .

**Trường hợp 2:**  $B = 4$ .

Khi đó,  $A + B + 28 = A + 32$  chia hết cho 9.

Do đó,  $A = 4$  và  $A + B = 4 + 4 = 8$ .

**Trường hợp 3:**  $B = 8$ .

Khi đó,  $A + B + 28 = A + 36$  chia hết cho 9.

Do đó, giá trị lớn nhất của  $A$  là 9 và  $A + B = 9 + 8 = 17$ .

Vậy giá trị lớn nhất của  $A + B$  là 17.

Đáp số: 17.

12. Ta có:  $819 : 9 = 91$ . Do đó, số ở giữa của dãy là 91.

Ta liệt kê 9 số lẻ liên tiếp với số 91 ở chính giữa như sau:

83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99.

Vậy số nhỏ nhất là 83.

Đáp số: 83.

13. Các số có 3 chữ số chia hết cho 9 là: 108, 117, 126, ..., 999.

Số lượng số có 3 chữ số chia hết cho 9 là:  $(999 - 108) : 9 + 1 = 100$  (số).

Các số có 3 chữ số chia hết cho 13 là: 104, 117, 130, ..., 988.

Số lượng số có 3 chữ số chia hết cho 13 là:  $(988 - 104) : 13 + 1 = 69$  (số).

Ta có:  $9 \times 13 = 117$ . Các số chia hết cho cả 9 và 13 thì chia hết cho 117.

Các số có 3 chữ số chia hết cho 117 là: 117, 234, 351, ..., 936.

Số lượng số có 3 chữ số chia hết cho 117 là:  $(936 - 117) : 117 + 1 = 8$  (số).

Vậy số lượng số có 3 chữ số chia hết cho 9 hoặc 13 là:  $100 + 69 - 8 = 161$  (số).

Đáp số: 161.

14.  $4 \otimes 6 = \frac{2 \times 4 \times 6}{6 - 4} = \frac{8 \times 6}{2} = \frac{48}{2} = 24$ .

Do đó,  $12 \otimes (4 \otimes 6) = 12 \otimes 24$ .

$$12 \otimes 24 = \frac{2 \times 12 \times 24}{24 - 12} = \frac{2 \times 12 \times 24}{12} = 2 \times 24 = 48.$$

Đáp số: 48.

15. Dễ thấy,  $A$  chia hết cho 5 và 2 nên  $A$  cũng chia hết cho 10.

Vậy chữ số hàng đơn vị của  $A$  là 0.

Đáp số: 0.

### Geometry / Hình học

16. Có 3 đường thẳng nằm bên trên cả 2 dấu \*.

Có 2 đường thẳng nằm bên dưới cả 2 dấu \*.

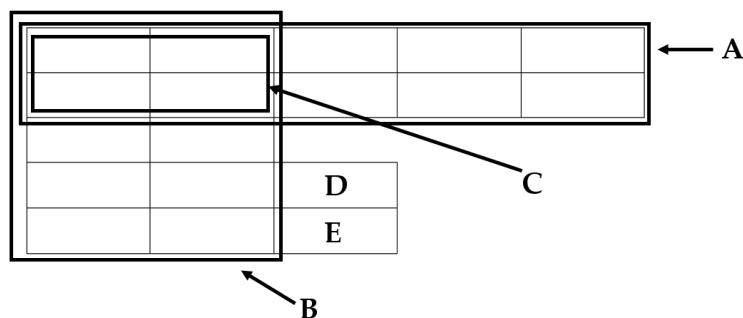
Có 2 đường thẳng nằm bên trái cả 2 dấu \*.

Có 2 đường thẳng nằm bên phải cả 2 dấu \*.

Vậy số hình chữ nhật chứa cả 2 dấu \* là:  $3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$  (hình).

Đáp số: 24.

17. Ta chia hình đã cho thành 3 phần A, B, C và 2 ô D, E như dưới đây:



Xét phần A:

Có 3 đường nằm ngang nên số cách chọn ra 2 đường nằm ngang là:  $3 \times 2 : 2 = 3$  (cách).

Có 6 đường nằm dọc nên số cách chọn ra 2 đường nằm dọc là:  $6 \times 5 : 2 = 15$  (cách).

Do đó, số hình chữ nhật trong phần A là:  $3 \times 15 = 45$  (hình).

Xét phần B:

Có 6 đường nằm ngang nên số cách chọn ra 2 đường nằm ngang là:  $6 \times 5 : 2 = 15$  (cách).

Có 3 đường nằm dọc nên số cách chọn ra 2 đường nằm dọc là:  $3 \times 2 : 2 = 3$  (cách).

Do đó, số hình chữ nhật trong phần B là:  $15 \times 3 = 45$  (hình).

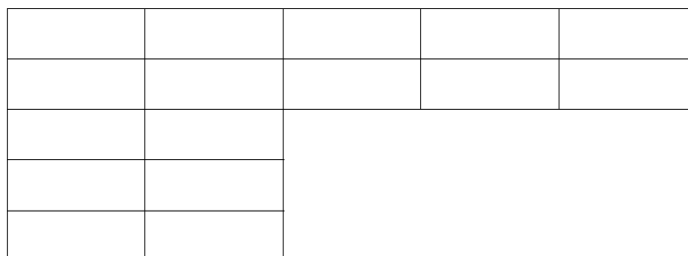
Xét phần C:

Có 3 đường nằm ngang nên số cách chọn ra 2 đường nằm ngang là:  $3 \times 2 : 2 = 3$  (cách).

Có 3 đường nằm dọc nên số cách chọn ra 2 đường nằm dọc là:  $3 \times 2 : 2 = 3$  (cách).

Do đó, số hình chữ nhật trong phần C là:  $3 \times 3 = 9$  (hình).

Khi ghép các phần A, B, C, ta được hình dưới đây:



Các hình chữ nhật trong phần C đều nằm trong 2 phần A và B.

Do đó, hình trên có tổng số hình chữ nhật là:  $45 + 45 - 9 = 81$  (hình).

Khi thêm ô D vào hình trên, ta có thêm 3 hình chữ nhật.

Khi tiếp tục thêm ô E vào hình trên, ta có thêm 6 hình chữ nhật nữa.

Vậy hình đã cho có tất cả số hình chữ nhật là:  $81 + 3 + 6 = 90$  (hình).

Đáp số: 90.

18.  $315 = 1 \times 315 = 3 \times 105 = 5 \times 63 = 7 \times 45 = 9 \times 35 = 15 \times 21$ .

Ta có bảng sau:

|            |     |     |     |     |    |    |
|------------|-----|-----|-----|-----|----|----|
| Chiều rộng | 1   | 3   | 5   | 7   | 9  | 15 |
| Chiều dài  | 315 | 105 | 63  | 45  | 35 | 21 |
| Chu vi     | 632 | 216 | 136 | 104 | 88 | 72 |

Vậy chu vi nhỏ nhất của hình chữ nhật là 72.

Đáp số: 72.

19. Tổng các góc ngoài của một đa giác là  $360^\circ$ .

Độ lớn mỗi góc ngoài của đa giác đã cho là:  $360^\circ : 15 = 24^\circ$ .

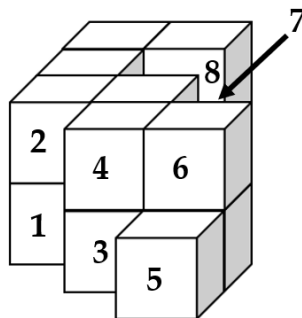
Độ lớn mỗi góc trong của đa giác đã cho là:  $180^\circ - 24^\circ = 156^\circ$ .

Ta có:  $156 : 24 = 6.5$ .

Vậy độ lớn mỗi góc trong gấp 6.5 lần độ lớn mỗi góc ngoài.

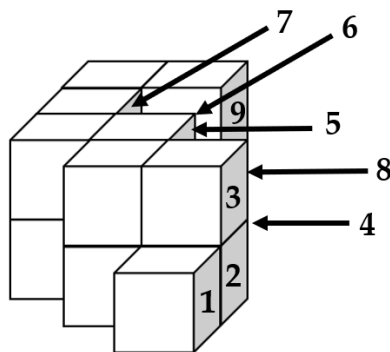
Đáp số: 6.5.

20. Ta đánh số các mặt hình vuông ở phía trước như dưới đây. Trong đó, mặt số 7 ở ngay bên dưới mặt số 8.



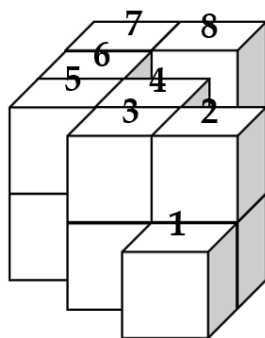
Có 8 mặt hình vuông ở phía trước. Do đó, có 8 mặt hình vuông ở phía sau.

Ta đánh số các mặt hình vuông ở bên phải như dưới đây. Trong đó, mặt số 4 ở bên dưới mặt số 5, mặt số 6 ở bên dưới mặt số 7 và mặt số 8 ở bên dưới mặt số 9.



Có 9 mặt hình vuông ở bên phải. Do đó, có 9 mặt hình vuông ở bên trái.

Ta đánh số các mặt hình vuông ở phía trên như dưới đây:



Có 8 mặt hình vuông ở phía trên. Do đó, có 8 mặt hình vuông ở phía dưới.

Tổng số mặt hình vuông ở bề mặt hình đã cho là:  $8 + 8 + 9 + 9 + 8 + 8 = 50$  (mặt).

Diện tích của mỗi mặt hình vuông là:  $1 \times 1 = 1$  (cm<sup>2</sup>).

Vậy diện tích toàn phần của hình đã cho là:  $1 \times 50 = 50$  (cm<sup>2</sup>).

Đáp số: 50.

### Combinatorics / Tổ hợp

21. Có 10 cách chọn bạn thứ nhất.

Có 9 cách chọn bạn thứ hai.

Có 8 cách chọn bạn thứ ba.

Do đó, số cách chọn ra 3 bạn theo thứ tự lần lượt là:  $10 \times 9 \times 8 = 720$  (cách).

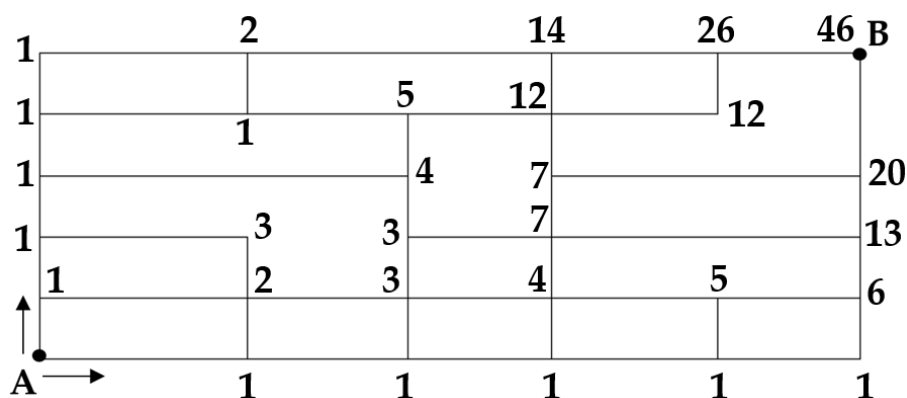
Mỗi cách chọn ra 3 bạn cùng lúc đã được tính lặp lại số lần là:  $3 \times 2 \times 1 = 6$  (lần).

Vậy số cách chọn ra 3 bạn được vào vòng tiếp theo là:  $720 : 6 = 120$  (cách).

Đáp số: 120.

22. Số cách đến 1 điểm bất kì bằng tổng số cách đến các điểm liền trước nó. Nếu chỉ có 1 điểm liền trước thì số cách đi giữ nguyên.

Ta có số cách đi đến các điểm như sau



Vậy Daniel có 46 cách đi từ A đến B.

Đáp số: 46.

23. Vì tích các chữ số lớn hơn 0 nên số tạo được không có chữ số 0.

Vì số tạo được là số chẵn nên hàng đơn vị là 2, 4, 6 hoặc 8.

**Trường hợp 1:** Hàng đơn vị là 2.

Khi đó, tích 2 chữ số còn lại là số chia hết cho 3 và nhỏ hơn 15.

Để tích chia hết cho 3 thì cần có chữ số chia hết cho 3.

Do đó, số tạo được có chữ số 3, 6 hoặc 9.

Có 7 số có chữ số 3 thỏa mãn yêu cầu là: 312, 322, 332, 342, 132, 232, 432.

Có 4 số có chữ số 6 thỏa mãn yêu cầu là: 612, 622, 162, 262.

Có 2 số có chữ số 9 thỏa mãn yêu cầu là: 912, 192.

Do đó, số lượng số thỏa mãn trường hợp 1 là:  $7 + 4 + 2 = 13$  (số).

**Trường hợp 2:** Hàng đơn vị là 4.

Khi đó, tích 2 chữ số còn lại là số chia hết cho 3 và nhỏ hơn 7.5.

Để tích chia hết cho 3 thì cần có chữ số chia hết cho 3.

Do đó, số tạo được có chữ số 3 hoặc 6.

Có 4 số có chữ số 3 thỏa mãn yêu cầu là: 314, 324, 134, 234.

Có 2 số có chữ số 6 thỏa mãn yêu cầu là: 614, 164.

Do đó, số lượng số thỏa mãn trường hợp 2 là:  $4 + 2 = 6$  (số).

**Trường hợp 3:** Hàng đơn vị là 6.

Khi đó, tích 2 chữ số còn lại là số nhỏ hơn 5.

Có 8 số thỏa mãn yêu cầu là: 116, 126, 136, 146, 216, 226, 316, 416.

**Trường hợp 4:** Hàng đơn vị là 8.

Khi đó, tích 2 chữ số còn lại là số chia hết cho 3 và nhỏ hơn 3.75.

Có 2 số thỏa mãn yêu cầu là: 318, 138.

Vậy số lượng số có 3 chữ số thỏa mãn yêu cầu là:  $13 + 6 + 8 + 2 = 29$  (số).

Đáp số: 29.

24. Ta chia các số đã cho thành các nhóm, mỗi nhóm có 23 số liên tiếp, bắt đầu từ 1.

Nhóm 1 gồm 23 số từ 1 đến 23.

Nhóm 2 gồm 23 số từ 24 đến 46.

Nhóm 3 gồm 23 số từ 46 đến 69.

Nhóm 4 gồm 11 số còn lại, từ 70 đến 80.

Trường hợp xấu nhất: Ta lấy được tất cả các số ở nhóm 1 và nhóm 3. Nếu lấy thêm 1 số bất kì thì số này chắc chắn ở nhóm 2 hoặc nhóm 4. Khi đó, ta tìm được hai số để tạo thành cặp số có hiệu là 23.

Vậy trong trường hợp xấu nhất, ta cần lấy:  $23 + 23 + 1 = 47$  (số).

Đáp số: 47.

25. **Trường hợp 1:** Hàng đơn vị là 0.

Có 5 cách chọn hàng trăm là: 1, 3, 5, 4, 6.

Có 5 cách chọn hàng chục là: 1, 3, 5, 4, 6, 9, nhưng bỏ đi 1 chữ số đã ở hàng trăm.

Do đó, số lượng số thỏa mãn trường hợp 1 là:  $5 \times 5 = 25$  (số).

**Trường hợp 2:** Hàng đơn vị khác 0.

Có 2 cách chọn hàng đơn vị là: 4, 6.

Có 4 cách chọn hàng trăm là: 1, 3, 5, 4, 6, nhưng bỏ đi 1 chữ số đã ở hàng đơn vị.

Có 5 cách chọn hàng chục là: 1, 3, 5, 4, 6, 9, 0, nhưng bỏ đi 2 chữ số đã ở hàng đơn vị và hàng trăm.

Do đó, số lượng số thỏa mãn trường hợp 2 là:  $2 \times 4 \times 5 = 40$  (số).

Vậy số lượng số thỏa mãn yêu cầu là:  $25 + 40 = 65$  (số).

Đáp số: 65.

## ĐỀ SỐ 2

### Logical Thinking / Tư duy lô-gic

- Ngày 16/05 cách ngày 31/05 số ngày là:  $31 - 16 = 15$  ngày.  
Ngày 31/05 cách ngày 24/06 số ngày là: 24 ngày.  
Do đó, ngày 16/05 cách ngày 24/06 số ngày là:  $15 + 24 = 39$  (ngày).  
Ta có:  $39 : 7 = 5$  (tuần) dư 4 (ngày).  
5 tuần sau ngày 16/05 cũng là thứ Ba. 4 ngày sau đó là thứ Bảy.  
Vậy ngày 24/06 là thứ Bảy.  
Đáp số: Saturday.
- Khoảng cách giữa 2 số liên tiếp của dãy số đã cho lần lượt là: 0, 6, 6, 12, 18, ...  
Ta có:  $0 + 6 = 6$ ,  $6 + 6 = 12$ ,  $6 + 12 = 18$ , ...  
Khoảng cách giữa số cần tìm và số 55 là:  $12 + 18 = 30$ .  
Số cần tìm là:  $55 + 30 = 85$ .  
Đáp số: 85.
- Giả sử 80 con vật trong sở thú đều là con nai.  
Khi đó, tổng số chân của 80 con nai là:  $80 \times 4 = 320$  (cái chân).  
Tổng số chân bị tính thừa so với thực tế là:  $320 - 190 = 130$  (cái chân).  
Nhận thấy, mỗi con đà điểu khi bị giả sử là con nai đã bị tính thừa 2 cái chân.  
Do đó, số con đà điểu trong sở thú là:  $130 : 2 = 65$  (con).  
Số con nai trong sở thú là:  $80 - 65 = 15$  (con).  
Hiệu giữa số con nai và số con đà điểu là:  $65 - 15 = 50$  (con).  
Đáp số: 50.
- Số tầng của tòa nhà Mayfair là:  $540 : 18 = 30$  (tầng).  
Trường hợp xấu nhất: Ta chọn được đúng 14 cư dân ở mỗi tầng. Khi đó, nếu chọn thêm 1 cư dân bất kì thì chắc chắn chọn được 15 cư dân cùng tầng.  
Vậy ta cần chọn ngẫu nhiên ít nhất số cư dân là:  $14 \times 30 + 1 = 421$  (cư dân).  
Đáp số: 421.
- Có 7 bạn ở giữa Kasem và Mali nên Mali là người thứ 8 ở sau Kasem.  
Do đó, Mali là người thứ 9 ở trong hàng.  
**Trường hợp 1:** Rune đứng sau Mali.  
Có 6 bạn ở giữa Mali và Rune nên Rune là người thứ 7 ở sau Mali.  
Vì  $9 + 7 = 16$  nên Rune là người thứ 16 ở trong hàng.  
Để số học sinh là ít nhất thì Sofia đứng trước Rune.  
Có 13 bạn ở giữa Sofia và Rune nên Sofia là người thứ 14 ở trước Rune.  
Vì  $16 - 14 = 2$  nên Sofia là người thứ 2 ở trong hàng.  
Để số người ở trong hàng là ít nhất thì Rune là người cuối cùng.  
Khi đó, có 16 người ở trong hàng.  
**Trường hợp 2:** Rune đứng trước Mali.  
Có 6 bạn ở giữa Mali và Rune nên Rune là người thứ 7 ở trước Mali.

Vì  $9 - 7 = 2$  nên Rune là người thứ 2 ở trong hàng.

Khi đó, Sofia chắc chắn đứng sau Rune.

Có 13 bạn ở giữa Sofia và Rune nên Sofia là người thứ 14 ở sau Rune.

Vì  $2 + 14 = 16$  nên Sofia là người thứ 16 ở trong hàng.

Để số người ở trong hàng là ít nhất thì Sofia là người cuối cùng.

Khi đó, có 16 người ở trong hàng.

Vậy có ít nhất 16 người ở trong hàng.

Đáp số: 16.

### Arithmetic / Số học

$$\begin{aligned} 6. \quad & \frac{4}{4 \times 6} + \frac{4}{6 \times 8} + \frac{4}{8 \times 10} + \dots + \frac{4}{34 \times 36} + \frac{4}{36 \times 38} + \frac{4}{38 \times 40} \\ &= 2 \times \left( \frac{2}{4 \times 6} + \frac{2}{6 \times 8} + \frac{2}{8 \times 10} + \dots + \frac{2}{34 \times 36} + \frac{2}{36 \times 38} + \frac{2}{38 \times 40} \right) \\ &= 2 \times \left( \frac{6-4}{4 \times 6} + \frac{8-6}{6 \times 8} + \frac{10-8}{8 \times 10} + \dots + \frac{36-34}{34 \times 36} + \frac{38-36}{36 \times 38} + \frac{40-38}{38 \times 40} \right) \\ &= 2 \times \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{34} - \frac{1}{36} + \frac{1}{36} - \frac{1}{38} + \frac{1}{38} - \frac{1}{40} \right) \\ &= 2 \times \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{40} \right) = 2 \times \frac{9}{40} = \frac{9}{20}. \end{aligned}$$

Đáp số:  $\frac{9}{20}$ .

$$\begin{aligned} 7. \quad & 4 - 11 + 18 - 25 + 32 - 39 + 46 - \dots + 186 - 193 + 200 \\ &= (200 - 193) + (186 - 179) + \dots + (46 - 39) + (32 - 25) + (18 - 11) + 4 \\ &\text{Xét dãy số: } 200, 193, 186, 179, \dots, 46, 39, 32, 25, 18, 11. \end{aligned}$$

Đây là dãy số cách đều 7 đơn vị.

Số số hạng của dãy là:  $(200 - 11) : 7 + 1 = 28$  (số).

Do đó, 28 số trên được ghép thành số cặp là:  $28 : 2 = 14$  (cặp).

Nhận thấy, giá trị của mỗi cặp là 7.

Kết quả của phép tính đã cho là:  $7 \times 14 + 4 = 102$ .

Đáp số: 102.

$$\begin{aligned} 8. \quad & T = 9 + 18 + 36 + 72 + \dots + 1152. \\ & 2 \times T = 18 + 36 + 72 + 144 + \dots + 1152 + 2304. \\ & 2 \times T - T = (18 + 36 + 72 + 144 + \dots + 1152 + 2304) - (9 + 18 + 36 + 72 + 144 + \dots + 1152) \\ & T = 2304 - 9 = 2295. \end{aligned}$$

Đáp số: 2295.

$$9. \quad \text{Từ 5 đến 104 có số số hạng là: } (104 - 5) : 1 + 1 = 100 \text{ (số).}$$

Tổng các số từ 5 đến 104 là:  $(5 + 104) \times 100 : 2 = 5450$ .

Tổng cần tìm là:  $5450 \times 2 + 105 = 11005$ .

Đáp số: 11005.

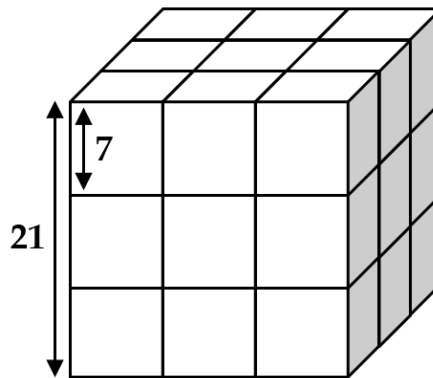
10.  $14 \times 35 + 28 \times 17 + 36 \times 14 - 5 \times 14$   
 $= 14 \times 35 + 14 \times 2 \times 17 + 36 \times 14 - 5 \times 14$   
 $= 14 \times 35 + 14 \times 34 + 36 \times 14 - 5 \times 14$   
 $= (35 + 34 + 36 - 5) \times 14$   
 $= 100 \times 14 = 1400.$   
 Đáp số: 1400.

### Number Theory / Lý thuyết số

11. Tích đã cho chia hết cho cả 5 và 2 nên chia hết cho 10.  
 Vậy tích đã cho có chữ số hàng đơn vị là 0.  
 Đáp số: 0.
12. Ta có:  $A \times B = 9072$ .  
 Vì A gấp 7 lần B nên  $A = 7 \times B$ .  
 Do đó,  $7 \times B \times B = 9072$   
 $B \times B = 9072 : 7 = 1296$ .  
 Nhận thấy,  $1296 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = (2 \times 2 \times 3 \times 3) \times (2 \times 2 \times 3 \times 3)$ .  
 Vậy  $B = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$ .  
 Đáp số: 36.
13. Vì  $\overline{23648769A89B}$  chia hết cho 36 nên cũng chia hết cho cả 9 và 4.  
 Vì  $\overline{23648769A89B}$  chia hết cho 9 nên tổng các chữ số chia hết cho 9.  
 Do đó,  $2 + 3 + 6 + 4 + 8 + 7 + 6 + 9 + A + 8 + 9 + B = A + B + 62$  chia hết cho 9.  
 Vì  $\overline{23648769A89B}$  chia hết cho 4 nên  $\overline{9B}$  chia hết cho 4.  
 Do đó,  $B = 2$  hoặc  $B = 6$ .  
 Nếu  $B = 2$  thì  $A + B + 62 = A + 64$  chia hết cho 9. Khi đó,  $A = 8$ .  
 Nếu  $B = 6$  thì  $A + B + 62 = A + 68$  chia hết cho 9. Khi đó,  $A = 4$ .  
 Vậy tổng các giá trị của A là:  $8 + 4 = 12$ .  
 Đáp số: 12.
14. Ta có:  $252 : 9 = 28$ . Do đó, số ở giữa của dãy là 28.  
 9 số chẵn đã cho là: 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36.  
 Vậy số nhỏ nhất là 20.  
 Đáp số: 20.
15. Ta có:  $288 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ .  
 Do đó, 288 là tích của 5 thừa số 2 và 2 thừa số 3.  
 Vì 288 chia hết cho X nên X là tích của các thừa số 2 hoặc 3.  
 Có 6 cách chọn số lượng thừa số 2 là: 0, 1, 2, 3, 4, 5.  
 Có 3 cách chọn số lượng thừa số 3 là: 0, 1, 2.  
 (Lưu ý: Khi số lượng các thừa số 2, 3 đều là 0 thì  $X = 1$ ).  
 Vậy số giá trị khác nhau của X là:  $6 \times 3 = 18$  (giá trị).  
 Đáp số: 18.

**Geometry / Hình học**

16. Nửa chu vi của hình chữ nhật là:  $160 : 2 = 80$ .  
Do đó, tổng của chiều dài và chiều rộng là 80.  
Nhận thấy, trong các hình chữ nhật có cùng chu vi, hình chữ nhật có diện tích lớn nhất khi hiệu giữa chiều dài và chiều rộng nhỏ nhất.  
Do đó, chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật cần tìm đều là 40.  
Vậy diện tích lớn nhất có thể của hình chữ nhật là:  $40 \times 40 = 1600$ .  
Đáp số: 1600.
17. Có 15 cách chọn điểm thứ nhất.  
Có 14 cách chọn điểm thứ hai.  
Có 13 cách chọn điểm thứ ba.  
Do đó, số cách chọn ra 3 điểm theo thứ tự lần lượt là:  $15 \times 14 \times 13 = 2730$  (cách).  
Mỗi cách chọn ra 3 điểm cùng lúc đã được tính lặp lại số lần là:  $3 \times 2 \times 1 = 6$  (lần).  
Vậy số hình tam giác tạo được là:  $2730 : 6 = 455$  (hình).  
Đáp số: 455.
18. Ta có:  $21 : 7 = 3$  và  $3 \times 3 \times 3 = 27$  nên hình lập phương đã cho được chia thành 27 hình lập phương nhỏ như dưới đây:



- Diện tích toàn phần của hình lập phương lớn là:  $21 \times 21 \times 6 = 2646$ .  
Diện tích toàn phần của mỗi hình lập phương nhỏ là:  $7 \times 7 \times 6 = 294$ .  
Hiệu giữa tổng diện tích toàn phần của 27 hình lập phương nhỏ và diện tích toàn phần của hình lập phương lớn là:  $294 \times 27 - 2646 = 5292$ .  
Đáp số: 5292.
19.  $800 = 1 \times 800 = 2 \times 400 = 4 \times 200 = 5 \times 160 = 8 \times 100 = 10 \times 80 = 16 \times 50 = 20 \times 40 = 25 \times 32$ .  
Do đó, có 9 cặp giá trị khác nhau của chiều dài và chiều rộng hình chữ nhật.  
Nhận thấy, mỗi cặp giá trị tạo ra một giá trị khác nhau của chu vi.  
Vậy có 9 giá trị khác nhau của chu vi hình chữ nhật.  
Đáp số: 9.
20. Nhận xét: Tổng các góc ngoài của một đa giác là  $360^\circ$ .  
Số góc ngoài của đa giác đều đã cho là:  $360 : 18 = 20$  (góc).  
Do đó, đa giác đều đã cho có 20 cạnh.  
Đáp số: 20.

### Combinatorics / Tổ hợp

21. Để chia đều số kẹo vào các nhóm, 420 cần chia hết cho số nhóm.  
Ta có:  $420 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$ .  
Do đó, 420 là tích của 2 thừa số 2, 1 thừa số 3, 1 thừa số 5 và 1 thừa số 7.  
Số lượng nhóm là tích của các thừa số 2, 3, 5, hoặc 7.  
Có 3 cách chọn số lượng thừa số 2 là: 0, 1, 2.  
Có 2 cách chọn số lượng thừa số 3 là: 0, 1.  
Có 2 cách chọn số lượng thừa số 5 là: 0, 1.  
Có 2 cách chọn số lượng thừa số 7 là: 0, 1.  
(Lưu ý: Khi số lượng các thừa số 2, 3, 5, 7 đều là 0 thì số nhóm là 1).  
Do đó, số lượng nhóm có thể nhận số giá trị khác nhau là:  $3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$  (giá trị).  
Vậy có 24 cách chia kẹo vào các nhóm.  
Đáp số: 24.
22. Ta chia các số đã cho thành 2 nhóm:  
Nhóm 1 gồm 60 số từ 25 đến 84.  
Nhóm 2 gồm 45 số từ 85 đến 129.  
Trường hợp xấu nhất: Ta lấy được tất cả các số ở nhóm 1. Nếu ta lấy thêm 1 số bất kì thì số này chắc chắn ở nhóm 2. Khi đó, ta tìm được cặp số có hiệu là 60.  
Vậy trong trường hợp xấu nhất, ta cần lấy:  $60 + 1 = 61$  (số).  
Đáp số: 61.
23. Một số chia hết cho 4 khi hai chữ số tận cùng ghép thành số chia hết cho 4.  
Có 4 cách chọn 2 chữ số tận cùng là: 16, 36, 56, 68.  
Có 3 cách chọn chữ số hàng nghìn là: 1, 3, 5, 6, 8, nhưng bỏ đi 2 chữ số đã ở hàng chục và hàng đơn vị.  
Có 2 cách chọn chữ số hàng trăm là: 1, 3, 5, 6, 8, nhưng bỏ đi 3 chữ số đã ở hàng chục, hàng đơn vị và hàng nghìn.  
Vậy số lượng số thỏa mãn yêu cầu là:  $4 \times 3 \times 2 = 24$  (số).  
Đáp số: 24.
24. Có 1 cách đến bậc 1, 1 cách đến bậc 2 và 2 cách đến bậc 3.  
Xét các bậc còn lại: Số cách đến một bậc bất kì bằng tổng của số cách đến bậc trước đó 1 bậc và số cách đến bậc trước đó 3 bậc.  
Ta có bảng sau:
- |         |   |   |   |   |   |   |   |    |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Bậc     | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  |
| Số cách | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 9 | 13 |
- |         |    |    |    |    |    |     |     |
|---------|----|----|----|----|----|-----|-----|
| Bậc     | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14  | 15  |
| Số cách | 19 | 28 | 41 | 60 | 88 | 129 | 189 |
- Vậy Kelvin có 189 cách để đi hết cầu thang.  
Đáp số: 189.

25. Số vị trí để xếp sách là:  $5 + 4 = 9$  (vị trí).

Số cách chọn ra lần lượt 5 vị trí để xếp 5 quyển sách màu vàng là:

$$9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 15120 \text{ (cách).}$$

Vì 5 quyển sách màu vàng giống nhau nên khi đổi vị trí, ta vẫn tính là một cách xếp.

Do đó, mỗi cách xếp 5 quyển sách màu vàng đã được tính lặp lại số lần là:

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \text{ (lần).}$$

Số cách xếp 5 quyển sách màu vàng giống nhau là:  $15120 : 120 = 126$  (cách).

Khi đó, có 1 cách xếp 4 quyển sách màu xanh giống nhau vào 4 vị trí còn lại.

Vậy số cách xếp 9 quyển sách đã cho là:  $126 \times 1 = 126$  (cách).

Đáp số: 126.

## ĐỀ SỐ 3

### Logical Thinking / Tư duy lô-gic

- Số kẹo sô-cô-la của Sophia là:  $(115 + 165) : 35 \times 8 - 25 = 39$  (cái).  
Đáp số: 39.
- Quy luật: Ở mỗi hình ngũ giác, tổng các số ở năm đỉnh gấp 11 lần số ở bên trong.  
 $18 + 25 + 7 + 15 + 34 = 99 = 11 \times 9$ .  
 $7 + 2 + 38 + 3 + 5 = 55 = 11 \times 5$   
Vậy số cần tìm là:  $6 \times 11 - 7 - 11 - 16 - 19 = 13$ .  
Đáp số: 13.
- Để hoàn thành 4 bài tập thể dục, Justin cần nghỉ 3 lần.  
Tổng thời gian Justin cần để hoàn thành 4 bài tập thể dục là:  $25 \times 4 + 9 \times 3 = 127$  (phút).  
Đáp số: 127.
- Ngày 16/06 cách ngày 30/06 là  $30 - 16 = 14$  (ngày).  
Tháng 7 có 31 ngày. Tháng 8 có 31 ngày. Tháng 9 có 30 ngày.  
Tháng 10 có 31 ngày. Tháng 11 có 30 ngày.  
Ngày 30/11 cách ngày 29/12 là 29 ngày.  
Do đó, ngày 16/06 cách ngày 29/12 là:  $14 + 31 + 31 + 30 + 31 + 30 + 29 = 196$  (ngày).  
Nhận thấy:  $196 : 7 = 28$  (tuần).  
Vậy ngày 29/12 cũng là thứ Năm.  
Đáp số: Thursday.
- Trường hợp xấu nhất: Chọn ở mỗi lớp 2 học sinh. Khi đó, ta chỉ cần chọn thêm 1 học sinh nữa thì chắc chắn có 3 học sinh ở cùng lớp.  
Vậy cần chọn ít nhất số học sinh là:  $25 \times 2 + 1 = 51$  (học sinh).  
Đáp số: 51.

### Arithmetic / Số học

- Ta có  $S = 2 + 6 + 18 + 54 + \dots + 1458$ .  
Suy ra  $3 \times S = 3 \times (2 + 6 + 18 + 54 + \dots + 1458) = 6 + 18 + 54 + \dots + 1458 + 4374$ .  
Do đó,  $3 \times S - S = (6 + 18 + 54 + \dots + 1458 + 4374) - (2 + 6 + 18 + 54 + \dots + 1458)$   
Suy ra  $2 \times S = 4374 - 2 = 4372$ .  
Vậy  $S = 4372 : 2 = 2186$ .  
Đáp số: 2186.
- $$\left( \frac{36}{3} + \frac{36}{4} + \frac{36}{6} \right) : \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{5} - \frac{3}{10} + \frac{21}{10} \right) = 36 \times \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right) : \left( \frac{3}{10} - \frac{3}{10} + \frac{21}{10} \right)$$
$$= 36 \times \frac{3}{4} : \frac{21}{10} = 27 \times \frac{10}{21} = \frac{90}{7}.$$
  
Đáp số:  $\frac{90}{7}$ .

8.  $(15 \times 17 \times 23 - 1020) : 19 = (5865 - 1020) : 19 = 4845 : 19 = 255.$

Đáp số: 255.

9. 
$$\begin{aligned} & \frac{7}{7 \times 9} + \frac{7}{9 \times 11} + \dots + \frac{7}{35 \times 37} + \frac{7}{37 \times 39} \\ &= \frac{7}{2} \times \left( \frac{2}{7 \times 9} + \frac{2}{9 \times 11} + \dots + \frac{2}{35 \times 37} + \frac{2}{37 \times 39} \right) \\ &= \frac{7}{2} \times \left( \frac{9-7}{7 \times 9} + \frac{11-9}{9 \times 11} + \dots + \frac{37-35}{35 \times 37} + \frac{39-37}{37 \times 39} \right) \\ &= \frac{7}{2} \times \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{35} - \frac{1}{37} + \frac{1}{37} - \frac{1}{39} \right) \\ &= \frac{7}{2} \times \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{39} \right) = \frac{1}{2} - \frac{7}{78} = \frac{16}{39}. \end{aligned}$$

Đáp số:  $\frac{16}{39}$ .

10. Tổng đã cho là tổng của dãy số cách đều 8 đơn vị.

Số số hạng của tổng là:  $(109 - 5) : 8 + 1 = 14$  (số).

Tổng cần tìm là:  $(5 + 109) \times 14 : 2 = 798.$

Đáp số: 798.

### Number Theory / Lý thuyết số

11. Xét tích của 527 thừa số 527, ta có bảng sau:

|                          |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |
|--------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|-----|-----|
| Số thừa số 527           | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | ... | 527 |
| Chữ số tận cùng của tích | 7 | 9 | 3 | 1 | 7 | 9 | 3 | 1 | ... | ?   |

Quy luật về chữ số tận cùng: nhóm 4 chữ số (7, 9, 3, 1) lặp lại.

$527 : 4 = 131$  (nhóm) dư 3 (chữ số).

Do đó, tích của 527 thừa số 527 có chữ số tận cùng là 3.

Xét tích  $9 \times 19 \times 29 \times \dots \times 109$  gồm  $(109 - 9) : 10 + 1 = 11$  thừa số 9.

Ta có bảng sau:

|                          |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |
|--------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|
| Số thừa số 9             | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Chữ số tận cùng của tích | 9 | 1 | 9 | 1 | 9 | 1 | 9 | 1 | 9 | 1  | 9  |

Do đó, tích  $9 \times 19 \times 29 \times \dots \times 109$  có chữ số tận cùng là 9.

Vì  $3 \times 9 = 27$  nên chữ số tận cùng của tích đã cho là 7.

Đáp số: 7.

12. 
$$3 \otimes 6 = \frac{(3+2 \times 6) \times (6-2)}{3-6+3 \times 6} = \frac{(3+12) \times 4}{3-6+18} = \frac{15 \times 4}{3+18-6} = \frac{60}{15} = 4.$$

$$2 \otimes (3 \otimes 6) = 2 \otimes 4 = \frac{(2+2 \times 4) \times (4-2)}{2-4+2 \times 4} = \frac{(2+8) \times 2}{2-4+8} = \frac{10 \times 2}{2+8-4} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}.$$

$$2 \otimes (3 \otimes 6) - 1 = \frac{10}{3} - 1 = \frac{7}{3}.$$

Đáp số:  $\frac{7}{3}$ .



Diện tích hình chữ nhật ANEX là:  $AN \times NE = 6 \times 10 = 60$ .

Diện tích hình vuông NBCD là:  $NB \times NB = 4 \times 4 = 16$ .

Diện tích hình chữ nhật XYKM là:  $XM \times MK = 6 \times 9 = 54$ .

Diện tích hình chữ nhật GHIZ là:  $GH \times HI = 5 \times 4 = 20$ .

Diện tích đa giác ABCDEFGHIJKM là:  $60 + 16 + 54 + 20 + 1 = 151$ .

Đáp số: 151.

17. Ta xét hình 1 như dưới đây:

|  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

Có  $3 \times 2 : 2 = 3$  cách chọn ra cùng lúc 2 đường nằm ngang.

Có  $7 \times 6 : 2 = 21$  cách chọn ra cùng lúc 2 đường nằm dọc.

Do đó, trong hình 1 ở trên có  $3 \times 21 = 63$  hình chữ nhật.

Ta đánh số một số ô của hình để bài cho như dưới đây:

|   |  |   |  |    |    |
|---|--|---|--|----|----|
|   |  | 4 |  |    |    |
| 1 |  | 5 |  | 8  | 11 |
| 2 |  | 6 |  | 9  | 12 |
| 3 |  | 7 |  | 10 | 13 |

Khi thêm ô số 1 vào hình 1, ta có thêm 3 hình chữ nhật là 1, (1, 2), (1, 2, 3).

Tiếp theo, khi thêm ô số 5, ta có thêm 3 hình chữ nhật là 5, (5, 6), (5, 6, 7).

Tiếp theo, khi thêm ô số 4, ta có thêm 4 hình chữ nhật là 4, (4, 5), (4, 5, 6), (4, 5, 6, 7).

Tiếp theo, khi thêm ô số 8, ta có thêm 3 hình chữ nhật là 8, (8, 9), (8, 9, 10).

Cuối cùng, khi thêm ô số 11, ta có thêm 6 hình chữ nhật là 11, (11, 12), (11, 12, 13), (8, 11), (8, 9, 11, 12), (8, 9, 10, 11, 12, 13).

Vậy hình vẽ đã cho có tất cả  $63 + 3 + 3 + 4 + 3 + 6 = 82$  hình chữ nhật.

Đáp số: 82.

18. Thể tích của mỗi hình chóp là:  $\frac{1}{3} \times 6 \times (7 \times 7) = 98$ .

Thể tích của hình hộp chữ nhật là:  $11 \times 7 \times 7 = 539$ .

Thể tích của hình cần tìm là:  $98 + 98 + 539 = 735$ .

Đáp số: 735.

19. Ta chia hình đã cho thành các phần và đánh số một số ô như hình sau:

|   |   |    |   |   |
|---|---|----|---|---|
|   |   |    |   |   |
|   |   | 6  |   |   |
| 1 | 2 | 3* | 4 | 5 |
|   |   | 7  |   |   |
|   |   | 8  |   |   |

Xét phần A:

Có 1 cách chọn đường thẳng ở bên trên dấu \*.

Có 3 cách chọn đường thẳng ở bên dưới dấu \*.

Có 3 cách chọn đường thẳng ở bên trái dấu \*.

Có 1 cách chọn đường thẳng ở bên phải dấu \*.

Do đó có  $1 \times 3 \times 3 \times 1 = 9$  hình chữ nhật chứa dấu \* trong phần A.

Xét phần B:

Có 2 cách chọn đường thẳng ở bên trên dấu \*.

Có 1 cách chọn đường thẳng ở bên dưới dấu \*.

Có 1 cách chọn đường thẳng ở bên trái dấu \*.

Có 3 cách chọn đường thẳng ở bên phải dấu \*.

Do đó có  $2 \times 1 \times 1 \times 3 = 6$  hình chữ nhật chứa dấu \* trong phần B.

Có 1 hình chữ nhật chứa dấu \* đã được tính ở cả 2 phần A và B là ô số 3.

Có 6 hình chữ nhật chứa dấu \* chưa được tính ở trên là (1, 2, 3, 4), (1, 2, 3, 4, 5), (2, 3, 4), (2, 3, 4, 5), (6, 3, 7), (6, 3, 7, 8).

Vậy có tất cả  $9 + 6 - 1 + 6 = 20$  hình chữ nhật chứa dấu \* trong hình đã cho.

Đáp số: 20.

20. Ta có:  $1620 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^4 \times 5^1$ .

Do đó, 1620 có thể chia hết cho  $(2 + 1) \times (4 + 1) \times (1 + 1) = 30$  số tự nhiên khác nhau.

Trong 30 số tự nhiên trên, ta có thể ghép thành 15 cặp số khác nhau, mỗi cặp số có tích đúng bằng 1620.

Vậy có 15 cặp giá trị chiều dài và chiều rộng thỏa mãn diện tích là 1620.

Mỗi cặp giá trị cho ta 1 giá trị khác nhau của chu vi.

Vậy có tất cả 15 giá trị khác nhau của chu vi.

Đáp số: 15.

### Combinatorics / Tổ hợp

21. Để số lập được chia hết cho 9 thì tổng các chữ số phải chia hết cho 9.

Ta có bảng sau:

|                    |         |         |         |         |         |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Bộ 3 chữ số        | 0, 1, 8 | 0, 3, 6 | 1, 8, 9 | 3, 6, 9 | 4, 6, 8 |
| Số các số lập được | 4       | 4       | 6       | 6       | 6       |

Vậy có thể lập được  $4 + 4 + 6 + 6 + 6 = 26$  số thỏa mãn yêu cầu.

Đáp số: 26.

22. Ta xếp 2 chữ cái đầu tiên là SE và chữ cái cuối cùng là S. Khi đó, còn lại 7 vị trí và 7 chữ cái là R, E, I, T, A, N, C.

Có 7 cách xếp chữ R.

Có 6 cách xếp chữ E.

Có 5 cách xếp chữ I.

Có 4 cách xếp chữ T.

Có 3 cách xếp chữ A.

Có 2 cách xếp chữ N.

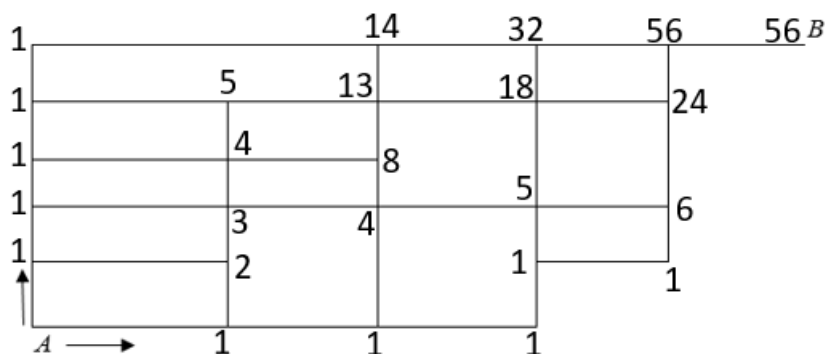
Có 1 cách xếp chữ C.

Vậy có tất cả  $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$  cách xếp thỏa mãn yêu cầu.

Đáp số: 5040.

23. Số cách đến 1 điểm bất kì bằng tổng số cách đến các điểm liền trước nó. Nếu chỉ có 1 điểm liền trước thì số cách đi giữ nguyên.

Ta có số cách đi đến các điểm như sau:



Vậy có 56 cách đi từ A đến B.

Đáp số: 56.

24. Ta có:  $77 = 15 + 62 = 16 + 61 = 17 + 60 = \dots = 38 + 39$ .

Có  $(38 - 15) : 1 + 1 = 24$  cặp số có tổng là 77.

Có  $85 - 24 \times 2 = 37$  số không nằm trong các cặp trên.

Trường hợp xấu nhất: Ta chọn được tất cả 37 số không nằm trong các cặp và chọn ở mỗi cặp ra đúng 1 số.

Khi đó, ta cần chọn thêm 1 số nữa để thỏa mãn yêu cầu.

Vậy cần chọn ngẫu nhiên ít nhất là:  $37 + 24 + 1 = 62$  số để thỏa mãn yêu cầu.

Đáp số: 62.

25. Ta chọn cặp chữ số khác 0 có hiệu nhỏ nhất có thể để làm hàng nghìn.

Các cặp chữ số có thể làm hàng nghìn là: (2, 3), (3, 4), (6, 7), (7, 8), (8, 9).

Sau đó, ta chọn sao cho số bị trừ nhỏ nhất có thể và số trừ lớn nhất có thể.

Ta có bảng sau:

| Cặp chữ số ở hàng nghìn | Số bị trừ | Số trừ | Hiệu |
|-------------------------|-----------|--------|------|
| 2, 3                    | 3046      | 2987   | 59   |
| 3, 4                    | 4026      | 3987   | 39   |
| 6, 7                    | 7023      | 6984   | 39   |
| 7, 8                    | 8023      | 7964   | 59   |
| 8, 9                    | 9023      | 8764   | 259  |

Vậy hiệu nhỏ nhất có thể là 39.

Đáp số: 39.

## ĐỀ SỐ 4

### Logical Thinking / Tư duy lô-gic

- Số kẹo của Sophia là:  $(113 + 19) : 33 \times 16 - 21 = 43$  (cái).  
Đáp số: 43.
- Quy luật: Số ở chính giữa là trung bình cộng của các số xung quanh.  
Vậy số cần tìm là:  $15 \times 5 - (3 + 14 + 16 + 7) = 35$ .  
Đáp số: 35.
- Thời gian Harry làm 5 bài tập là:  $5 \times 14 = 70$  (phút).  
Trong quá trình làm 5 bài tập thì Harry cần nghỉ 4 lần.  
Tổng số thời gian nghỉ của Harry là:  $8 \times 4 = 32$  (phút).  
Tổng số thời gian Harry để hoàn thành là:  $70 + 32 = 102$  (phút).  
Đáp số: 102.
- Ngày 15 tháng 6 cách ngày 30 tháng 6 số ngày là:  $30 - 15 = 15$  (ngày).  
Tổng tháng 7, tháng 8, tháng 9, tháng 10 có  $31 + 31 + 30 + 31 = 123$  ngày.  
Tính đến ngày 3 tháng 11 cần cách thêm 3 ngày nữa.  
Vậy số ngày cần tính là:  $15 + 123 + 3 = 141$  (ngày).  
Ta có:  $141 : 7 = 20$  dư 1, tức là 141 ngày gồm 20 tuần và dư 1 ngày.  
Hôm nay là Thứ Ba thì 20 tuần nữa vẫn là Thứ Ba. 1 ngày dư ra là Thứ Tư.  
Vậy ngày 3 tháng 11 là Thứ Tư.  
Đáp số: Wednesday.
- Trường hợp xấu nhất là mỗi phòng chỉ có 19 người được phỏng vấn. Nếu có thêm 1 người nữa vào một trong các phòng thì chắc chắn tồn tại 1 phòng có 20 người.  
Vậy cần ít nhất số người là:  $19 \times 6 + 1 = 115$  (người).  
Đáp số: 115.

### Arithmetic / Số học

- Ta đặt tổng là  $S$  và nhân với 3 như sau:  
$$S = 6 + 18 + 54 + 162 + \dots + 1458$$
$$3 \times S = 18 + 54 + 108 + 486 + \dots + 4374$$
$$3 \times S - S = 4374 - 6$$
$$2 \times S = 4368$$
$$S = 4368 : 2 = 2184$$
  
Đáp số: 2184.
- $$\left( \frac{11}{2} + \frac{11}{5} + \frac{11}{6} \right) : \left( \frac{1}{1} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} \right) = 11 \times \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right) : \left( \frac{1}{1} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} \right)$$
$$= 11 \times \left( \frac{15}{30} + \frac{6}{30} + \frac{5}{30} \right) : \left( \frac{30}{30} + \frac{6}{30} + \frac{5}{30} + \frac{3}{30} \right) = 11 \times \frac{13}{15} : \frac{22}{15} = \frac{13}{2}.$$
  
Do đó,  $a = 13$  và  $b = 2$ . Vậy  $a + b = 13 + 2 = 15$ .  
Đáp số: 15.

8.  $(19 \times 20 \times 21 - 1197) : 17 = (7980 - 1197) : 17 = 6783 : 17 = 399.$

Đáp số: 399.

$$\begin{aligned} 9. \quad \frac{x}{y} &= \frac{7}{7 \times 10} + \frac{7}{10 \times 13} + \dots + \frac{7}{52 \times 55} \\ &= \frac{7}{3} \times \left( \frac{3}{7 \times 10} + \frac{3}{10 \times 13} + \dots + \frac{3}{52 \times 55} \right) \\ &= \frac{7}{3} \times \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{52} - \frac{1}{55} \right) \\ &= \frac{7}{3} \times \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{55} \right) = \frac{7}{3} \times \frac{48}{385} = \frac{16}{55} \end{aligned}$$

Do đó,  $x = 16$  và  $y = 55$ . Vậy  $y - x = 55 - 16 = 39$ .

Đáp số: 39.

10. Số số hạng  $= (134 - 8) : 9 + 1 = 15$ .

Tổng  $= (134 + 8) \times 15 : 2 = 1065$ .

Đáp số: 1065.

### Number Theory / Lý thuyết số

11. Ta có:  $A = \underbrace{1022 \times 1022 \times \dots \times 1022}_{1022 \text{ 's}} \times 7 \times 17 \times 27 \times \dots \times 1017$

+) Xét nhóm thứ nhất gồm 1022 thừa số 1022.

Nhận xét: Tích các thừa số tận cùng là 2 tạo thành dãy chữ số tận cùng có quy luật lặp lại là (2, 4, 8, 6).

Ta lấy:  $1022 : 4 = 255$  dư 2.

Vậy chữ số tận cùng của nhóm thứ nhất là 4.

+) Xét nhóm thứ hai ta thấy 7, 17, 27, ..., 1017 là một dãy số cách đều 10 đơn vị.

Số số hạng  $= (1017 - 7) : 10 + 1 = 102$  số.

Nhận xét: Tích các thừa số tận cùng là 7 tạo thành dãy chữ số tận cùng có quy luật lặp lại là (7, 9, 3, 1).

Ta lấy:  $102 : 4 = 25$  dư 2.

Vậy chữ số tận cùng của nhóm thứ hai là 9.

Chữ số tận cùng của  $A =$  Chữ số tận cùng của  $4 \times 9 = 6$ .

Đáp số: 6.

$$\begin{aligned} 12. \quad 3 \otimes 6 &= \frac{(3+6) \times (6+3)}{3-2 \times 6+3 \times 6} = 9 \\ 2 \otimes (3 \otimes 6) &= 2 \otimes 9 = \frac{(2+9) \times (9+3)}{2-2 \times 9+2 \times 9} = 66. \end{aligned}$$

Đáp số: 66.

13. Để một số chia hết cho 36 thì số đó phải chia hết cho 4 và 9.

Một số chia hết cho 4 khi 2 chữ số tận cùng ghép thành một số chia hết cho 4.

Suy ra,  $\overline{B8}$  chia hết cho 4. Do đó,  $B = 0, 2, 4, 6, 8$ .

Một số chia hết cho 9 khi tổng các chữ số cũng chia hết cho 9.

Suy ra,  $2 + 0 + 2 + 2 + A + 3 + 0 + 6 + 8 + B + 8 = 31 + A + B$  chia hết cho 9.

Nếu  $B = 0$  thì  $31 + 0 + 5 = 36$  chia hết cho 9. Khi đó,  $A = 5$ .

Nếu  $B = 2$  thì  $31 + 2 + 3 = 36$  chia hết cho 9. Khi đó,  $A = 3$ .

Nếu  $B = 4$  thì  $31 + 4 + 1 = 36$  chia hết cho 9. Khi đó,  $A = 1$ .

Nếu  $B = 6$  thì  $31 + 6 + 8 = 45$  chia hết cho 9. Khi đó,  $A = 8$ .

Nếu  $B = 8$  thì  $31 + 8 + 6 = 45$  chia hết cho 9. Khi đó,  $A = 6$ .

Vậy  $A$  có thể nhận các giá trị là 1, 3, 5, 6, 8.

Tổng các giá trị  $A$  nhận được là:  $1 + 3 + 5 + 6 + 8 = 23$ .

Đáp số: 23.

14. Số lẻ ở chính giữa là trung bình cộng của 9 số  $= 855 : 9 = 95$ .

Các số lẻ được cho là: 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99, 101, 103.

Vậy số nhỏ thứ 2 là 89.

Đáp số: 89.

15. Vì  $x$  gấp 12 lần  $y$  nên  $x = 12 \times y$ .

$$x \times y = 972$$

$$12 \times y \times y = 972$$

$$y \times y = 972 : 12$$

$$y \times y = 81$$

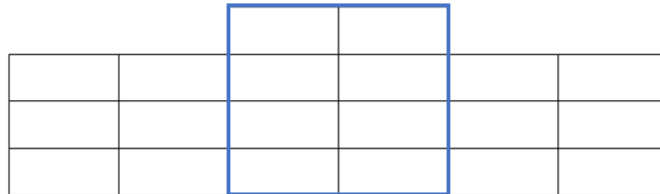
$$y = 9$$

Vậy  $x = 9 \times 12 = 108$ .

Đáp số: 108.

### Geometry / Hình học

16. Số hình chữ nhật có trong lưới ô in đậm dưới đây là:  $(3 \times 2 : 2) \times (5 \times 4 : 2) = 30$  (hình)



Số hình chữ nhật có trong lưới ô in đậm dưới đây là:  $(7 \times 6 : 2) \times (4 \times 3 : 2) = 126$  (hình)



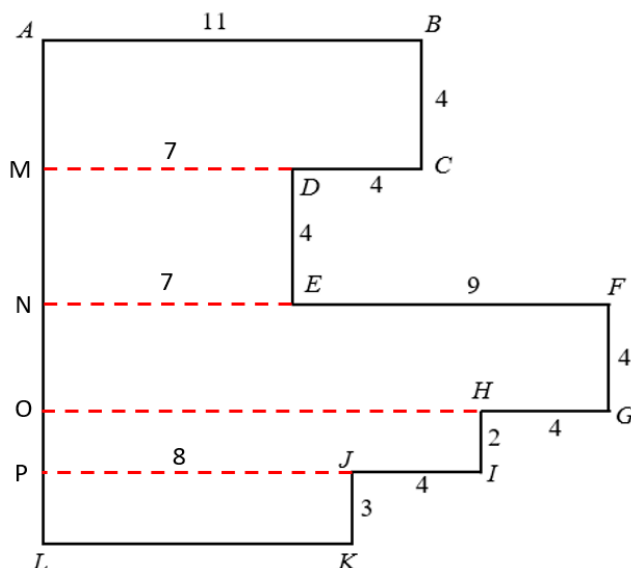
Số hình chữ nhật có trong lưới ô in đậm dưới đây là:  $(4 \times 3 : 2) \times (3 \times 2 : 2) = 18$  (hình)



Số hình chữ nhật có trong hình vẽ là:  $30 + 126 - 18 = 138$  (hình)

Đáp số: 138.

17. Ta có hình vẽ:



Diện tích hình chữ nhật ABCM là:  $11 \times 4 = 44$ .

Diện tích hình chữ nhật MDEN là:  $7 \times 4 = 28$ .

Diện tích hình chữ nhật NFGO là:  $(7 + 9) \times 4 = 64$ .

Diện tích hình chữ nhật OHIP là:  $(8 + 4) \times 2 = 24$ .

Diện tích hình chữ nhật PJKL là:  $8 \times 3 = 24$ .

Diện tích của hình cần tìm là:  $44 + 28 + 64 + 24 + 24 = 184$ .

Đáp số: 184.

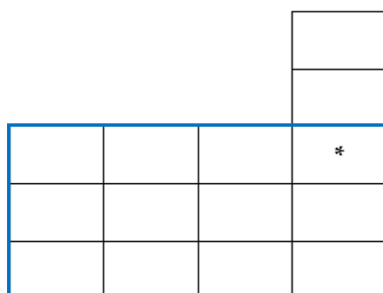
18. Thể tích của 2 hình chóp là:  $2 \times \frac{1}{3} \times 6 \times (7 \times 7) = 196$ .

Thể tích của hình hộp chữ nhật là:  $11 \times 7 \times 7 = 539$ .

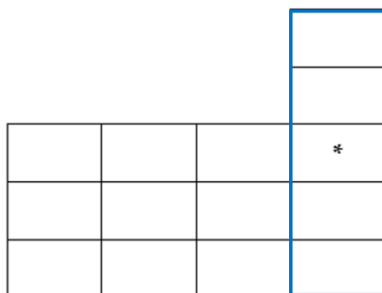
Thể tích của hình cần tìm là:  $196 + 539 = 735$ .

Đáp số: 735.

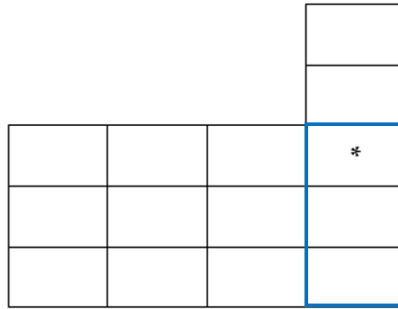
19. Số hình chữ nhật chứa ngôi sao trong lưới ô in đậm dưới đây là:  $1 \times 1 \times 3 \times 4 = 12$  (hình)



Số hình chữ nhật chứa ngôi sao trong lưới ô in đậm dưới đây là:  $3 \times 1 \times 3 \times 1 = 9$  (hình)



Số hình chữ nhật chứa ngôi sao trong lưới ô in đậm dưới đây là:  $1 \times 1 \times 3 \times 1 = 3$  (hình)



Số hình chữ nhật có chứa ngôi sao trong hình vẽ là:  $12 + 9 - 3 = 18$  (hình)

Đáp số: 18.

20. Diện tích của hình chữ nhật là 1176.

Liệt kê các cặp chiều dài và chiều rộng có tích bằng 1176.

Các cặp số thỏa mãn là (1176, 1); (588, 2); (392, 3); (294, 4); (196, 6); (168, 7); (147, 8); (98, 12); (84, 14); (56, 21); (49, 24); (42, 28).

Với mỗi một cặp số sẽ cho một giá trị chu vi khác nhau vậy có tất cả 12 giá trị chu vi khác nhau.

Đáp số: 12.

### Combinatorics / Tổ hợp

21. Vì số cần tìm chia hết cho 6 nên số đó phải chia hết cho 2 và 3.

Vì số cần tìm chia hết cho 2 nên chữ số tận cùng có thể là 2 hoặc 6.

**Trường hợp 1:** Số cần tìm có chữ số tận cùng là 2.

Vì số đó chia hết cho 3 nên tổng các chữ số chia hết cho 3.

Do đó, có 8 số thỏa mãn là 132, 312, 162, 612, 372, 732, 672, 762.

**Trường hợp 2:** Số cần tìm có chữ số tận cùng là 6.

Vì số đó chia hết cho 3 nên tổng các chữ số chia hết cho 3.

Do đó, có 4 số thỏa mãn là: 126, 216, 726, 276.

Vậy có tất cả  $8 + 4 = 12$  số thỏa mãn.

Đáp số: 12.

22. Vì chữ M ở vị trí đầu tiên và cuối cùng nên chỉ còn lại 5 vị trí.

Xếp vị trí của chữ P có 5 cách.

Xếp vị trí của chữ R có 4 cách.

Xếp vị trí của chữ E có 3 cách.

Xếp vị trí của chữ I có 2 cách.

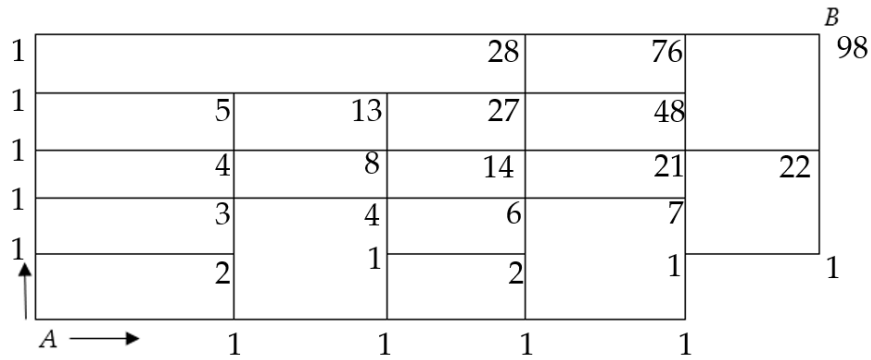
Xếp vị trí của chữ U có 1 cách.

Vậy có tất cả  $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$  cách.

Đáp số: 120.

23. Số cách đến 1 điểm bất kì bằng tổng số cách đến các điểm liền trước nó. Nếu chỉ có 1 điểm liền trước thì số cách đi giữ nguyên.

Ta có số cách đi đến các điểm như sau:



Vậy Daniel có 98 cách đi từ A đến B.

Đáp số: 98

24. Các cặp số có tổng là 94 bao gồm: (22, 72), (23, 71), (24, 70), ..., (46, 48).

Số cặp tạo được là:  $46 - 22 + 1 = 25$  (cặp).

Số các số được ghép cặp là:  $25 \times 2 = 50$  (số).

Số các số không được ghép cặp là:  $110 - 50 = 60$  (số).

Trường hợp xấu nhất: Ta chọn tất cả các số không được ghép cặp và 1 số trong mỗi cặp.

Sau đó, ta chọn thêm 1 số nữa thì thỏa mãn đề bài.

Vậy trong trường hợp xấu nhất, ta cần chọn:  $60 + 25 + 1 = 86$  (số).

Đáp số: 86.

25. Để hiệu cần tìm nhỏ nhất, ta cần chọn hai số gần nhau nhất có thể.

Do đó, ta chọn chữ số hàng nghìn và hàng trăm giống nhau. Sau đó, ta chọn cặp chữ số hàng chục gần nhất có thể là 3 và 4.

Vậy hiệu nhỏ nhất là:  $7246 - 7239 = 2746 - 2739 = 7$ .

Đáp số: 7.

## ĐỀ SỐ 5

### Logical Thinking / Tư duy lô-gic

1. Vì một năm có 12 tháng nên ta lấy:  $2451 : 12 = 204$  (năm) dư 3 tháng.  
204 năm sau vẫn là tháng 10. Sau đó 3 tháng nữa là tháng 1.  
Đáp số: January.
2. Giả sử tất cả con vật đều là gà hoặc vịt.  
Khi đó, tổng số chân là:  $56 \times 2 = 112$  (cái chân).  
Số chân bị tính thiếu là:  $146 - 112 = 34$  (cái chân).  
Vì mỗi con thỏ bị tính thiếu 2 cái chân nên số thỏ là:  $34 : 2 = 17$  (con).  
Vì số thỏ nhiều hơn số vịt là 10 con nên số vịt là:  $17 - 10 = 7$  (con).  
Số con gà là:  $56 - 17 - 7 = 32$  (con).  
Hiệu giữa số gà và số thỏ là:  $32 - 17 = 15$  (con).  
Đáp số: 15.
3. Quy luật: Số ở giữa bằng trung bình cộng của 6 số xung quanh.  
Số cần tìm là:  $24 \times 6 - 14 - 32 - 5 - 15 - 9 = 69$ .  
Đáp số: 69.
4. Số ngày để 1 người hoàn thành công việc là:  $12 \times 34 = 408$  (ngày).  
Số ngày để 8 người hoàn thành công việc là:  $408 : 8 = 51$  (ngày).  
Đáp số: 51.
5. Ta liệt kê số dấu # trong mỗi nhóm thì được quy luật sau:  
Nhóm 1:  $1 \times 3 = 3$   
Nhóm 2:  $2 \times 5 = 10$   
Nhóm 3:  $3 \times 7 = 21$   
Nhóm 4:  $4 \times 9 = 36$   
Nhóm 5:  $5 \times 11 = 55$   
Nhóm 6:  $6 \times 13 = 78$   
Nhóm 7:  $7 \times 15 = 105$   
Nhóm 8:  $8 \times 17 = 136$   
Đáp số: 136.

### Arithmetic / Số học

6.  $81 \times 81 - 19 \times 19$   
 $= 81 \times 81 + 81 \times 19 - 81 \times 19 - 19 \times 19$   
 $= 81 \times (81 + 19) - 19 \times (81 + 19) = 81 \times 100 - 19 \times 100$   
 $= (81 - 19) \times 100 = 62 \times 100 = 6200$   
Đáp số: 6200.
7.  $(17 \times 18 \times 19 - 1615) \div 13 = 4199 \div 13 = 323$ .  
Đáp số: 323.

$$\begin{aligned}
8. \quad & \frac{3}{4 \times 8} + \frac{3}{8 \times 12} + \dots + \frac{3}{40 \times 44} + \frac{3}{44 \times 48} \\
&= \frac{3}{4} \times \left( \frac{4}{4 \times 8} + \frac{4}{8 \times 12} + \dots + \frac{4}{40 \times 44} + \frac{4}{44 \times 48} \right) \\
&= \frac{3}{4} \times \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{40} - \frac{1}{44} + \frac{1}{44} - \frac{1}{48} \right) \\
&= \frac{3}{4} \times \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{48} \right) = \frac{3}{4} \times \frac{11}{48} = \frac{11}{64}
\end{aligned}$$

Đáp số:  $\frac{11}{64}$ .

9. Ta đặt tổng là  $P$  và nhân với 3 như sau:

$$P = 4 + 12 + 36 + 108 + \dots + 2916$$

$$3 \times P = 12 + 36 + 108 + 324 + \dots + 8748$$

$$3 \times P - P = 8748 - 4$$

$$2 \times P = 8744$$

$$P = 8744 : 2$$

$$P = 4372$$

Đáp số: 4372.

$$10. \quad \left( \frac{5}{2} + \frac{5}{4} + \frac{5}{6} \right) \div \left( \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) = \frac{55}{12} \div \frac{25}{12} = \frac{11}{5}.$$

Đáp số:  $\frac{11}{5}$ .

### Number Theory / Lý thuyết số

$$\begin{aligned}
11. \quad & 7 \otimes 7 = \frac{(7+1)(7-2)}{7 \times 2 + 7 \times 3} = \frac{8}{7}. \\
& 6 \otimes 4 = \frac{(6+1)(4-2)}{6 \times 2 + 4 \times 3} = \frac{7}{12}. \\
& (7 \otimes 7) \times (6 \otimes 4) = \frac{8}{7} \times \frac{7}{12} = \frac{2}{3}.
\end{aligned}$$

Đáp số:  $\frac{2}{3}$ .

12. Để một số chia hết cho 99 thì số đó phải chia hết cho 9 và 11.

Vì  $\overline{202A1777B7}$  chia hết cho 9 nên tổng tất cả các chữ số là  $33 + A + B$  chia hết cho 9.

Vì  $\overline{202A1777B7}$  chia hết cho 11 nên hiệu giữa tổng các chữ số ở vị trí chẵn với tổng các chữ số ở vị trí lẻ chia hết cho 11.

Do đó,  $A - B + 9$  chia hết cho 11.

Suy ra,  $A + B = 12$  và  $A - B = 2$ .

Như vậy,  $A = (12 + 2) : 2 = 7$ .

Đáp số: 7.

13.  $A \times B = 448$

$$7 \times B \times B = 448$$

$$B \times B = 448 : 7$$

$$B \times B = 64$$

$$B = 8$$

$$A = 7 \times B = 56$$

Đáp số: 56.

14. Nhận xét: Tích các số tận cùng là 1 cũng có chữ số tận cùng là 1.

Ta cần tìm chữ số tận cùng của  $B = 3 \times 13 \times 23 \times \dots \times 2023$

Số thừa số trong B là:  $(2023 - 3) : 10 + 1 = 203$  (số)

Vì  $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$  nên cứ nhân 4 thừa số tận cùng là 3 thì được một số tận cùng là 1.

Do đó, ta có thể chia 203 số này vào các nhóm, mỗi nhóm có 4 thừa số tận cùng là 3.

Số nhóm thu được là:  $203 : 4 = 50$  (nhóm) dư 3 thừa số 3.

Mỗi nhóm trên có tận cùng là 1. Tích của 3 thừa số 3 có tận cùng là 7.

Như vậy, tích A có tận cùng là 7.

Đáp số: 7.

15. Sau lượt chia đầu tiên, mỗi học sinh có 17 bút chì.

Để mỗi học sinh có 14 chiếc bút chì thì thầy giáo cần lấy lại 3 chiếc bút chì từ mỗi bạn.

Sau khi nhận 3 chiếc bút từ mỗi bạn, thầy giáo có thêm số bút chì là:  $28 - 1 = 27$  (chiếc).

Số học sinh của cả lớp là:  $27 : 3 = 9$  (bạn).

Số bút chì thầy Lee có là:  $9 \times 17 + 1 = 9 \times 14 + 28 = 154$  (chiếc).

Đáp số: 154.

### Geometry / Hình học

16. Nhận xét: diện tích toàn phần của hình trụ bằng diện tích toàn phần của cả khối hình trừ cho diện tích xung quanh của 4 hình hộp.

Diện tích xung quanh của 1 hình hộp là:  $2 \times 7 \times 12 + 2 \times 5 \times 12 = 288$ .

Do đó, diện tích toàn phần của hình trụ bằng:  $3000 - 4 \times 288 = 1848$ .

Đáp số: 1848.

17. FJNK là hình bình hành nên  $KN = FJ = 5$ .

FGK là tam giác cân tại F nên  $FK = FG = 5$ .

CMD là tam giác cân tại C nên  $CM = CD = 5$ .

LMCE là hình bình hành nên  $LE = CM = 5$ .

Ta có:  $FE = FK + KL + LE$  nên  $KL = FE - FK - LE = 12 - 5 - 5 = 2$ .

Khi đó,  $KN = 5$  và  $KL = 2$ .

Chu vi của hình bình hành KNML là:  $(5 + 2) \times 2 = 14$ .

Đáp số: 14.

18. Ta đếm số hình lập phương theo từng lớp.

Hình 1 gồm 1 lớp có 3 hình lập phương.

Hình 2 gồm 2 lớp với số hình lập phương lần lượt là 3 và 6.

Hình 3 gồm 3 lớp với số hình lập phương lần lượt là 3, 6 và 10.

Nhận thấy, số hình lập phương ở mỗi lớp tạo thành dãy số sau: 3, 6, 10, ...

Đây là dãy số có khoảng cách tăng dần 1 đơn vị.

Như vậy, hình 8 gồm 8 lớp với số hình lập phương lần lượt là: 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45.

Hình 8 có tất cả số hình lập phương là:  $3 + 6 + 10 + 15 + 21 + 28 + 36 + 45 = 164$ .

Đáp số: 164.

19. Mỗi cạnh của hình lập phương lớn được chia thành 3 cạnh của hình lập phương nhỏ.

Suy ra hình lập phương lớn chia ra thành  $3 \times 3 \times 3 = 27$  hình lập phương nhỏ.

Diện tích toàn phần của hình lập phương lớn là:  $6 \times 9 \times 9 = 486$ .

Diện tích toàn phần của 1 khối lập phương nhỏ là:  $6 \times 3 \times 3 = 54$ .

Phần diện tích tăng lên là:  $27 \times 54 - 486 = 972$ .

Đáp số: 972.

20. Ta liệt kê và tìm được 15 hình chữ nhật chứa dấu \*.

Đáp số: 15.

### **Combinatorics / Tổ hợp**

21. Có 1 cách bước lên bậc 1. Có 2 cách bước lên bậc 2.

Nhận xét: Bobby chỉ có thể di chuyển 1 hoặc 2 bậc mỗi lượt. Do đó, từ bậc thứ 3, số cách đi tới một bậc bất kì bằng tổng số cách đi tới 2 bậc liền trước đó. Ta có bảng sau:

| Bậc        | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11  |
|------------|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|-----|
| Số cách đi | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 | 13 | 21 | 34 | 55 | 89 | 144 |

Như vậy, Bobby có 144 cách đi hết cầu thang.

Đáp số: 144.

22. Các cặp số có tổng là 88: (31, 57), (32, 56), ..., (43, 45).

Số cặp tạo được là:  $43 - 31 + 1 = 13$  (cặp).

Số các số được ghép cặp là:  $13 \times 2 = 26$  (số).

Số các số không được ghép cặp là:  $120 - 26 = 94$  (số).

Trường hợp xấu nhất: Ta chọn tất cả các số không được ghép cặp và 1 số trong mỗi cặp.

Sau đó, ta chọn thêm 1 số nữa thì thỏa mãn đề bài.

Vậy trong trường hợp xấu nhất, ta cần chọn:  $94 + 13 + 1 = 108$  (số).

Đáp số: 108.

23. Nhận thấy, 32 chỉ chia hết cho số lẻ duy nhất là 1 nên chữ số tận cùng của số cần tìm phải là 1. Ba chữ số còn lại có tích là 32.

Ta có thể viết 32 thành tích của 3 số có một chữ số như sau:

$$32 = 8 \times 4 \times 1 = 8 \times 1 \times 4 = 8 \times 2 \times 2 = 4 \times 8 \times 1 = 4 \times 1 \times 8 = 4 \times 2 \times 4 = 4 \times 4 \times 2 = 2 \times 8 \times 2 = 2 \times 2 \times 8 = 2 \times 4 \times 4 = 1 \times 4 \times 8 = 1 \times 8 \times 4.$$

Như vậy, có 12 cách viết 3 chữ số đầu tiên và 1 cách viết chữ số cuối cùng, tức là có 12 số thỏa mãn đề bài.

Đáp số: 12.

24. Chọn bạn nam:

- + Có 12 cách chọn bạn thứ nhất.
- + Có 11 cách chọn bạn thứ 2 trong 11 bạn còn lại.
- + Có 10 cách chọn bạn thứ 3 trong 10 bạn còn lại.
- + Số cách xếp thứ tự 3 bạn nam là:  $3 \times 2 \times 1 = 6$ .

Như vậy, mỗi cách chọn 3 bạn nam bị tính lặp lại 6 lần.

Vì ta không xét thứ tự lựa chọn nên số cách chọn 3 bạn nam là:  $12 \times 11 \times 10 : 6 = 220$ .

Chọn bạn nữ:

- + Có 8 cách chọn bạn thứ nhất.
- + Có 7 cách chọn bạn thứ 2 trong 7 bạn còn lại.
- + Số cách xếp thứ tự 2 bạn nữ là:  $2 \times 1 = 2$ .

Như vậy, mỗi cách chọn 2 bạn nữ bị tính lặp lại 2 lần.

Vì ta không xét thứ tự lựa chọn nên số cách chọn 2 bạn nữ là:  $8 \times 7 : 2 = 28$ .

Vậy số các chọn 3 bạn nam và 2 bạn nữ là:  $220 \times 28 = 6160$ .

Đáp số: 6160.

25. Số cách đến 1 điểm bất kì bằng tổng số cách đến các điểm liền trước nó. Nếu chỉ có 1 điểm liền trước thì số cách đi giữ nguyên.

Ta có số cách đi đến các điểm như sau:

|                 |   |   |    |    |    |     |
|-----------------|---|---|----|----|----|-----|
|                 |   | 6 | 11 | 30 | 61 | $B$ |
| 1               |   | 5 | 5  | 19 | 31 | 67  |
| 1               |   | 4 | 7  | 14 |    |     |
| 1               |   | 3 | 3  | 7  | 12 |     |
| 1               |   | 2 | 3  | 4  | 5  | 6   |
| 1               |   |   |    |    |    |     |
| $A \rightarrow$ | 1 | 1 | 1  | 1  | 1  | 1   |

Vậy có 67 cách đi từ A đến B.

Đáp số: 67.

## ĐỀ SỐ 6

### Logical Thinking / Tư duy lô-gic

1. Tuổi của bố Andy năm nay là:  $(252 : 12 - 7) \times 4 + 2 = 58$ .  
Đáp số: 58.
2. Giả sử 30 con vật trong trang trại đều là con gà.  
Khi đó, tổng số chân của 30 con gà là:  $30 \times 2 = 60$  (cái chân).  
Tổng số chân bị tính thiếu so với thực tế là:  $74 - 60 = 14$  (cái chân).  
Nhận thấy, mỗi con thỏ khi bị giả sử là con gà đã bị tính thiếu 2 cái chân.  
Vậy số con thỏ trong trang trại là:  $14 : 2 = 7$  (con).  
Đáp số: 7.
3. Trường hợp xấu nhất: Ta lấy ra toàn bộ bóng xanh lá và bóng đỏ. Lúc này, ta chỉ cần lấy thêm 5 quả bóng nữa thì chắc chắn chúng có màu xanh dương. Khi đó, ta đã lấy đủ 5 quả bóng mỗi màu.  
Số quả bóng cần lấy ra ít nhất là:  $30 + 28 + 5 = 63$ .  
Đáp số: 63.
4. Thời gian 1 người hoàn thành công việc là:  $8 \times 21 = 168$  (ngày).  
Thời gian để 12 người cùng hoàn thành công việc đó là:  $168 : 12 = 14$  (ngày).  
Đáp số: 14.
5. Nhóm 1: 1 hình.  
Nhóm 2:  $1 + 6 = 7$  hình.  
Nhóm 3:  $10 + 7 = 17$  hình.  
Nhóm 4:  $17 + 14 = 31$  hình.  
Quy luật: Hiệu số hình trong 2 nhóm liên tiếp tăng dần 4 đơn vị.  
Nhóm 5:  $31 + 18 = 49$  hình.  
Nhóm 6:  $49 + 22 = 71$  hình.  
Nhóm 7:  $71 + 26 = 97$  hình.  
Nhóm 8:  $97 + 30 = 127$  hình.  
Nhóm 9:  $127 + 34 = 161$  hình.  
Nhóm 10:  $161 + 38 = 199$  hình.  
Đáp số: 199.

### Arithmetic / Số học

6.  $\frac{3x-8}{7} = 7$   
 $3x-8 = 7 \times 7$   
 $3x-8 = 49$   
 $3x = 57$   
 $x = 19$   
Đáp số: 19.

7. Tổng đã cho gồm dãy số cách đều 4 đơn vị.  
Số số hạng trong tổng là:  $(68 - 16) : 4 + 1 = 14$ .  
Tổng cần tìm là:  $(68 + 16) \times 14 : 2 = 588$ .  
Đáp số: 588.

8. Ta có:  

$$13 \times 81 + 27 \times 12 - 9 \times 123$$

$$= 13 \times 3 \times 27 + 27 \times 12 - 9 \times 3 \times 41$$

$$= 39 \times 27 + 27 \times 12 - 27 \times 41$$

$$= 27 \times (39 + 12 - 41)$$

$$= 27 \times 10 = 270$$
 Đáp số: 270.

9. Ta có:  

$$\frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \dots + \frac{1}{26 \times 27} + \frac{1}{27 \times 28}$$

$$= \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{26} - \frac{1}{27} + \frac{1}{27} - \frac{1}{28}$$

$$= \frac{1}{7} - \frac{1}{28} = \frac{3}{28}$$
 Đáp số:  $\frac{3}{28}$ .

10. Ta có:  

$$\frac{5}{3} + \frac{5}{6} + \frac{5}{9} + \frac{5}{12} = \frac{5}{3} \times \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)$$

$$\frac{8}{6} + \frac{8}{12} + \frac{8}{18} + \frac{8}{24} = \frac{8}{6} \times \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)$$

$$\left(\frac{5}{3} + \frac{5}{6} + \frac{5}{9} + \frac{5}{12}\right) \div \left(\frac{8}{6} + \frac{8}{12} + \frac{8}{18} + \frac{8}{24}\right) = \frac{5}{3} \div \frac{8}{6} = \frac{5}{4}$$
 Đáp số:  $\frac{5}{4}$ .

### Number Theory / Lý thuyết số

11. Một số chia hết cho 11 thì hiệu giữa tổng các chữ số ở vị trí chẵn và tổng các chữ số ở vị trí lẻ phải chia hết cho 11, hay  $A + 3$  chia hết cho 11. Suy ra  $A = 8$ .  
Đáp số: 8.
12.  $6 \otimes 4 = \frac{(6+4) \times (6-4)}{(6-1) \times 4} = 1$   
 $19 \otimes (6 \otimes 4) = 19 \otimes 1 = \frac{(19+1) \times (19-1)}{(19-1) \times 1} = 20$ .  
 Đáp số: 20.
13. Số các số có 3 chữ số chia hết cho 11 là:  $(990 - 110) : 11 + 1 = 81$ .  
 Số các số có 3 chữ số chia hết cho 19 là:  $(988 - 114) : 19 + 1 = 47$ .

Số chia hết cho cả 11 và 19 thì chia hết cho  $11 \times 19 = 209$ .

Số các số có 3 chữ số chia hết cho 209 là:  $(836 - 209) : 209 + 1 = 4$ .

Vậy số các số có 3 chữ số chia hết cho 11 hoặc 19 là:  $81 + 47 - 4 = 124$ .

Đáp số: 124.

14.  $198 = A + B = 197 + 1 = 196 + 2 = 195 + 3 = \dots = 99 + 99$ .

Nhận thấy, hiệu của A và B càng lớn thì tích của chúng càng nhỏ.

Do đó, tích nhỏ nhất của A và B là  $197 \times 1 = 197$ .

Đáp số: 197.

15. Nhận thấy: Các cặp  $(06 \times 96)$ ,  $(16 \times 86)$ ,  $(26 \times 76)$ ,  $(36 \times 66)$ ,  $(46 \times 56)$  đều có 2 chữ số tận cùng là 76. Ta ghép cặp và xét 2 chữ số tận cùng như sau:

$$6 \times 16 \times 26 \times 36 \times \dots \times 216$$

$$= 6 \times 16 \times 26 \times 36 \times \dots \times 166 \times 176 \times 186 \times 196 \times 206 \times 216$$

$$= (6 \times 196) \times (16 \times 186) \times (26 \times 176) \times (36 \times 166) \times \dots \times (96 \times 106) \times (206 \times 216)$$

$$= 76 \times 76 \times 76 \times 76 \times \dots \times 76 \times 96$$

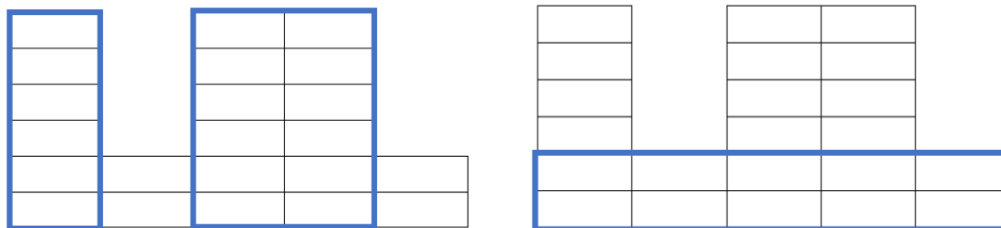
Vì  $76 \times 76 = 5776$  nên tích các số có tận cùng là 76 cũng có chữ số tận cùng là 76.

Do đó, tích đã cho có 2 chữ số tận cùng là 96.

Đáp số: 96.

### Geometry / Hình học

16. Ta tính số hình chữ nhật có trong các lưới ô tô đậm dưới đây.



Số hình chữ nhật ở lưới ô bên trái là:  $(7 \times 6 : 2) \times (2 \times 1 : 2) = 21$  (hình)

Số hình chữ nhật ở lưới ô bên phải là:  $(7 \times 6 : 2) \times (3 \times 2 : 2) = 63$  (hình)

Số hình chữ nhật ở lưới ô bên dưới là:  $(3 \times 2 : 2) \times (6 \times 5 : 2) = 45$  (hình)

Khi tính như vậy, ta đã bị đếm lặp lại 12 hình chữ nhật.



Số hình chữ nhật có trong hình vẽ là:  $21 + 63 + 45 - 12 = 117$  (hình)

Đáp số: 117.

17. Tổng tất cả các góc ngoài của một đa giác luôn bằng  $360^\circ$ .

Số đỉnh của đa giác đó là:  $360 : 36 = 10$  (đỉnh).

Vậy đa giác đó có 10 cạnh.

Đáp số: 10.

18. Có 12 hình tam giác vuông nhỏ.  
 Có 8 hình tam giác vuông vừa được ghép từ 2 tam giác nhỏ.  
 Có 4 hình tam giác vuông lớn được ghép từ 1 hình vuông và 4 tam giác nhỏ.  
 Có 4 hình tam giác vuông lớn được ghép từ 1 hình vuông và 5 tam giác nhỏ.  
 Như vậy, có tất cả:  $12 + 8 + 4 + 4 = 28$  (hình tam giác vuông).  
 Đáp số: 28.
19. Diện tích của 1 hình vuông nhỏ là:  $1 \times 1 = 1 \text{ (cm}^2\text{)}$ .  
 Số mặt trước = Số mặt sau = 6  
 Số mặt trái = Số mặt phải = 6  
 Số mặt trên = Số mặt dưới = 16  
 Tổng số mặt là:  $(6 + 6 + 16) \times 2 = 56$  (mặt).  
 Diện tích bề mặt là:  $56 \times 1 = 56 \text{ (cm}^2\text{)}$ .  
 Đáp số: 56.
20. 2 hình chữ nhật nhỏ có thể ghép thành 1 hình vuông kích thước  $2\text{cm} \times 2\text{cm}$ .  
 Khi đó, hình vuông lớn được ghép thành từ  $162 : 2 = 81$  hình vuông nhỏ.  
 Vì  $81 = 9 \times 9$  nên 1 cạnh của hình vuông lớn được ghép từ 9 cạnh của hình vuông nhỏ.  
 Do đó, độ dài một cạnh của hình vuông lớn là:  $2 \times 9 = 18 \text{ cm}$ .  
 Chu vi của hình vuông lớn là:  $18 \times 4 = 72 \text{ cm}$ .  
 Chu vi của một hình chữ nhật nhỏ là:  $(1 + 2) \times 2 = 6 \text{ (cm)}$ .  
 Tổng chu vi của 162 hình chữ nhật nhỏ là:  $162 \times 6 = 972 \text{ (cm)}$ .  
 Phần chu vi bị giảm đi là:  $972 - 72 = 900 \text{ (cm)}$ .  
 Đáp số: 900.

### Combinatorics / Tổ hợp

21. Ta có:  $256 = 1 \times 256 = 2 \times 128 = 4 \times 64 = 8 \times 32 = 16 \times 16$ .  
 Vậy ta có 9 cách để chia 256 học sinh vào các nhóm bằng nhau, bao gồm chia đều học sinh vào 1 nhóm, 2 nhóm, 4 nhóm, 8 nhóm, 16 nhóm, 32 nhóm, 64 nhóm, 128 nhóm và 256 nhóm.  
 Đáp số: 9.
22. Nhận xét: Vì Peter chỉ có thể di chuyển 1 hoặc 3 bậc mỗi lượt nên từ bậc thứ 4, số cách đi tới một bậc bất kì sẽ bằng tổng số cách đi tới bậc thang dưới đó 1 bậc và 3 bậc.

| Bậc        | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|
| Số cách đi | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 9 | 13 | 19 | 28 | 41 |

Như vậy có 41 cách đi hết cầu thang.

Đáp số: 41.

23. Gọi số cần tìm có dạng ABC. Để ABC chia hết cho 11 thì  $A + C - B$  chia hết cho 11.  
 Khi đó,  $A + C - B$  có thể là 0 hoặc 11.  
**Trường hợp 1:**  $A + C - B = 0$ . Khi đó  $A + C = B$ .  
 Nhận thấy, không có 3 chữ số nào thỏa mãn.

**Trường hợp 2:**  $A + C - B = 11$ .

Nếu  $B = 1$  thì  $A + C = 12$ . Ta liệt kê được các số sau: 913, 319, 517, 715.

Nếu  $B = 3$  thì  $A + C = 14$ . Ta liệt kê được các số sau: 935, 539.

Nếu  $B = 5$  thì  $A + C = 16$ . Ta liệt kê được các số sau: 957, 759.

Như vậy có tất cả 8 số thỏa mãn đề bài.

Đáp số: 8.

24. Các cặp số có tổng là 300: (120, 180), (121, 179), ..., (149, 151).

Số cặp tạo được là:  $149 - 120 + 1 = 30$  (cặp).

Số các số được ghép cặp là:  $30 \times 2 = 60$  (số).

Số các số không được ghép cặp là:  $81 - 60 = 21$  (số).

Trường hợp xấu nhất: Ta chọn tất cả các số không được ghép cặp và 1 số trong mỗi cặp.

Sau đó, ta chọn thêm 1 số nữa thì thỏa mãn đề bài.

Vậy trong trường hợp xấu nhất, ta cần chọn:  $21 + 30 + 1 = 52$  (số).

Đáp số: 52.

25. **Cách 1:** Ta chỉ cần xếp 4 quyển sách màu trắng vào 4 trong 9 vị trí, sau đó đặt 5 quyển sách màu đen vào các chỗ trống còn lại.

Có 9 cách xếp quyển sách đầu tiên.

Có 8 cách xếp quyển sách thứ 2.

Có 7 cách xếp quyển sách thứ 3.

Có 6 cách xếp quyển sách thứ 4.

Số cách sắp xếp thứ tự 4 quyển sách là:  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ .

Vì 4 quyển sách giống nhau nên ta không xét đến thứ tự của chúng.

Do đó, số cách xếp là:  $9 \times 8 \times 7 \times 6 : 24 = 126$ .

**Cách 2:** Ta chỉ cần xếp 5 quyển sách màu đen vào 5 trong 9 vị trí, sau đó đặt 4 quyển sách màu trắng vào các chỗ trống còn lại.

Có 9 cách xếp quyển sách đầu tiên.

Có 8 cách xếp quyển sách thứ 2.

Có 7 cách xếp quyển sách thứ 3.

Có 6 cách xếp quyển sách thứ 4.

Có 5 cách xếp quyển sách thứ 5.

Số cách sắp xếp thứ tự 5 quyển sách là:  $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ .

Vì 5 quyển sách giống nhau nên ta không xét đến thứ tự của chúng.

Do đó, số cách xếp là:  $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 : 120 = 126$

Đáp số: 126.

## ĐỀ SỐ 7

### Logical Thinking / Tư duy lô-gic

1. Ta có:  $1 = 1 \times 1$ ,  $4 = 2 \times 2$ ,  $9 = 3 \times 3$ ,  $16 = 4 \times 4$ ,  $25 = 5 \times 5$ ,  $36 = 6 \times 6$ .  
Do đó, số còn thiếu là  $7 \times 7 = 49$ .  
Đáp số: 49.
2. Ngày 13/10 cách ngày 31/10 số ngày là:  $31 - 13 = 18$  (ngày).  
Ngày 31/10 cách ngày 30/11 là 30 ngày.  
Ngày 30/11 cách ngày 29/12 là 29 ngày.  
Ngày 13/10 cách ngày 29/12 số ngày là:  $18 + 30 + 29 = 77$  (ngày)  
Đáp số: 77.
3. Để cắt 1 khúc gỗ thành 5 phần ta cần 4 lần cắt.  
Do đó, thời gian cần cho 1 lần cắt là:  $16 : 4 = 4$  (phút).  
Để cắt khúc gỗ thành 13 phần ta cần 12 lần cắt.  
Do đó, thời gian cần cho 12 lần cắt là:  $4 \times 12 = 48$  (phút).  
Đáp số: 48.
4. Tuổi của bố Andy hiện tại là:  $(72 : 8 - 4) \times 8 + 7 = 47$ .  
Đáp số: 47.
5. Thời gian để 1 người hoàn thành công việc là:  $10 \times 12 = 120$  (ngày).  
Thời gian để 15 người cùng hoàn thành công việc đó là:  $120 : 15 = 8$  (ngày).  
Đáp số: 8.

### Arithmetic / Số học

6.  $3x - 4 = 11$   
 $3x = 11 + 4$   
 $3x = 15$   
 $x = 5$   
Đáp số: 5.
7.  $2018^2 - 1013^2 = 2018 \times 2018 - 1013 \times 1013 = 3046155$ .  
Đáp số: 3046155.
8. Tổng đã cho gồm dãy số cách đều 3 đơn vị.  
Số số hạng là:  $(51 - 3) : 3 + 1 = 17$ .  
Tổng cần tìm là:  $(51 + 3) \times 17 : 2 = 459$   
Đáp số: 459.
9. Tổng đã cho gồm dãy các số chính phương ( $1 \times 1$ ,  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$ , ...).  
Ta viết toàn bộ các số hạng trong tổng như sau:  
 $1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 + 81 + 100 + 121 + 144 + 169$   
 $= (1 + 9) + (4 + 16) + (36 + 64) + (49 + 81) + (121 + 169) + (25 + 144) + 100$   
 $= 10 + 20 + 100 + 130 + 290 + 169 + 100 = (10 + 290) + (100 + 100) + (130 + 20) + 169 = 819$ .  
Đáp số: 819.

10.  $111 \times 235 + 333 \times 103 + 222 \times 228$   
 $= 111 \times 235 + 111 \times 3 \times 103 + 111 \times 2 \times 228$   
 $= 111 \times (235 + 309 + 456)$   
 $= 111 \times 1000 = 11000$   
 Đáp số: 111000.

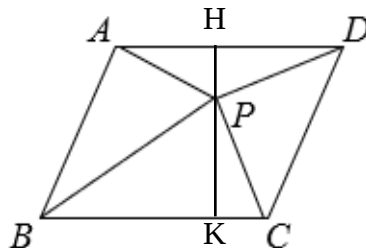
### Number Theory / Lý thuyết số

11. Để một số chia hết cho 6 thì số đó phải chia hết cho 2 và 3.  
 Vì  $\overline{20181014A}$  chia hết cho 3 nên tổng tất cả các chữ số phải chia hết cho 3.  
 Do đó,  $17 + A$  chia hết cho 3. Suy ra,  $A$  có thể bằng 1, 4, 7.  
 Vì  $\overline{20181014A}$  chia hết cho 2 nên  $A$  phải là số chẵn và bằng 4.  
 Đáp số: 4.
12. Nhận thấy, tích  $A$  chứa thừa số 5 và thừa số 2. Do đó,  $A$  chia hết cho 10.  
 Một số chia hết cho 10 luôn có chữ số tận cùng là 0.  
 Đáp số: 0.
13.  $a \otimes b = (b - a)^2 = (b - a) \times (b - a) = (a - b) \times (a - b)$   
 $16 \otimes 13 = (16 - 13) \times (16 - 13) = 9$   
 $(16 \otimes 13) \otimes 8 = 9 \otimes 8 = (9 - 8) \times (9 - 8) = 1.$   
 Đáp số: 1.
14.  $A \times B = 576$   
 $4 \times B \times B = 576$   
 $B \times B = 576 : 4$   
 $B \times B = 144$   
 $B = 12$   
 Đáp số: 12.
15. Số các số có 3 chữ số chia hết cho 6 là:  $(996 - 102) : 6 + 1 = 150$ .  
 Số các số có 3 chữ số chia hết cho 8 là:  $(992 - 104) : 8 + 1 = 112$ .  
 24 là số nhỏ nhất chia hết cho 6 và 8. Do đó, số chia hết cho cả 6 và 8 thì chia hết cho 24.  
 Số các số có 3 chữ số chia hết cho 24 là:  $(984 - 120) : 24 + 1 = 37$ .  
 Vậy số các số có 3 chữ số chia hết cho 6 hoặc 8 là:  $150 + 112 - 37 = 225$ .  
 Đáp số: 225.

### Geometry / Hình học

16. **Cách 1:** Vẽ hình và đo cạnh dài nhất.  
**Cách 2:** Sử dụng công thức Pytago.  
 Trong một tam giác vuông có độ dài 3 cạnh là  $a, b, c$  thì:  
 $a^2 + b^2 = c^2$  ( $c$  là cạnh dài nhất)  
 Áp dụng vào bài toán, ta có:  $c^2 = 20^2 + 21^2$   
 Suy ra,  $c^2 = 841$ . Vậy  $c = 29$ .  
 Đáp số: 29.

17. Vì  $6 : 2 = 3$  nên mỗi cạnh của hình lập phương lớn được tạo thành từ các cạnh của 3 hình lập phương nhỏ.  
 Do đó, một hình lập phương lớn được chia thành:  $3 \times 3 \times 3 = 27$  (hình lập phương nhỏ).  
 Diện tích toàn phần của hình lập phương lớn là:  $6 \times 6 \times 6 = 216 \text{ cm}^2$ .  
 Diện tích toàn phần của 1 hình lập phương nhỏ là:  $6 \times 2 \times 2 = 24 \text{ cm}^2$ .  
 Diện tích toàn phần của 27 hình lập phương nhỏ là:  $24 \times 27 = 648 \text{ cm}^2$ .  
 Phần diện tích tăng thêm là:  $648 - 216 = 432 \text{ cm}^2$ .  
 Đáp số: 432.
18. Qua P, ta vẽ đường cao HK của hình bình hành như dưới đây:



Nhận thấy:

$$\begin{aligned}
 S_{APD} &= PH \times AD : 2 \\
 S_{BPC} &= PK \times BC : 2 = PK \times AD : 2 \\
 S_{APD} + S_{BPC} &= (PH + PK) \times AD : 2 = HK \times AD : 2 = S_{ABCD} : 2 \\
 S_{APD} &= \frac{1}{2} S_{ABCD} - S_{BPC} \\
 S_{APD} &= \frac{1}{2} S_{ABCD} - \frac{37}{100} S_{ABCD} \\
 S_{APD} &= \frac{13}{100} S_{ABCD} \\
 S_{ABCD} &= \frac{100}{13} S_{APD} \\
 S_{ABCD} &= \frac{100}{13} \times 39 = 300
 \end{aligned}$$

Đáp số: 300.

19. Diện tích của phần không tô đậm là:  $12 \times 12 : 2 + 8 \times 20 : 2 = 152 \text{ cm}^2$ .  
 Tổng diện tích của 2 hình vuông là:  $12 \times 12 + 8 \times 8 = 208 \text{ cm}^2$ .  
 Diện tích phần tô đậm là:  $208 - 152 = 56 \text{ cm}^2$ .  
 Đáp số: 56.
20. Ta dễ dàng liệt kê được 19 hình tam giác vuông.  
 Đáp số: 19.

### Combinatorics / Tổ hợp

21. Vì các chữ số được phép chọn lặp lại nên ta chọn 2 số giống nhau có hiệu nhỏ nhất là 0.  
 Ví dụ:  $1234 - 1234$ .  
 Đáp số: 0.

22. Giả sử tất cả con vật đều là thỏ.  
Tổng số chân là:  $24 \times 4 = 96$  (cái chân).  
Khi đó, số chân thừa ra là:  $96 - 64 = 32$  (cái chân).  
Vì mỗi con gà bị tính thừa 2 chân nên số con gà là:  $32 : 2 = 16$  (con).  
Đáp số: 16.
23. Một số chia hết cho 9 khi có tổng các chữ số cũng chia hết cho 9.  
Ta cần chọn 3 chữ số khác nhau từ 1, 3, 5, 7, 9 sao cho chúng có tổng là 9, 18, hoặc 27.  
Nhận thấy có duy nhất cách chọn 3 chữ số là 1, 3 và 5 thỏa mãn yêu cầu.  
Do đó, ta có 6 số chia hết cho 9 là: 135, 153, 315, 351, 513, 531.  
Đáp số: 6.
24. Trường hợp xấu nhất: Ta chọn tất cả các số từ 1 đến 21, từ 43 đến 63, từ 85 đến 100. Lúc này, ta chỉ cần chọn thêm 1 số nữa thì chắc chắn xuất hiện hai số có hiệu là 21.  
Ta cần chọn tất cả:  $21 + 21 + 16 + 1 = 59$  (số)  
Đáp số: 59.
25. Ta có:  $2018 = 1 \times 2018 = 2 \times 1009$ .  
Vậy ta có 3 cách chia 2018 học sinh thành các nhóm bằng nhau, bao gồm chia vào 2 nhóm, 1009 nhóm và 2018 nhóm. (Không tính trường hợp chia toàn bộ 2018 học sinh vào 1 nhóm)  
Đáp số: 3.

# ĐÁP ÁN THAM KHẢO

## PRELIMINARY ROUND / VÒNG LOẠI

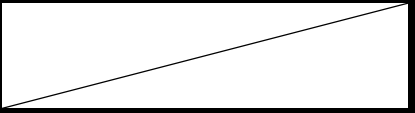
### ĐỀ SỐ 1

| Logical Thinking |     |   | Number Theory |     |   | Combinatorics |     |   |
|------------------|-----|---|---------------|-----|---|---------------|-----|---|
| 4                | 1)  | B | 4             | 11) | A | 4             | 21) | B |
| 4                | 2)  | D | 4             | 12) | A | 4             | 22) | C |
| 4                | 3)  | C | 4             | 13) | D | 4             | 23) | A |
| 4                | 4)  | D | 4             | 14) | D | 4             | 24) | A |
| 4                | 5)  | A | 4             | 15) | C | 4             | 25) | D |
| Arithmetic       |     |   | Geometry      |     |   |               |     |   |
| 4                | 6)  | D | 4             | 16) | A |               |     |   |
| 4                | 7)  | A | 4             | 17) | B |               |     |   |
| 4                | 8)  | C | 4             | 18) | D |               |     |   |
| 4                | 9)  | B | 4             | 19) | D |               |     |   |
| 4                | 10) | D | 4             | 20) | C |               |     |   |

## ĐỀ SỐ 2

| Logical Thinking |          |   | Number Theory |          |   | Combinatorics |          |   |
|------------------|----------|---|---------------|----------|---|---------------|----------|---|
| 4                | 1)<br>D  | 4 | 4             | 11)<br>A | 4 | 4             | 21)<br>A | 4 |
| 4                | 2)<br>B  | 4 | 4             | 12)<br>A | 4 | 4             | 22)<br>B | 4 |
| 4                | 3)<br>A  | 4 | 4             | 13)<br>B | 4 | 4             | 23)<br>D | 4 |
| 4                | 4)<br>A  | 4 | 4             | 14)<br>B | 4 | 4             | 24)<br>D | 4 |
| 4                | 5)<br>B  | 4 | 4             | 15)<br>C | 4 | 4             | 25)<br>C | 4 |
| Arithmetic       |          |   | Geometry      |          |   |               |          |   |
| 4                | 6)<br>C  | 4 | 4             | 16)<br>D | 4 |               |          |   |
| 4                | 7)<br>A  | 4 | 4             | 17)<br>C | 4 |               |          |   |
| 4                | 8)<br>C  | 4 | 4             | 18)<br>D | 4 |               |          |   |
| 4                | 9)<br>B  | 4 | 4             | 19)<br>C | 4 |               |          |   |
| 4                | 10)<br>D | 4 | 4             | 20)<br>A | 4 |               |          |   |

### ĐỀ SỐ 3

| Logical Thinking |          |               | Number Theory |          |               | Combinatorics                                                                       |          |               |
|------------------|----------|---------------|---------------|----------|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------|----------|---------------|
| $\frac{4}{4}$    | 1)<br>C  | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 11)<br>D | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$                                                                       | 21)<br>B | $\frac{4}{4}$ |
| $\frac{4}{4}$    | 2)<br>A  | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 12)<br>B | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$                                                                       | 22)<br>A | $\frac{4}{4}$ |
| $\frac{4}{4}$    | 3)<br>B  | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 13)<br>C | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$                                                                       | 23)<br>A | $\frac{4}{4}$ |
| $\frac{4}{4}$    | 4)<br>C  | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 14)<br>D | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$                                                                       | 24)<br>B | $\frac{4}{4}$ |
| $\frac{4}{4}$    | 5)<br>C  | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 15)<br>A | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$                                                                       | 25)<br>D | $\frac{4}{4}$ |
| Arithmetic       |          |               | Geometry      |          |               |  |          |               |
| $\frac{4}{4}$    | 6)<br>D  | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 16)<br>D | $\frac{4}{4}$ |                                                                                     |          |               |
| $\frac{4}{4}$    | 7)<br>B  | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 17)<br>A | $\frac{4}{4}$ |                                                                                     |          |               |
| $\frac{4}{4}$    | 8)<br>B  | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 18)<br>B | $\frac{4}{4}$ |                                                                                     |          |               |
| $\frac{4}{4}$    | 9)<br>D  | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 19)<br>C | $\frac{4}{4}$ |                                                                                     |          |               |
| $\frac{4}{4}$    | 10)<br>A | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 20)<br>B | $\frac{4}{4}$ |                                                                                     |          |               |

# ĐỀ SỐ 4

| Logical Thinking |     |   | Number Theory |     |   | Combinatorics |     |   |
|------------------|-----|---|---------------|-----|---|---------------|-----|---|
| 4                | 1)  | 4 | 4             | 11) | 4 | 4             | 21) | 4 |
|                  | A   |   |               | A   |   |               | B   |   |
| 4                | 2)  | 4 | 4             | 12) | 4 | 4             | 22) | 4 |
|                  | C   |   |               | D   |   |               | B   |   |
| 4                | 3)  | 4 | 4             | 13) | 4 | 4             | 23) | 4 |
|                  | D   |   |               | D   |   |               | C   |   |
| 4                | 4)  | 4 | 4             | 14) | 4 | 4             | 24) | 4 |
|                  | A   |   |               | B   |   |               | D   |   |
| 4                | 5)  | 4 | 4             | 15) | 4 | 4             | 25) | 4 |
|                  | B   |   |               | B   |   |               | A   |   |
| Arithmetic       |     |   | Geometry      |     |   |               |     |   |
| 4                | 6)  | 4 | 4             | 16) | 4 |               |     |   |
|                  | D   |   |               | C   |   |               |     |   |
| 4                | 7)  | 4 | 4             | 17) | 4 |               |     |   |
|                  | C   |   |               | B   |   |               |     |   |
| 4                | 8)  | 4 | 4             | 18) | 4 |               |     |   |
|                  | D   |   |               | D   |   |               |     |   |
| 4                | 9)  | 4 | 4             | 19) | 4 |               |     |   |
|                  | B   |   |               | A   |   |               |     |   |
| 4                | 10) | 4 | 4             | 20) | 4 |               |     |   |
|                  | C   |   |               | A   |   |               |     |   |

# ĐỀ SỐ 5

| Logical Thinking |          |   | Number Theory |          |   | Combinatorics |          |   |
|------------------|----------|---|---------------|----------|---|---------------|----------|---|
| 4                | 1)<br>A  | 4 | 4             | 11)<br>C | 4 | 4             | 21)<br>C | 4 |
| 4                | 2)<br>B  | 4 | 4             | 12)<br>D | 4 | 4             | 22)<br>A | 4 |
| 4                | 3)<br>A  | 4 | 4             | 13)<br>B | 4 | 4             | 23)<br>C | 4 |
| 4                | 4)<br>D  | 4 | 4             | 14)<br>C | 4 | 4             | 24)<br>B | 4 |
| 4                | 5)<br>B  | 4 | 4             | 15)<br>B | 4 | 4             | 25)<br>A | 4 |
| Arithmetic       |          |   | Geometry      |          |   |               |          |   |
| 4                | 6)<br>C  | 4 | 4             | 16)<br>D | 4 |               |          |   |
| 4                | 7)<br>D  | 4 | 4             | 17)<br>D | 4 |               |          |   |
| 4                | 8)<br>A  | 4 | 4             | 18)<br>A | 4 |               |          |   |
| 4                | 9)<br>B  | 4 | 4             | 19)<br>B | 4 |               |          |   |
| 4                | 10)<br>A | 4 | 4             | 20)<br>A | 4 |               |          |   |

## ĐỀ SỐ 6

| Logical Thinking |          |   | Number Theory |          |   | Combinatorics |          |   |
|------------------|----------|---|---------------|----------|---|---------------|----------|---|
| 4                | 1)<br>B  | 4 | 4             | 11)<br>B | 4 | 4             | 21)<br>D | 4 |
| 4                | 2)<br>C  | 4 | 4             | 12)<br>A | 4 | 4             | 22)<br>B | 4 |
| 4                | 3)<br>C  | 4 | 4             | 13)<br>D | 4 | 4             | 23)<br>A | 4 |
| 4                | 4)<br>B  | 4 | 4             | 14)<br>C | 4 | 4             | 24)<br>D | 4 |
| 4                | 5)<br>A  | 4 | 4             | 15)<br>A | 4 | 4             | 25)<br>C | 4 |
| Arithmetic       |          |   | Geometry      |          |   |               |          |   |
| 4                | 6)<br>D  | 4 | 4             | 16)<br>A | 4 |               |          |   |
| 4                | 7)<br>A  | 4 | 4             | 17)<br>C | 4 |               |          |   |
| 4                | 8)<br>B  | 4 | 4             | 18)<br>D | 4 |               |          |   |
| 4                | 9)<br>C  | 4 | 4             | 19)<br>B | 4 |               |          |   |
| 4                | 10)<br>D | 4 | 4             | 20)<br>B | 4 |               |          |   |

# ĐỀ SỐ 7

| Logical Thinking |          |   | Number Theory |          |   | Combinatorics |          |   |
|------------------|----------|---|---------------|----------|---|---------------|----------|---|
| 4                | 1)<br>A  | 4 | 4             | 11)<br>A | 4 | 4             | 21)<br>D | 4 |
| 4                | 2)<br>B  | 4 | 4             | 12)<br>B | 4 | 4             | 22)<br>C | 4 |
| 4                | 3)<br>D  | 4 | 4             | 13)<br>A | 4 | 4             | 23)<br>A | 4 |
| 4                | 4)<br>C  | 4 | 4             | 14)<br>D | 4 | 4             | 24)<br>B | 4 |
| 4                | 5)<br>A  | 4 | 4             | 15)<br>C | 4 | 4             | 25)<br>B | 4 |
| Arithmetic       |          |   | Geometry      |          |   |               |          |   |
| 4                | 6)<br>C  | 4 | 4             | 16)<br>C | 4 |               |          |   |
| 4                | 7)<br>B  | 4 | 4             | 17)<br>A | 4 |               |          |   |
| 4                | 8)<br>D  | 4 | 4             | 18)<br>D | 4 |               |          |   |
| 4                | 9)<br>B  | 4 | 4             | 19)<br>B | 4 |               |          |   |
| 4                | 10)<br>C | 4 | 4             | 20)<br>B | 4 |               |          |   |

# HEAT ROUND / VÒNG QUỐC GIA

## ĐỀ SỐ 1

| Logical Thinking |                      |               | Number Theory |            |               | Combinatorics |            |               |
|------------------|----------------------|---------------|---------------|------------|---------------|---------------|------------|---------------|
| $\frac{4}{4}$    | 1)<br>30             | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 11)<br>17  | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 21)<br>120 | $\frac{4}{4}$ |
| $\frac{4}{4}$    | 2)<br>29             | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 12)<br>83  | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 22)<br>46  | $\frac{4}{4}$ |
| $\frac{4}{4}$    | 3)<br>21             | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 13)<br>161 | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 23)<br>29  | $\frac{4}{4}$ |
| $\frac{4}{4}$    | 4)<br>18             | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 14)<br>48  | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 24)<br>47  | $\frac{4}{4}$ |
| $\frac{4}{4}$    | 5)<br>104            | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 15)<br>0   | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 25)<br>65  | $\frac{4}{4}$ |
| Arithmetic       |                      |               | Geometry      |            |               |               |            |               |
| $\frac{4}{4}$    | 6)<br>1215           | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 16)<br>24  | $\frac{4}{4}$ |               |            |               |
| $\frac{4}{4}$    | 7)<br>$\frac{3}{35}$ | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 17)<br>90  | $\frac{4}{4}$ |               |            |               |
| $\frac{4}{4}$    | 8)<br>$\frac{5}{9}$  | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 18)<br>72  | $\frac{4}{4}$ |               |            |               |
| $\frac{4}{4}$    | 9)<br>$\frac{6}{35}$ | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 19)<br>6.5 | $\frac{4}{4}$ |               |            |               |
| $\frac{4}{4}$    | 10)<br>222000        | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 20)<br>50  | $\frac{4}{4}$ |               |            |               |

## ĐỀ SỐ 2

| Logical Thinking |                      |               | Number Theory |             |               | Combinatorics |            |               |
|------------------|----------------------|---------------|---------------|-------------|---------------|---------------|------------|---------------|
| $\frac{4}{4}$    | 1)<br>Saturday       | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 11)<br>0    | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 21)<br>24  | $\frac{4}{4}$ |
| $\frac{4}{4}$    | 2)<br>85             | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 12)<br>36   | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 22)<br>61  | $\frac{4}{4}$ |
| $\frac{4}{4}$    | 3)<br>50             | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 13)<br>12   | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 23)<br>24  | $\frac{4}{4}$ |
| $\frac{4}{4}$    | 4)<br>421            | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 14)<br>20   | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 24)<br>189 | $\frac{4}{4}$ |
| $\frac{4}{4}$    | 5)<br>16             | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 15)<br>18   | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 25)<br>126 | $\frac{4}{4}$ |
| Arithmetic       |                      |               | Geometry      |             |               |               |            |               |
| $\frac{4}{4}$    | 6)<br>$\frac{9}{20}$ | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 16)<br>1600 | $\frac{4}{4}$ |               |            |               |
| $\frac{4}{4}$    | 7)<br>102            | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 17)<br>455  | $\frac{4}{4}$ |               |            |               |
| $\frac{4}{4}$    | 8)<br>2295           | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 18)<br>5292 | $\frac{4}{4}$ |               |            |               |
| $\frac{4}{4}$    | 9)<br>11005          | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 19)<br>9    | $\frac{4}{4}$ |               |            |               |
| $\frac{4}{4}$    | 10)<br>1400          | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 20)<br>20   | $\frac{4}{4}$ |               |            |               |

### ĐỀ SỐ 3

| Logical Thinking |                       |               | Number Theory |                      |               | Combinatorics |             |               |
|------------------|-----------------------|---------------|---------------|----------------------|---------------|---------------|-------------|---------------|
| $\frac{4}{4}$    | 1)<br>39              | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 11)<br>7             | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 21)<br>26   | $\frac{4}{4}$ |
| $\frac{4}{4}$    | 2)<br>13              | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 12)<br>$\frac{7}{3}$ | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 22)<br>5040 | $\frac{4}{4}$ |
| $\frac{4}{4}$    | 3)<br>127             | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 13)<br>6             | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 23)<br>56   | $\frac{4}{4}$ |
| $\frac{4}{4}$    | 4)<br>Thursday        | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 14)<br>164           | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 24)<br>62   | $\frac{4}{4}$ |
| $\frac{4}{4}$    | 5)<br>51              | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 15)<br>112           | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 25)<br>39   | $\frac{4}{4}$ |
| Arithmetic       |                       |               | Geometry      |                      |               |               |             |               |
| $\frac{4}{4}$    | 6)<br>2186            | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 16)<br>151           | $\frac{4}{4}$ |               |             |               |
| $\frac{4}{4}$    | 7)<br>$\frac{90}{7}$  | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 17)<br>82            | $\frac{4}{4}$ |               |             |               |
| $\frac{4}{4}$    | 8)<br>255             | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 18)<br>735           | $\frac{4}{4}$ |               |             |               |
| $\frac{4}{4}$    | 9)<br>$\frac{16}{39}$ | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 19)<br>20            | $\frac{4}{4}$ |               |             |               |
| $\frac{4}{4}$    | 10)<br>798            | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | 20)<br>15            | $\frac{4}{4}$ |               |             |               |

# ĐỀ SỐ 4

| Logical Thinking |     |           | Number Theory |     |     | Combinatorics |     |     |
|------------------|-----|-----------|---------------|-----|-----|---------------|-----|-----|
| 4                | 1)  | 43        | 4             | 11) | 6   | 4             | 21) | 12  |
| 4                | 2)  | 35        | 4             | 12) | 66  | 4             | 22) | 120 |
| 4                | 3)  | 102       | 4             | 13) | 23  | 4             | 23) | 98  |
| 4                | 4)  | Wednesday | 4             | 14) | 89  | 4             | 24) | 86  |
| 4                | 5)  | 115       | 4             | 15) | 108 | 4             | 25) | 7   |
| Arithmetic       |     |           | Geometry      |     |     |               |     |     |
| 4                | 6)  | 2184      | 4             | 16) | 138 | 4             |     |     |
| 4                | 7)  | 15        | 4             | 17) | 184 | 4             |     |     |
| 4                | 8)  | 399       | 4             | 18) | 735 | 4             |     |     |
| 4                | 9)  | 39        | 4             | 19) | 18  | 4             |     |     |
| 4                | 10) | 1065      | 4             | 20) | 12  | 4             |     |     |

## ĐỀ SỐ 5

| Logical Thinking |                       |   | Number Theory |                      |   | Combinatorics |             |   |
|------------------|-----------------------|---|---------------|----------------------|---|---------------|-------------|---|
| 4                | 1)<br>January         | 4 | 4             | 11)<br>$\frac{2}{3}$ | 4 | 4             | 21)<br>144  | 4 |
| 4                | 2)<br>15              | 4 | 4             | 12)<br>7             | 4 | 4             | 22)<br>108  | 4 |
| 4                | 3)<br>69              | 4 | 4             | 13)<br>56            | 4 | 4             | 23)<br>12   | 4 |
| 4                | 4)<br>51              | 4 | 4             | 14)<br>7             | 4 | 4             | 24)<br>6160 | 4 |
| 4                | 5)<br>136             | 4 | 4             | 15)<br>154           | 4 | 4             | 25)<br>67   | 4 |
| Arithmetic       |                       |   | Geometry      |                      |   |               |             |   |
| 4                | 6)<br>6200            | 4 | 4             | 16)<br>1848          | 4 |               |             |   |
| 4                | 7)<br>323             | 4 | 4             | 17)<br>14            | 4 |               |             |   |
| 4                | 8)<br>$\frac{11}{64}$ | 4 | 4             | 18)<br>164           | 4 |               |             |   |
| 4                | 9)<br>4372            | 4 | 4             | 19)<br>972           | 4 |               |             |   |
| 4                | 10)<br>$\frac{11}{5}$ | 4 | 4             | 20)<br>15            | 4 |               |             |   |

## ĐỀ SỐ 6

| Logical Thinking |                      |   | Number Theory |            |   | Combinatorics |            |   |
|------------------|----------------------|---|---------------|------------|---|---------------|------------|---|
| 4                | 1)<br>58             | 4 | 4             | 11)<br>8   | 4 | 4             | 21)<br>9   | 4 |
| 4                | 2)<br>7              | 4 | 4             | 12)<br>20  | 4 | 4             | 22)<br>41  | 4 |
| 4                | 3)<br>63             | 4 | 4             | 13)<br>124 | 4 | 4             | 23)<br>8   | 4 |
| 4                | 4)<br>14             | 4 | 4             | 14)<br>197 | 4 | 4             | 24)<br>52  | 4 |
| 4                | 5)<br>199            | 4 | 4             | 15)<br>96  | 4 | 4             | 25)<br>126 | 4 |
| Arithmetic       |                      |   | Geometry      |            |   |               |            |   |
| 4                | 6)<br>19             | 4 | 4             | 16)<br>117 | 4 |               |            |   |
| 4                | 7)<br>588            | 4 | 4             | 17)<br>10  | 4 |               |            |   |
| 4                | 8)<br>270            | 4 | 4             | 18)<br>28  | 4 |               |            |   |
| 4                | 9)<br>$\frac{3}{28}$ | 4 | 4             | 19)<br>56  | 4 |               |            |   |
| 4                | 10)<br>$\frac{5}{4}$ | 4 | 4             | 20)<br>900 | 4 |               |            |   |

# ĐỀ SỐ 7

| Logical Thinking |     |         | Number Theory |     |     | Combinatorics |     |   |
|------------------|-----|---------|---------------|-----|-----|---------------|-----|---|
| 4                | 1)  | 49      | 4             | 11) | 4   | 4             | 21) | 4 |
|                  |     |         |               |     |     |               |     |   |
| 4                | 2)  | 77      | 4             | 12) | 0   | 4             | 22) | 4 |
|                  |     |         |               |     |     |               |     |   |
| 4                | 3)  | 48      | 4             | 13) | 1   | 4             | 23) | 4 |
|                  |     |         |               |     |     |               |     |   |
| 4                | 4)  | 47      | 4             | 14) | 12  | 4             | 24) | 4 |
|                  |     |         |               |     |     |               |     |   |
| 4                | 5)  | 8       | 4             | 15) | 225 | 4             | 25) | 4 |
|                  |     |         |               |     |     |               |     |   |
| Arithmetic       |     |         | Geometry      |     |     |               |     |   |
| 4                | 6)  | 5       | 4             | 16) | 29  | 4             |     |   |
| 4                | 7)  | 3046155 | 4             | 17) | 432 | 4             |     |   |
| 4                | 8)  | 459     | 4             | 18) | 300 | 4             |     |   |
| 4                | 9)  | 819     | 4             | 19) | 56  | 4             |     |   |
| 4                | 10) | 111000  | 4             | 20) | 19  | 4             |     |   |

## MẪU PHIẾU TRẢ LỜI VÒNG QUỐC GIA

|                                             |  |                                    |  |  |  |  |  |
|---------------------------------------------|--|------------------------------------|--|--|--|--|--|
| Admission ID:<br><i>Số báo danh:</i>        |  |                                    |  |  |  |  |  |
| Contestant Name:<br><i>Họ tên thí sinh:</i> |  |                                    |  |  |  |  |  |
| Date of Birth:<br><i>Ngày sinh:</i>         |  |                                    |  |  |  |  |  |
| Grade:<br><i>Khối thi:</i>                  |  | School name:<br><i>Tên trường:</i> |  |  |  |  |  |

Fill all the information above. Admission ID must be filled in BLOCK LETTER.  
 Điền đầy đủ thông tin, trong đó mỗi ô của số báo danh điền đúng 1 chữ cái hoặc 1 chữ số.

| Logical Thinking     |     |                  | Number Theory    |     |                  | Combinatorics    |     |                  |
|----------------------|-----|------------------|------------------|-----|------------------|------------------|-----|------------------|
| <small>4</small>     | 1)  | <small>4</small> | <small>4</small> | 11) | <small>4</small> | <small>4</small> | 21) | <small>4</small> |
| <small>4</small>     | 2)  | <small>4</small> | <small>4</small> | 12) | <small>4</small> | <small>4</small> | 22) | <small>4</small> |
| <small>4</small>     | 3)  | <small>4</small> | <small>4</small> | 13) | <small>4</small> | <small>4</small> | 23) | <small>4</small> |
| <small>4</small>     | 4)  | <small>4</small> | <small>4</small> | 14) | <small>4</small> | <small>4</small> | 24) | <small>4</small> |
| <small>4</small>     | 5)  | <small>4</small> | <small>4</small> | 15) | <small>4</small> | <small>4</small> | 25) | <small>4</small> |
| Arithmetic / Algebra |     |                  | Geometry         |     |                  |                  |     |                  |
| <small>4</small>     | 6)  | <small>4</small> | <small>4</small> | 16) | <small>4</small> |                  |     |                  |
| <small>4</small>     | 7)  | <small>4</small> | <small>4</small> | 17) | <small>4</small> |                  |     |                  |
| <small>4</small>     | 8)  | <small>4</small> | <small>4</small> | 18) | <small>4</small> |                  |     |                  |
| <small>4</small>     | 9)  | <small>4</small> | <small>4</small> | 19) | <small>4</small> |                  |     |                  |
| <small>4</small>     | 10) | <small>4</small> | <small>4</small> | 20) | <small>4</small> |                  |     |                  |

**Proctor's Signature**

*Cán bộ coi thi kí và ghi rõ họ tên*

**Contestant's Signature**

*Thí sinh kí và ghi rõ họ tên*

## THÔNG TIN LIÊN HỆ

Đón đầu xu thế hội nhập và hợp tác quốc tế trong lĩnh vực giáo dục và đào tạo, tiếp cận cuộc cách mạng công nghiệp 4.0, đến nay Công ty Cổ phần Giáo dục FERMAT đã chứng tỏ được năng lực làm việc với các tổ chức giáo dục có uy tín trên thế giới và được tin tưởng ủy quyền triển khai, tổ chức và phối hợp tổ chức cùng các đơn vị giáo dục Việt Nam nhiều kỳ thi Olympic về Toán, Tin, Khoa học, tiếng Anh và Nghệ thuật.

Các kỳ thi tổ chức tại nhiều hội đồng thi trên khắp cả nước, với đông đảo học sinh từ mẫu giáo cho đến lớp 12 tại hàng trăm trường học tham dự.

Để biết thêm thông tin cập nhật về các kỳ thi Olympic, quý lãnh đạo, quý thầy cô, quý phụ huynh và các em học sinh vui lòng truy cập các địa chỉ dưới đây:

- Fanpage: Tổng hợp các Kỳ thi Olympic Quốc tế - Olympic Việt Nam –

<https://www.facebook.com/Olympic.FERMAT/>

- Website: <http://olympic.fermat.edu.vn/>

### Ban Tổ chức các Kỳ thi Olympic

Công ty Cổ phần Giáo dục FERMAT

1. Địa chỉ: Số 6, Lô A1, Tiểu khu Ngọc Khánh, P. Giảng Võ, TP. Hà Nội.

2. Qua email: [Olympic@fermat.edu.vn](mailto:Olympic@fermat.edu.vn)

3. Qua số điện thoại hỗ trợ: 0961 603 003 - 0917 830 455