

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
LÂM ĐỒNG NĂM HỌC 2026 - 2027**

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 05 trang)

Môn thi: TOÁN (CHUYÊN)

Thời gian làm bài: 150 phút

Ngày thi: 03/7/2026

Mã đề T01

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN (4,0 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 16. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ ghi một phương án.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) có đồ thị là đường thẳng (d). Xác định hệ số a, b để (d) đi qua hai điểm $A(1;3), B(2;4)$.

- A. $a = 1, b = 1$. B. $a = 1, b = 2$. C. $a = 2, b = 2$. D. $a = 2, b = 1$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hàm số $y = -2x^2$ có đồ thị là parabol (P) và hai điểm B, C thuộc đồ thị có cùng tung độ là -8 . Khi đó, diện tích của tam giác OBC bằng

- A. 4. B. 16. C. 12. D. 8.

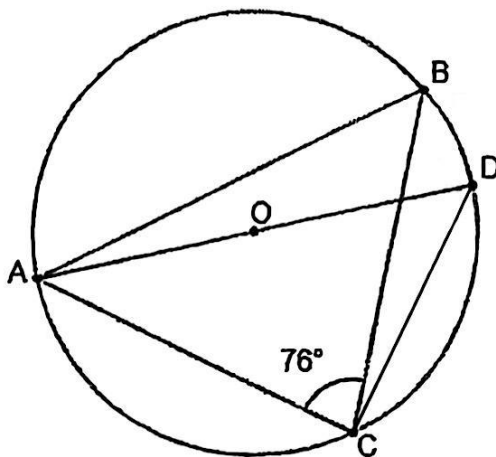
Câu 3. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $x^2 + 2(m-1)x - 1 = 0$. Giá trị của biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2$ bằng

- A. $4m^2 - 8m + 5$. B. $4m^2 - 8m + 9$.
C. $m^2 - 2m + 4$. D. $m^2 - 8m - 1$.

Câu 4. Cho $\triangle MNP$ vuông tại N . Hệ thức nào sau đây là đúng?

- A. $NP = MP \cdot \cos P$. B. $NP = MN \cdot \cos P$.
C. $NP = MN \cdot \tan P$. D. $NP = MP \cdot \cot P$.

Câu 5. Cho đường tròn (O) đường kính AD , $\widehat{ACB} = 76^\circ$ (xem hình dưới). Số đo $\widehat{BAD}$ bằng



- A. 7° . B. 21° . C. 14° . D. 28° .

Câu 6. Cho ba số thực a, b, c khác 0 thỏa mãn các hệ thức $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$; $a + b + c = abc$.

Giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ bằng

- A. $P = 2$. B. $P = 3$. C. $P = 1$. D. $P = 4$.

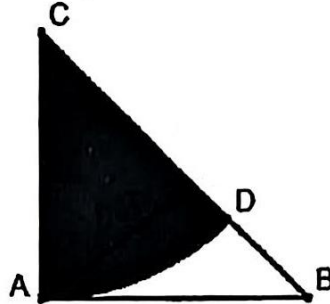
Câu 7. Giá trị của biểu thức $A = \sqrt{11 - 6\sqrt{2}} - \sqrt{2}$ bằng

- A. 3. B. $3 - 2\sqrt{2}$. C. $2 - 2\sqrt{2}$. D. $1 - 2\sqrt{2}$.

Câu 8. Biết hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = -8 \\ 3x + ay = -1 \end{cases}$ có nghiệm là $(x; y) = (1; -2)$. Giá trị của a và b lần lượt là

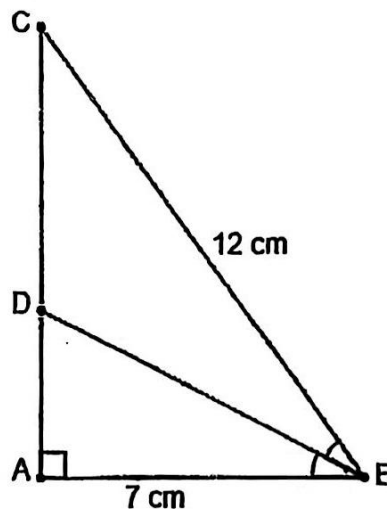
- A. $a = 2; b = 5$. B. $a = -2; b = 5$. C. $a = 2; b = -5$. D. $a = -2; b = -5$.

Câu 9. Một mảnh đất có dạng hình tam giác ABC vuông cân tại A với độ dài cạnh góc vuông là 20m. Người ta trồng hoa trên mảnh đất hình quạt (phần được tô đậm) (xem hình dưới). Diện tích phần đất trồng hoa bằng



- A. $50\pi \text{ (m}^2\text{)}$. B. $100\pi \text{ (m}^2\text{)}$. C. $22,5\pi \text{ (m}^2\text{)}$. D. $40\pi \text{ (m}^2\text{)}$.

Câu 10. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , BD là tia phân giác của $\widehat{ABC}$ (xem hình dưới). Khẳng định nào sau đây sai? (Độ dài đoạn thẳng làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất, số đo góc làm tròn đến độ).



- A. $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$. B. Số đo góc ABC xấp xỉ bằng 54° .
C. $AC = \frac{AB}{\tan C}$. D. Cạnh BD xấp xỉ bằng 7,5 cm.

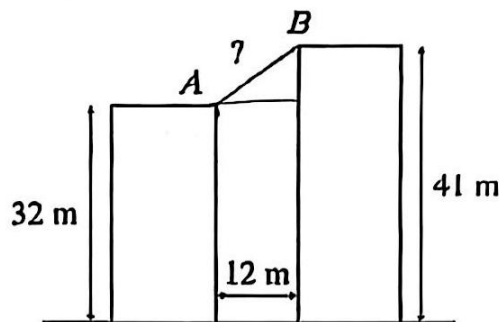
Câu 11. Cho các đường tròn $(A; 10\text{cm})$, $(B; 15\text{cm})$, $(C; 15\text{cm})$ tiếp xúc ngoài đôi một với nhau. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. 600cm^2 . B. 300cm^2 . C. 150cm^2 . D. 96cm^2 .

Câu 12. Hình cầu tâm O bán kính R có diện tích mặt cầu là $36\pi \text{ cm}^2$. Khi đó, thể tích hình cầu đã cho bằng bao nhiêu cm^3 ?

- A. 9π . B. 288π . C. 108π . D. 36π .

Câu 13. Cho hình vẽ sau, khoảng cách giữa hai điểm A và B bằng



A. 21m.

B. 15m.

C. 9m.

D. 12m.

Câu 14. Một bảng tần số về điểm kiểm tra cuối kì I môn Toán của học sinh lớp 9A như sau:

Điểm	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	7	9	6	18	7	3

Tần số tương đối của điểm kiểm tra từ 8 trở lên môn Toán cuối kì I của học sinh lớp 9A bằng

A. 56%.

B. 36%.

C. 20%.

D. 24%.

Câu 15. Cho hai tiếp tuyến MA, MB của đường tròn (O) (A, B là tiếp điểm), $\widehat{AMO} = 60^\circ$. Số đo của góc ở tâm chắn cung AB bằng

A. 30° .

B. 60° .

C. 120° .

D. 180° .

Câu 16. Trong Lễ Tổng kết năm học, ba bạn Bắc, Trung, Nam lên sân khấu xếp ngẫu nhiên thành hàng ngang để nhận thưởng học sinh xuất sắc. Xác suất để bạn Trung đứng giữa hai bạn Bắc và Nam bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{2}{3}$.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (4,0 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh ghi Đúng (Đ) hoặc Sai (S).

Câu 1. Cho hai biểu thức

$$A = \left(\frac{\sqrt{x} + 5}{x - 9} - \frac{1}{\sqrt{x} - 3} \right) : \left(1 - \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} + 3} \right) \text{ và } B = \frac{4}{\sqrt{5} - 1} - 5 + \sqrt{(3 - \sqrt{5})^2}.$$

a) Điều kiện xác định của biểu thức A là $x \geq 0$.

b) Rút gọn biểu thức B ta được $B = -1$.

c) Rút gọn biểu thức A ta được $A = \frac{2}{\sqrt{x} - 3}$.

d) Số giá trị nguyên dương của x thỏa mãn $A \cdot B < 0$ là 9.

Câu 2. Cô Hoa kinh doanh khăn len thủ công để tạo quỹ cho trẻ em mồ côi. Biết rằng chi phí cố định làm mỗi chiếc khăn len là 30 nghìn đồng. Ban đầu, cô Hoa bán mỗi chiếc khăn với giá 100 nghìn đồng thì mỗi ngày cô bán được 40 chiếc. Để tăng thêm lợi nhuận, cô quyết định giảm giá bán. Cứ mỗi lần giảm giá 5 nghìn đồng cho mỗi chiếc khăn thì mỗi ngày cô bán được thêm 4 chiếc.

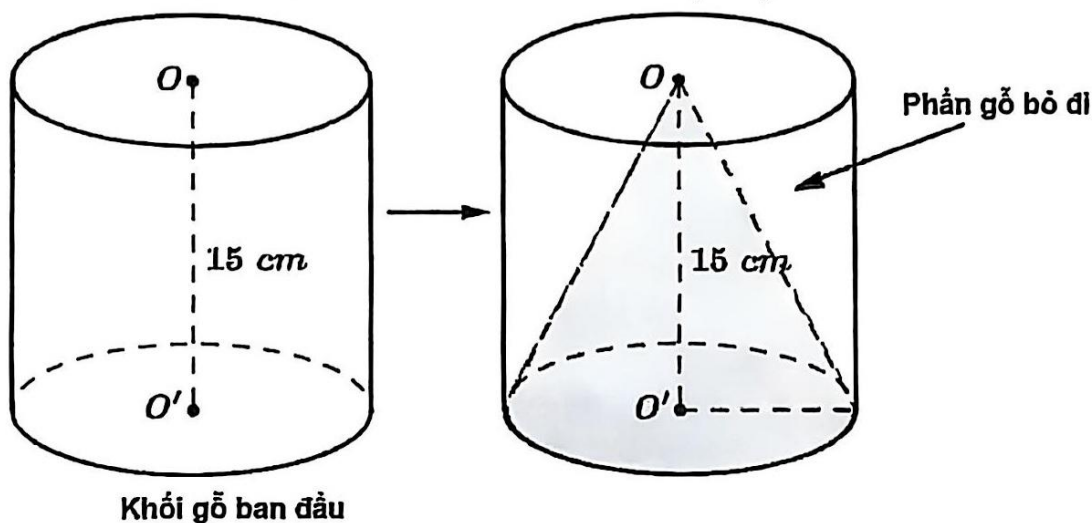
a) Sau khi giảm giá x lần ($x \in \mathbb{N}, x < 14$) thì giá bán mỗi chiếc khăn là $100 - 5x$ (nghìn đồng).

b) Số khăn cô Hoa bán được mỗi ngày sau khi giảm giá x lần ($x \in \mathbb{N}, x < 14$) là $40 + 4x$ (chiếc khăn).

c) Sau khi giảm giá x lần ($x \in \mathbb{N}, x < 14$) thì lợi nhuận thu được mỗi ngày là $f(x) = (100 - 5x)(40 + 4x)$ (nghìn đồng).

d) Để thu được lợi nhuận lớn nhất trong một ngày, cô Hoa cần bán mỗi chiếc khăn với giá là 80 (nghìn đồng).

Câu 3. Từ một khối gỗ hình trụ cao 15 cm, người ta tiện thành một khối gỗ hình nón có đỉnh trùng với tâm của một mặt đáy khối trụ gỗ ban đầu, đáy nón trùng với đáy trụ còn lại (xem hình dưới). Biết phần gỗ bỏ đi có thể tích là $640\pi (\text{cm}^3)$.



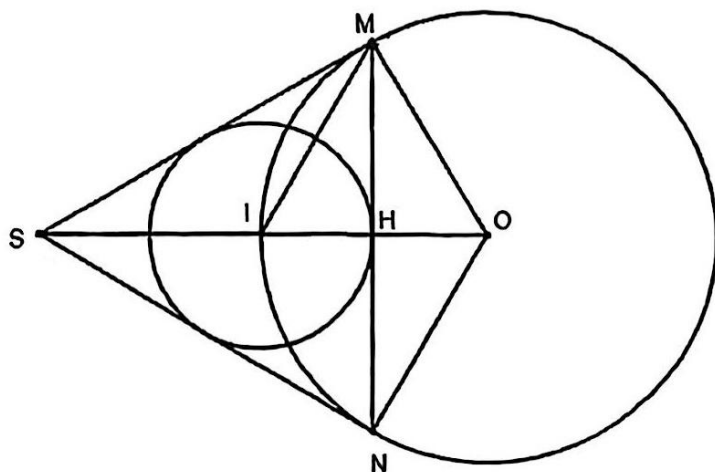
a) Thể tích của khối gỗ hình trụ ban đầu gấp hai lần thể tích của khối nón được tạo thành.

b) Thể tích của khối gỗ hình trụ ban đầu bằng $960\pi (\text{cm}^3)$.

c) Bán kính đáy của khối gỗ hình trụ bằng 8 (cm).

d) Diện tích xung quanh của hình nón bằng $135\pi (\text{cm}^2)$.

Câu 4. Từ điểm S nằm ngoài đường tròn $(O; R)$, kẻ các tiếp tuyến SM, SN đến đường tròn $(O; R)$, $SO = 2R$. Đường tròn $(I; r)$ nội tiếp tam giác SMN tiếp xúc với MN tại điểm H (Xem hình bên).



a) $\widehat{MOS} = 60^\circ$.

b) MI là tia phân giác của $\widehat{SMH}$.

c) $r = \frac{R}{2}$.

d) Diện tích của hình tròn $(I; r)$ là $\frac{\pi R^2}{2}$.

PHẦN III. TỰ LUẬN (12,0 điểm) Thí sinh trình bày lời giải từ câu 1 đến câu 5.

Câu 1. (3,0 điểm)

a) Cho phương trình $x^2 - 2mx - m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -4m$.

b) Tìm hai số a và b sao cho đa thức $f(x) = ax^3 + bx^2 + 9$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^2 - 2x - 3$.

Câu 2. (3,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3y^2 + 2 - 2y(x+1) = 4y\sqrt{x^2 - 2y + 2} & (1) \\ 3y^2 + 2xy - 2y = 2 & (2) \end{cases}$$

b) Một hộp gồm 7 tấm thẻ giống nhau được ghi các số 1;2;4;6;7;11;12. Hai bạn An và Bình lần lượt rút ngẫu nhiên (không hoàn lại) mỗi bạn một tấm thẻ từ hộp. Tính xác suất để tổng hai số trên hai tấm thẻ được rút ra là một số chia hết cho 3.

Câu 3. (3,5 điểm) Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) , các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H .

a) Chứng minh tứ giác $AFDC$ nội tiếp đường tròn. Xác định tâm của đường tròn đó.

b) Gọi I là trung điểm của AH , J là giao điểm của EF và AD . Chứng minh $\frac{DI}{DF} = \frac{DF \cdot JE}{DJ \cdot JF}$.

c) Gọi P là giao điểm của hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) . Chứng minh AP đi qua trung điểm của đoạn thẳng EF .

Câu 4. (1,5 điểm)

a) Chứng minh $3a^2 + 4b^2 - 2a + 3 \geq 4ab + 4b$ với mọi $a, b \in \mathbb{R}$.

b) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau

$$P = \frac{1}{2\sqrt{a^2 + 2b^2 + 1}} + \frac{1}{2\sqrt{b^2 + 2c^2 + 1}} + \frac{1}{2\sqrt{c^2 + 2a^2 + 1}}.$$

Câu 5. (1,0 điểm) Cho tập hợp A gồm 91 phân tử là các số nguyên khác nhau thỏa mãn tổng của 46 phân tử bất kỳ lớn hơn tổng của 45 phân tử còn lại. Biết các số 2026 và 2027 thuộc tập A . Tìm tất cả các phân tử của tập hợp A .

----- Hết -----

CHUYÊN TOÁN LÂM ĐỒNG - 2026

TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN

Bài tập 1 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 1 - Phần 1)

Cho các đường tròn $(A; 10\text{cm})$, $(B; 15\text{cm})$, $(C; 15\text{cm})$ tiếp xúc ngoài đôi một với nhau. Diện tích tam giác ABC bằng

- ① 600cm^2 .
- ② 150cm^2 .
- ③ 300cm^2 .
- ④ 96cm^2 .

 Lời giải.

Vì ba đường tròn tiếp xúc ngoài đôi một nên

$$AB = 10 + 15 = 25, \quad AC = 10 + 15 = 25, \quad BC = 15 + 15 = 30.$$

Tam giác ABC cân tại A . Gọi H là trung điểm của BC , ta có $BH = 15$. Khi đó

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20.$$

$$\text{Suy ra } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 20 = 300.$$

Bài tập 2 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 2 - Phần 1)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hàm số $y = -2x^2$ có đồ thị là parabol (P) và hai điểm B, C thuộc đồ thị có cùng tung độ là -8 . Khi đó, diện tích của tam giác OBC bằng

- ① 12.
- ② 8.
- ③ 4.
- ④ 16.

 Lời giải.

Vì B, C thuộc parabol $y = -2x^2$ và có cùng tung độ -8 nên

$$-2x^2 = -8 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2.$$

Do đó $B(-2; -8)$, $C(2; -8)$. Suy ra $BC = 4$ và khoảng cách từ O đến đường thẳng BC là 8. Vậy

$$S_{OBC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 = 16.$$

Bài tập 3 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 3 - Phần 1)

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 7\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$, BD là tia phân giác của $\widehat{ABC}$. Khẳng định nào sau đây **sai**? (Độ dài đoạn thẳng làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất, số đo góc làm tròn đến độ).

- ① $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$.
- ② Số đo góc ABC xấp xỉ bằng 54° .
- ③ Cạnh BD xấp xỉ bằng $7,5\text{cm}$.
- ④ $AC = \frac{AB}{\tan C}$.

Lời giải.

Tam giác ABC vuông tại A , có $AB = 7$, $BC = 12$.

Ta có $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{7}{12}$ nên khẳng định ① đúng.

Từ $\cos \widehat{ABC} = \frac{7}{12}$, suy ra $\widehat{ABC} \approx 54^\circ$, nên khẳng định ② đúng.

Ta có $\tan C = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AC = \frac{AB}{\tan C}$ nên khẳng định ④ đúng.

Trong tam giác vuông ABD vuông tại A :

$$\cos \widehat{ABD} = \frac{AB}{BD} \Rightarrow BD = \frac{AB}{\cos \widehat{ABD}} \approx \frac{7}{\cos 27^\circ} \approx \frac{7}{0,891} \approx 7,86 \text{ cm} \approx 7,9 \text{ cm}.$$

Vì vậy khẳng định ③ là sai.

Bài tập 4 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 4 - Phần 1)

Hình cầu tâm O bán kính R có diện tích mặt cầu là $36\pi \text{ cm}^2$. Khi đó, thể tích hình cầu đó bằng bao nhiêu cm^3 ?

- ① 36π .
- ② 288π .
- ③ 108π .
- ④ 9π .

Lời giải.

Diện tích mặt cầu là $4\pi R^2 = 36\pi \Rightarrow R^2 = 9 \Rightarrow R = 3$.

Thể tích hình cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = 36\pi$.

Bài tập 5 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 5 - Phần 1)

Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $x^2 + 2(m-1)x - 1 = 0$. Giá trị của biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2$ bằng

- ① $4m^2 - 8m + 5$.
- ② $m^2 - 8m - 1$.
- ③ $m^2 - 2m + 4$.
- ④ $4m^2 - 8m + 9$.

 Lời giải.

Theo Viete ta có $x_1 + x_2 = -2(m-1)$ và $x_1x_2 = -1$, do đó

$$T = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 3x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 5x_1x_2 = 4m^2 - 8m + 9$$

Bài tập 6 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 6 - Phần 1)

Cho $\triangle MNP$ vuông tại N . Hệ thức nào sau đây là đúng?

- ① $NP = MN \cdot \tan P$.
- ② $NP = MP \cdot \cot P$.
- ③ $NP = MP \cdot \cos P$.
- ④ $NP = MN \cdot \cos P$.

 Lời giải.

Ta có $\cos P = \frac{NP}{MP}$, suy ra $NP = MP \cdot \cos P$.

Bài tập 7 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 7 - Phần 1)

Cho ba số thực a, b, c khác 0 thỏa mãn các hệ thức $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$; $a + b + c = abc$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ bằng

- ① $P = 1$.
- ② $P = 2$.
- ③ $P = 3$.
- ④ $P = 4$.

 Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2 &= \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + 2\left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}\right) \\ \Rightarrow P &= \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2 - 2\left(\frac{a+b+c}{abc}\right) = 2^2 - 2 \cdot 1 = 2. \end{aligned}$$

Bài tập 8 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 8 - Phần 1)

Biết hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = -8, \\ 3x + ay = -1 \end{cases}$ có nghiệm là $(x; y) = (1; -2)$. Giá trị của a và b lần lượt là

- ① $a = 2; b = -5$.
- ② $a = -2; b = 5$.
- ③ $a = 2; b = 5$.
- ④ $a = -2; b = -5$.

Lời giải.

Thay nghiệm $(x; y) = (1; -2)$ vào hệ phương trình, ta có:

$$\begin{cases} a(1) + b(-2) = -8 \\ 3(1) + a(-2) = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - 2b = -8 \\ 3 - 2a = -1 \end{cases}$$

Từ đây suy ra $a = 2$ và $b = 5$.

Bài tập 9 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 9 - Phần 1)

Cho đường tròn (O) đường kính AD , $\widehat{ACB} = 76^\circ$. Số đo $\widehat{BAD}$ bằng

- ① 21° .
- ② 7° .
- ③ 28° .
- ④ 14° .

Lời giải.

Ta có $\widehat{BAD} = 90^\circ - \widehat{ADB} = 90^\circ - \widehat{ACB} = 14^\circ$.

Bài tập 10 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 10 - Phần 1)

Giá trị của biểu thức $A = \sqrt{11 - 6\sqrt{2}} - \sqrt{2}$ bằng

- ① $2 - 2\sqrt{2}$.
- ② $3 - 2\sqrt{2}$.
- ③ 3 .
- ④ $1 - 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $A = |3 - \sqrt{2}| - \sqrt{2} = 3 - 2\sqrt{2}$.

Bài tập 11 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 11 - Phần 1)

Trong Lễ Tổng kết năm học, ba bạn Bắc, Trung, Nam lên sân khấu xếp ngẫu nhiên thành hàng ngang để nhận thưởng học sinh xuất sắc. Xác suất để bạn Trung đứng giữa hai bạn Bắc và Nam bằng

- ① $\frac{2}{3}$.
- ② $\frac{1}{4}$.
- ③ $\frac{1}{6}$.
- ④ $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ba bạn có $3! = 6$ cách xếp thành hàng ngang. Trung đứng giữa Bắc và Nam có 2 cách:

Bắc - Trung - Nam, Nam - Trung - Bắc.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Bài tập 12 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 12 - Phần 1)

Một bảng tần số về điểm kiểm tra cuối kì I môn Toán của học sinh lớp 9A như sau:

Điểm	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	7	9	6	18	7	3

Tần số tương đối của điểm kiểm tra từ 8 trở lên môn Toán cuối kì I của học sinh lớp 9A bằng

- ① 36%.
- ② 56%.
- ③ 20%.
- ④ 24%.

Lời giải.

Tổng số học sinh là $7 + 9 + 6 + 18 + 7 + 3 = 50$.

Số học sinh có điểm từ 8 trở lên là $18 + 7 + 3 = 28$.

Vậy tần số tương đối là $\frac{28}{50} = 56\%$.

Bài tập 13 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 13 - Phần 1)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) có đồ thị là đường thẳng (d). Xác định hệ số a, b để (d) đi qua hai điểm $A(1; 3), B(2; 4)$.

- ① $a = 1; b = 1.$
- ② $a = 2; b = 2.$
- ③ $a = 2; b = 1.$
- ④ $a = 1; b = 2.$

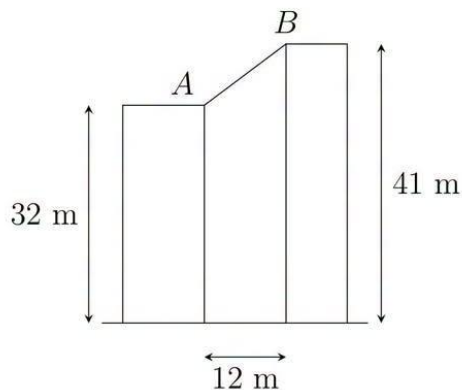
Lời giải.

Đường thẳng $y = ax + b$ đi qua $A(1; 3)$ và $B(2; 4)$ nên $\begin{cases} a + b = 3, \\ 2a + b = 4. \end{cases}$

Từ đây ta suy ra $a = 1$ và $b = 2$.

Bài tập 14 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 14 - Phần 1)

Cho hình vẽ sau, khoảng cách giữa hai điểm A và B bằng



- ① 21 m.
- ② 9 m.
- ③ 15 m.
- ④ 12 m.

Lời giải.

Từ hình vẽ, độ chênh lệch độ cao giữa A và B là $41 - 32 = 9$ m.

Khoảng cách theo phương ngang là 12 m. Do đó

$$AB = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{144 + 81} = 15 \text{ m.}$$

Bài tập 15 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 15 - Phần 1)

Cho hai tiếp tuyến MA, MB của đường tròn (O) (A, B là tiếp điểm), $\widehat{AMO} = 60^\circ$. Số đo của góc ở tâm chắn cung AB bằng

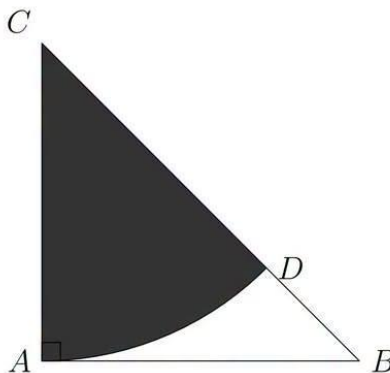
- ① 30° .
- ② 180° .
- ③ 120° .
- ④ 60° .

Lời giải.

Ta có $\widehat{AMB} = 120^\circ$, nên $\widehat{AOB} = 360^\circ - 120^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 60^\circ$.

Bài tập 16 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 16 - Phần 1)

Một mảnh đất có dạng hình tam giác ABC vuông cân tại A với độ dài cạnh góc vuông là 20 m. Người ta trồng hoa trên mảnh đất hình quạt (phần được tô đậm) (xem hình dưới). Diện tích phần đất trồng hoa bằng



- ① $50\pi \text{ m}^2$.
- ② $22,5\pi \text{ m}^2$.
- ③ $100\pi \text{ m}^2$.
- ④ $40\pi \text{ m}^2$.

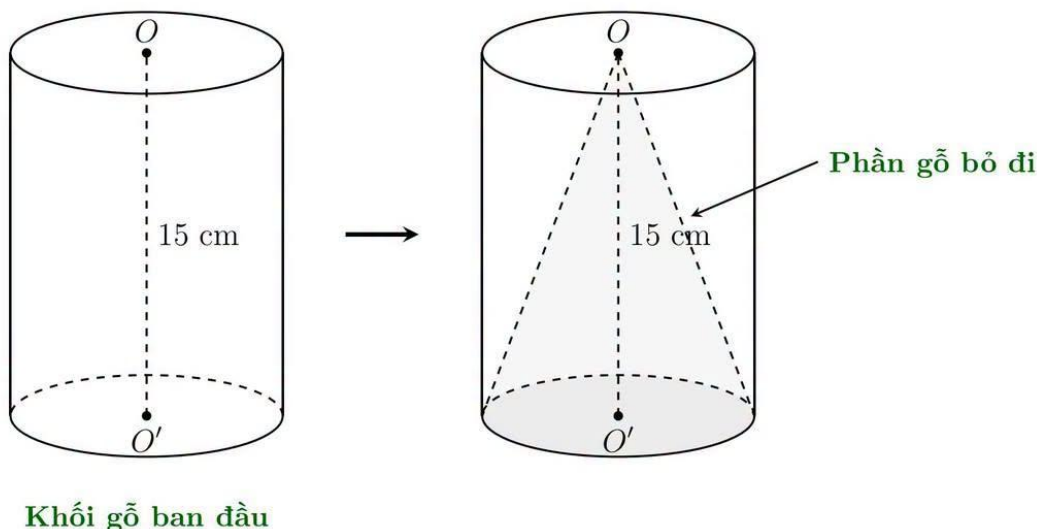
Lời giải.

Ta có $AB = AC = 20\text{m}$. Phần tô đậm là hình quạt tâm C , bán kính $CA = 20 \text{ m}$.

Diện tích hình quạt là $S = \frac{45}{360} \cdot \pi \cdot 20^2 = 50\pi \text{ m}^2$.

Bài tập 17 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 1 - Phần 2)

Từ một khối gỗ hình trụ cao 15 cm, người ta tiện thành một khối gỗ hình nón có đỉnh trùng với tâm của một mặt đáy khối trụ ban đầu, đáy nón trùng với đáy trụ còn lại (xem hình dưới). Biết phần gỗ bỏ đi có thể tích là $640\pi \text{ cm}^3$.



Khối gỗ ban đầu

- ① Thể tích của khối gỗ hình trụ ban đầu gấp hai lần thể tích của khối nón được tạo thành.
- ② Thể tích của khối gỗ hình trụ ban đầu bằng $960\pi \text{ cm}^3$.
- ③ Bán kính đáy của khối gỗ hình trụ bằng 8 cm.
- ④ Diện tích xung quanh của hình nón bằng $135\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Gọi $r > 0$ (cm) là bán kính đáy chung của khối trụ ban đầu và khối nón được tạo thành. Chiều cao của khối trụ và khối nón là $h = 15$ cm.

- ◇ Thể tích của khối gỗ hình trụ ban đầu là: $V_{\text{trụ}} = \pi r^2 h = 15\pi r^2 \text{ (cm}^3\text{)}.$
- ◇ Thể tích của khối nón tạo thành là: $V_{\text{nón}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 5\pi r^2 \text{ (cm}^3\text{)}.$
- ◇ Thể tích của phần gỗ bỏ đi là: $V_{\text{bỏ đi}} = V_{\text{trụ}} - V_{\text{nón}} = \frac{2}{3}\pi r^2 h = 10\pi r^2 \text{ (cm}^3\text{)}.$

Theo đề bài, phần gỗ bỏ đi có thể tích là $640\pi \text{ cm}^3$, nên ta có:

$$10\pi r^2 = 640\pi \iff r^2 = 64 \implies r = 8 \text{ cm.}$$

Xét các mệnh đề:

- ① **Sai:** Thể tích khối trụ ban đầu gấp 3 lần thể tích khối nón được tạo thành.
- ② **Đúng:** Thể tích của khối gỗ hình trụ ban đầu bằng:

$$V_{\text{trụ}} = 15\pi \cdot r^2 = 15\pi \cdot 8^2 = 960\pi \text{ cm}^3.$$

③ **Đúng:** Bán kính đáy của khối trụ bằng $r = 8$ cm.

④ **Sai:** Đường sinh l của hình nón là: $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$ cm.

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 8 \cdot 17 = 136\pi \text{ cm}^2$.

Bài tập 18 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 2 - Phần 2)

Cho hai biểu thức

$$A = \left(\frac{\sqrt{x} + 5}{x - 9} - \frac{1}{\sqrt{x} - 3} \right) : \left(1 - \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} + 3} \right) \quad \text{và} \quad B = \frac{4}{\sqrt{5} - 1} - 5 + \sqrt{(3 - \sqrt{5})^2}$$

① Rút gọn biểu thức B ta được $B = -1$.

② Điều kiện xác định của biểu thức A là $x \geq 0$.

③ Rút gọn biểu thức A ta được $A = \frac{2}{\sqrt{x} - 3}$.

④ Số giá trị nguyên dương của x thỏa mãn $A \cdot B < 0$ là 9.

Lời giải.

① **Đúng:** Ta có $B = \sqrt{5} + 1 - 5 + |3 - \sqrt{5}| = -1$.

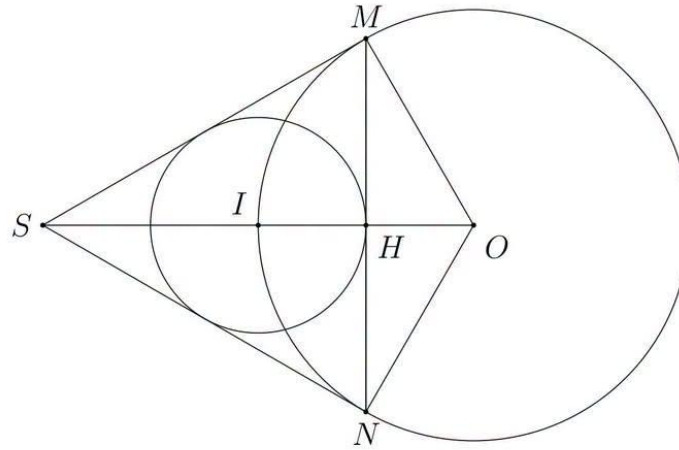
② **Sai:** Điều kiện xác định $x \geq 0$ và $x \neq 9$.

③ **Sai:** $A = \frac{2}{x - 9} : \frac{-1}{\sqrt{x} + 3} = \frac{-2}{\sqrt{x} - 3}$.

④ **Sai:** $AB < 0$ thì $\frac{2}{\sqrt{x} - 3} < 0$ hay $x < 9$, kết hợp điều kiện xác định có $0 \leq x < 9$ nên có 8 giá trị nguyên dương.

Bài tập 19 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 3 - Phần 2)

Từ điểm S nằm ngoài đường tròn $(O; R)$, kẻ các tiếp tuyến SM, SN đến đường tròn $(O; R)$, $SO = 2R$. Đường tròn $(I; r)$ nội tiếp tam giác SMN tiếp xúc với MN tại điểm H .



- ① MI là tia phân giác của $\widehat{SMH}$.
- ② $\widehat{MOS} = 60^\circ$.
- ③ $r = \frac{R}{2}$.
- ④ Diện tích của hình tròn $(I; r)$ là $\frac{\pi R^2}{2}$.

Lời giải.

- ① **Đúng:** I là tâm nội tam giác SMN nên MI là phân giác của $\widehat{SMH}$.
- ② **Đúng:** $\sin \widehat{MSO} = \frac{OM}{SO} = \frac{1}{2}$ nên $\widehat{MSO} = 30^\circ$ nên $\widehat{MOS} = 60^\circ$.
- ③ **Đúng:** Ta có $SM = \sqrt{SO^2 - OM^2} = R\sqrt{3}$.

$$SH \text{ là đường cao của tam giác đều } SMN \text{ nên } SH = \frac{SM\sqrt{3}}{2} = \frac{3R}{2}.$$

$$\text{Do đó, kết hợp với việc tam giác } SMN \text{ nên } r = \frac{1}{3}SH = \frac{R}{2}.$$

- ④ **Sai:** Ta có $S_{(I)} = \pi r^2 = \frac{\pi R^2}{4}$.

Bài tập 20 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 4 - Phần 2)

Cô Hoa kinh doanh khăn len thủ công để tạo quỹ cho trẻ em mồ côi. Biết rằng chi phí cố định làm mỗi chiếc khăn len là 30 nghìn đồng. Ban đầu, cô Hoa bán mỗi chiếc khăn với giá 100 nghìn đồng thì mỗi ngày cô bán được 40 chiếc. Để tăng thêm lợi nhuận, cô quyết định giảm giá bán. Cứ mỗi lần giảm giá 5 nghìn đồng cho mỗi chiếc khăn thì mỗi ngày cô bán được thêm 4 chiếc.

- ① Số khăn cô Hoa bán được mỗi ngày sau khi giảm giá x lần ($x \in \mathbb{N}, x < 14$) là $40 + 4x$ (chiếc khăn).
- ② Sau khi giảm giá x lần ($x \in \mathbb{N}, x < 14$) thì giá bán mỗi chiếc khăn là $100 - 5x$ (nghìn đồng).
- ③ Sau khi giảm giá x lần ($x \in \mathbb{N}, x < 14$) thì lợi nhuận thu được mỗi ngày là $f(x) = (100 - 5x)(40 + 4x)$ (nghìn đồng).
- ④ Để thu được lợi nhuận lớn nhất trong một ngày, cô Hoa cần bán mỗi chiếc khăn với giá là 80 (nghìn đồng).

 Lời giải.

Sau khi giảm giá x lần, số khăn cô Hoa bán được mỗi ngày là $40 + 4x$.

Giá bán mỗi chiếc khăn là $100 - 5x$ nghìn đồng.

Vì chi phí cố định làm mỗi chiếc khăn là 30 nghìn đồng nên lợi nhuận trên mỗi chiếc khăn là $(100 - 5x) - 30 = 70 - 5x$ nghìn đồng.

Vậy lợi nhuận thu được mỗi ngày là

$$f(x) = (70 - 5x)(40 + 4x) = -20(x - 2)^2 + 2880$$

Suy ra $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 2$.

Khi đó giá bán mỗi chiếc khăn là $100 - 5 \cdot 2 = 90$ nghìn đồng.

Xét các mệnh đề:

- ① **Đúng.**
- ② **Đúng.**
- ③ **Sai:** Biểu thức $(100 - 5x)(40 + 4x)$ là doanh thu, chưa phải lợi nhuận.
- ④ **Sai:** Giá bán để lợi nhuận lớn nhất là 90 nghìn đồng.

Bài tập 21 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 1 - Phần 3)

- ① Cho phương trình $x^2 - 2mx - m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -4m$.
- ② Tìm hai số a và b sao cho đa thức $f(x) = ax^3 + bx^2 + 9$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^2 - 2x - 3$.

Lời giải.

- ① Ta có $\Delta = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Theo Viète ta có $x_1 + x_2 = 2m$ và $x_1x_2 = -m - 1$.

Ta cần $x_1x_2 \neq 0$ hay $m \neq -1$.

Khi đó $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -4m$ hay $\frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1x_2} = -4m$.

Thay vào ta có $\frac{(2m)^2 - 2(-m - 1)}{-m - 1} = -4m$ hay $2m = 2$ hay $m = 1$, thỏa mãn.

Vậy $m = 1$ là giá trị duy nhất thỏa mãn yêu cầu đề bài.

- ② Để ý $g(x) = (x - 3)(x + 1)$, do đó $f(3) = f(-1) = 0$.

Từ đây suy ra $27a + 9b + 9 = 0$ và $-a + b + 9 = 0$ hay $a = 2, b = -7$.

Bài tập 22 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 2 - Phần 3)

- ① Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3y^2 + 2 - 2y(x + 1) = 4y\sqrt{x^2 - 2y + 2} & (1) \\ 3y^2 + 2xy - 2y = 2 & (2) \end{cases}$$

- ② Một hộp gồm 7 tấm thẻ giống nhau được ghi các số 1; 2; 4; 6; 7; 11; 12. Hai bạn An và Bình lần lượt rút ngẫu nhiên (không hoàn lại) mỗi bạn một tấm thẻ từ hộp. Tính xác suất để tổng hai số trên hai tấm thẻ được rút ra là một số chia hết cho 3.

Lời giải.

- ① Điều kiện xác định: $x^2 - 2y + 2 \geq 0$.

Ta có $2 = 3y^2 + 2xy - 2y$, do đó

$$3y^2 + (3y^2 + 2xy - 2y) - 2y(x + 1) = 4y\sqrt{x^2 - 2y + 2}$$

$$\Leftrightarrow 6y^2 + 2xy - 2y - 2xy - 2y = 4y\sqrt{x^2 - 2y + 2}$$

$$\Leftrightarrow 6y^2 - 4y = 4y\sqrt{x^2 - 2y + 2}. \quad (3)$$

◇ Nếu $y = 0$, thế vào phương trình (2) ta được $0 = 2$ (vô lý). Do đó $y \neq 0$.

◇ Với $y \neq 0$, chia cả hai vế của phương trình (3) cho $2y$ ta được:

$$3y - 2 = 2\sqrt{x^2 - 2y + 2}.$$

Điều kiện để phương trình này có nghiệm là: $3y - 2 \geq 0 \iff y \geq \frac{2}{3}$.

Bình phương hai vế ta thu được:

$$(3y - 2)^2 = 4(x^2 - 2y + 2) \iff 9y^2 - 4y - 4 = 4x^2. \quad (4)$$

Mặt khác, từ phương trình (2), ta cũng có:

$$2xy = 2 + 2y - 3y^2 \implies 4x^2y^2 = (3y^2 - 2y - 2)^2. \quad (5)$$

Nhân cả hai vế của phương trình (4) với y^2 rồi kết hợp với (5), ta có:

$$y^2(9y^2 - 4y - 4) = (3y^2 - 2y - 2)^2$$

$$\iff 8y^3 + 4y^2 - 8y - 4 = 0 \iff 4(2y + 1)(y^2 - 1) = 0$$

Kết hợp $y \geq \frac{2}{3}$, ta có $y = 1$, từ đó $x = \frac{1}{2}$.

Thử lại thấy được nghiệm duy nhất của hệ là $x = \frac{1}{2}$ và $y = 1$.

② Tập hợp các thẻ ban đầu là $S = \{1; 2; 4; 6; 7; 11; 12\}$. Số phần tử của tập hợp này là 7.

An và Bình lần lượt rút ngẫu nhiên không hoàn lại mỗi người một tấm thẻ. Số phần tử của không gian mẫu Ω là: $n(\Omega) = 7 \times 6 = 42$.

Để ý có 3 thẻ chia 3 dư 1, 2 thẻ chia 3 dư 2, 2 thẻ chia hết cho 3.

Tổng hai số chia hết cho 3 khi hai số chia 3 có số dư là $(0, 0)$ hoặc $(1, 2)$.

◇ **Trường hợp 1:** Cả hai bạn đều rút được thẻ chia hết cho 3.

Số cách rút có thứ tự là: $2 \times 1 = 2$ cách.

◇ **Trường hợp 2:** Một bạn rút được thẻ dư 1 và bạn còn lại rút được thẻ dư 2.

☆ An rút được thẻ dư 1, Bình rút được thẻ dư 2: có $3 \times 2 = 6$ cách.

☆ An rút được thẻ dư 2, Bình rút được thẻ dư 1: có $2 \times 3 = 6$ cách.

Số cách rút trong trường hợp này là: $6 + 6 = 12$ cách.

Vì thế số kết quả thuận lợi là $2 + 12 = 14$ cách.

Do đó xác suất cần tính bằng $\frac{14}{42} = \frac{1}{3}$.

Bài tập 23 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 3 - Phần 3)

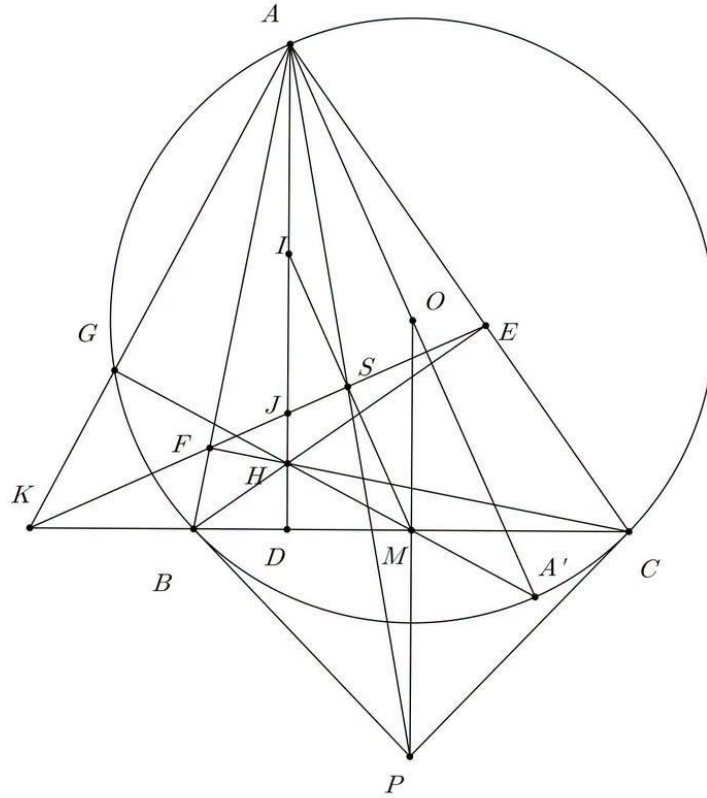
Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) , các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H .

① Chứng minh tứ giác $AFDC$ nội tiếp đường tròn. Xác định tâm của đường tròn đó.

② Gọi I là trung điểm của AH , J là giao điểm của EF và AD . Chứng minh

$$\frac{DI}{DF} = \frac{DF \cdot JE}{DJ \cdot JF}.$$

③ Gọi P là giao điểm của hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) . Chứng minh AP đi qua trung điểm của đoạn thẳng EF .



Lời giải.

① Ta có: $AFDC$ nội tiếp đường tròn đường kính AC .

② Ta có: $FHDB, HECD$ nội tiếp suy ra: $\widehat{FDH} = \widehat{HDE}$ suy ra: DJ là phân giác góc FDE .

Ta có: $\frac{JE}{JF} = \frac{DE}{DF}$ suy ra: $\frac{DF \cdot JE}{DJ \cdot JF} = \frac{DE}{DJ}$.

Vậy ta cần chỉ ra rằng: $DJ \cdot DI = DE \cdot DF$.

Thật vậy, ta có: $\triangle HDF \sim \triangle EDA$ (g.g) suy ra: $DH \cdot DA = DE \cdot DF$.

Ta cần chỉ ra rằng: $DI \cdot DJ = DH \cdot DA$ (*).

Gọi EF cắt BC tại K . AK cắt lại (O) tại G .

Ta có: $KG \cdot KA = KB \cdot KC = KE \cdot KF$ suy ra: $AEFG$ nội tiếp suy ra: $\widehat{HGA} = 90^\circ$.

Kẻ đường kính AA' của (O) .

Ta dễ thấy rằng: $BHCA'$ là hình bình hành suy ra: H, M, A' thẳng hàng suy ra: H, G, M, A' thẳng hàng. Do đó: H là trực tâm AKM .

Lại có: IM là trung trực EF suy ra: J là trực tâm IKM .

Suy ra: $DJ.DI = DK.DM = DH.DA$.

Vậy (*) được chứng minh hay là thu được điều cần chứng minh.

③ Gọi S là trung điểm EF .

Ta có tam giác AFS đồng dạng tam giác ACM (c.g.c) suy ra: $\widehat{SAB} = \widehat{MAC}$.

Ta có: $OM.OP = OB^2 = OA^2$ suy ra: $\triangle OMA \sim \triangle OAP$ (c.g.c).

Vì thế $\widehat{OAM} = \widehat{OPA} = \widehat{DAP}$ suy ra $\widehat{MAC} = \widehat{PAB}$.

Vậy ta thu được: A, P, S thẳng hàng hay điều phải chứng minh.

Bài tập 24 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 4 - Phần 3)

- ① Chứng minh $3a^2 + 4b^2 - 2a + 3 \geq 4ab + 4b$ với mọi $a, b \in \mathbb{R}$.
- ② Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau

$$P = \frac{1}{2\sqrt{a^2 + 2b^2 + 1}} + \frac{1}{2\sqrt{b^2 + 2c^2 + 1}} + \frac{1}{2\sqrt{c^2 + 2a^2 + 1}}.$$

Lời giải.

- ① Biến đổi tương đương bất đẳng thức cần chứng minh:

$$\begin{aligned} & 3a^2 + 4b^2 - 2a + 3 \geq 4ab + 4b \\ \Leftrightarrow & 4b^2 - 4b(a+1) + 3a^2 - 2a + 3 \geq 0 \\ \Leftrightarrow & [4b^2 - 4b(a+1) + (a+1)^2] - (a+1)^2 + 3a^2 - 2a + 3 \geq 0 \\ \Leftrightarrow & (2b - a - 1)^2 - (a^2 + 2a + 1) + 3a^2 - 2a + 3 \geq 0 \\ \Leftrightarrow & (2b - a - 1)^2 + 2a^2 - 4a + 2 \geq 0 \\ \Leftrightarrow & (2b - a - 1)^2 + 2(a-1)^2 \geq 0. \end{aligned}$$

Bất đẳng thức cuối cùng luôn đúng nên ta có điều phải chứng minh.

- ② Ta có $3a^2 + 4b^2 - 2a + 3 \geq 4ab + 4b$ nên $4(a^2 + 2b^2 + 1) \geq a^2 + 4ab + 4b^2 + 2a + 4b + 1$.

Do đó $4(a^2 + 2b^2 + 1) \geq (a + 2b + 1)^2$.

$$\text{Vì thế } \frac{1}{2\sqrt{a^2 + 2b^2 + 1}} \leq \frac{1}{a + 2b + 1} = \frac{1}{a + b + b + 1} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + 1 \right).$$

$$\text{Tương tự cộng lại ta có } P \leq \frac{1}{16} \left(\frac{3}{a} + \frac{3}{b} + \frac{3}{c} + 3 \right) \leq \frac{3}{4}.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$.

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $\frac{3}{4}$.

Bài tập 25 (Lim Olympic - Lâm Đồng - Câu 5 - Phần 3)

Cho tập hợp A gồm 91 phần tử là các số nguyên khác nhau thỏa mãn tổng của 46 phần tử bất kỳ lớn hơn tổng của 45 phần tử còn lại. Biết các số 2026 và 2027 thuộc tập A . Tìm tất cả các phần tử của tập hợp A .

Lời giải.

Giả sử các phần tử của tập A được sắp xếp theo thứ tự tăng dần là:

$$a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{91} \quad (a_i \in \mathbb{Z}).$$

Từ đề bài ta có bất đẳng thức:

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{46} > a_{47} + a_{48} + \dots + a_{91}$$

$$\Leftrightarrow a_1 > (a_{47} - a_2) + (a_{48} - a_3) + \dots + (a_{91} - a_{46}). \quad (*)$$

Vì các phần tử a_i đều là các số nguyên khác nhau nên với mọi $i \in \{2; 3; \dots; 46\}$, ta có:

$$a_{i+45} - a_i \geq 45.$$

Từ đây thay vào bất đẳng thức $(*)$ ta có được:

$$a_1 > (a_{47} - a_2) + (a_{48} - a_3) + \dots + (a_{91} - a_{46}) \geq 45 \times 45 = 2025.$$

Vì thế $a_1 \geq 2026$, nên $2026 \leq a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{91}$.

Vì 2026 và 2027 thuộc A nên $a_1 = 2026$ và $a_2 = 2027$.

Để $a_1 = 2026$, dấu bằng trong đánh giá trên đều phải xảy ra, từ đó có được:

$$a_{i+1} - a_i = 1 \quad \forall i \in \{1; 2; \dots; 90\}.$$

Như vậy, các phần tử của tập hợp A là 91 số nguyên liên tiếp bắt đầu từ 2026:

$$A = \{2026; 2027; 2028; \dots; 2116\}.$$

Thử lại suy ra tất cả tập hợp cần tìm là $A = \{2026; 2027; 2028; \dots; 2116\}$.