

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN HÀ NỘI



TOÁN NÂNG CAO LỚP 5

TỔNG HỢP 12 CHUYÊN ĐỀ

Bồi dưỡng tư duy – Rèn luyện kỹ năng
Nâng cao kiến thức – Tự tin chinh phục!



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot AH$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$



BIÊN SOẠN: NGUYỄN QUỐC BẢO



Chủ website: tailieumontoan.com



Điện thoại liên hệ, góp ý: 0393732038



HỆ THỐNG BÀI TẬP PHONG PHÚ
ĐA DẠNG DẠNG TOÁN
NÂNG CAO TƯ DUY
BẮM SÁT CHƯƠNG TRÌNH MỚI



HÀ NỘI



TOÁN NÂNG CAO LỚP 5

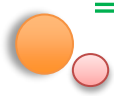
TỔNG HỢP 12 CHUYÊN ĐỀ

Lý thuyết trọng tâm — Ví dụ minh họa có lời giải — Bài tập tự luyện — Lời giải chi tiết



MỤC LỤC

CHUYÊN ĐỀ: CÁC BÀI TOÁN VỀ DÃY SỐ.....	8
Dạng 1: Tìm quy luật của dãy số.....	8
Bài tập áp dụng.....	11
Lời giải chi tiết.....	11
Dạng 2: Xác định số a có thuộc dãy số đã cho hay không?	12
Bài tập áp dụng:	14
Lời giải chi tiết.....	14
Dạng 3: Tìm số số hạng của dãy số	15
Bài tập áp dụng.....	17
Lời giải chi tiết.....	17
Dạng 4: Tính tổng dãy số cách đều	17
Bài tập áp dụng.....	18
Lời giải chi tiết.....	18
Dạng 5: Bài toán đánh số trang sách, dãy chữ.....	19
Bài tập áp dụng:	20
Lời giải chi tiết:	20
BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	22
CHUYÊN ĐỀ: BÀI TOÁN PHÂN TÍCH CẤU TẠO SỐ	30
Dạng 1: Viết thêm một số chữ số vào bên phải, bên trái hoặc xen giữa các chữ số của một số tự nhiên	30
Bài tập áp dụng:	32
Dạng 2: Xóa đi một số chữ số của một số tự nhiên.....	33
Bài tập áp dụng:	34
Dạng 3: Các bài toán về số tự nhiên và tổng, hiệu, tích các chữ số của nó.....	36
Bài tập áp dụng:	37
BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	38
CHUYÊN ĐỀ: BÀI TOÁN VỀ CHỮ SỐ TẬN CÙNG	50
Phương pháp giải	50
BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	53
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT.....	54





CHUYÊN ĐỀ: PHÉP CHIA HẾT, PHÉP CHIA CÓ DƯ.....	60
Dạng 1: Vận dụng dấu hiệu chia hết để viết các số tự nhiên.....	60
Dạng 2: Xác định các chữ số chưa biết của một số tự nhiên.....	61
Dạng 3: Các bài toán về phép chia có dư	62
BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	64
CHUYÊN ĐỀ 5: PHÂN SỐ	73
Dạng 1: Tính nhanh dãy phân số có quy luật	73
Loại 1: Dãy phân số có quy luật mẫu số sau gấp mẫu số trước một số không đổi.....	73
Lời giải chi tiết.....	74
Loại 2: Tính tổng của nhiều phân số có tử số là n ($n > 0$); mẫu số là tích của 2 thừa số có hiệu bằng n và thừa số thứ 2 của mẫu số phân số liền trước là thừa số thứ nhất của mẫu số phân số liền sau	76
Lời giải chi tiết.....	77
Dạng 2: Các bài toán về thêm, bớt ở tử số và mẫu số	78
Lời giải chi tiết.....	80
BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	82
CHUYÊN ĐỀ 6: BÀI TOÁN TỈ LỆ THUẬN – TỈ LỆ NGHỊCH	100
Dạng 1: Các bài toán về đại lượng tỉ lệ thuận	100
Dạng 2: Các bài toán về đại lượng tỉ lệ nghịch	101
Dạng 3: Bài toán về tỉ lệ kép	102
BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	104
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT.....	105
CHUYÊN ĐỀ 7: BÀI TOÁN CÔNG VIỆC CHUNG	111
BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	113
CHUYÊN ĐỀ 8: BÀI TOÁN VỀ TỈ SỐ PHẦN TRĂM	124
Dạng 1: Tìm tỉ số phần trăm của hai số.....	124
Dạng 2: Tìm giá trị phần trăm của một số.....	125
Dạng 3: Tìm một số khi biết giá trị phần trăm của số đó	127
Dạng 4: Tỉ số phần trăm dạng dung dịch, hỗn hợp	128
Dạng 5: Bài toán về tiền lãi, tiền vốn	129
Dạng 6: Bài toán tăng, giảm tỉ số phần trăm	131
Dạng 7: Tỉ số phần trăm dạng hạt tươi, hạt khô	132
BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	136



CHUYÊN ĐỀ 9: CÁC BÀI TOÁN VUI VÀ TOÁN CỎ	152
Dạng 1: Các bài toán giải bằng phương pháp tính ngược từ cuối	152
Bài tập tự luyện.....	153
Hướng dẫn giải chi tiết	154
CHUYÊN ĐỀ 10: HÌNH HỌC.....	161
Dạng 1: Tỷ số diện tích trong tam giác	161
BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	162
CHUYÊN ĐỀ 11: CÁC BÀI TOÁN VỀ CHUYỂN ĐỘNG ĐỀU	175
Dạng 1: Các bài toán có một chuyển động tham gia	175
Bài tập áp dụng	177
Lời giải chi tiết.....	177
Dạng 2: Các bài toán về hai chuyển động cùng chiều.....	180
Bài tập áp dụng	182
Lời giải chi tiết.....	182
Dạng 3: Bài toán về hai chuyển động ngược chiều	184
Bài tập áp dụng	186
Lời giải chi tiết.....	187
Dạng 4: Vật chuyển động trên dòng nước.....	189
Bài tập áp dụng	190
Lời giải chi tiết.....	190
Dạng 5: Vật chuyển động có chiều dài đáng kể	191
Bài tập áp dụng	193
Lời giải chi tiết.....	194
Bài tập tự luyện.....	196
CHUYÊN ĐỀ 12: CÁC BÀI TOÁN VỀ TÍNH TUỔI	212
Dạng 1: Cho biết tổng và tỉ số tuổi của hai người	212
Dạng 2: Cho biết hiệu và tỉ số tuổi của hai người	215
BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	218
LỜI GIẢI CHI TIẾT.....	219





CHUYÊN ĐỀ: PHÉP CHIA HẾT, PHÉP CHIA CÓ DƯ

Dạng 1: Vận dụng dấu hiệu chia hết để viết các số tự nhiên

Phương pháp giải:

- Dấu hiệu chia hết cho 2: Những số có tận cùng bằng 0, 2, 4, 6 hoặc 8 thì chia hết cho 2.
- Dấu hiệu chia hết cho 5: Những số có tận cùng bằng 0 hoặc 5 thì chia hết cho 5.
- Dấu hiệu chia hết cho 3: Những số có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì chia hết cho 3.
- Dấu hiệu chia hết cho 9: Những số có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì chia hết cho 9.
- Dấu hiệu chia hết cho 4: Những số có hai chữ số tận cùng tạo thành số chia hết cho 4 thì chia hết cho 4.
- Dấu hiệu chia hết cho 25: Những số có hai chữ số tận cùng tạo thành số chia hết cho 25 thì chia hết cho 25.
- Dấu hiệu chia hết cho 8: Những số có 3 chữ số tận cùng tạo thành số chia hết cho 8 thì chia hết cho 8.

Ví dụ 1: Hãy viết tất cả các số có ba chữ số khác nhau từ bốn chữ số 0 ; 4 ; 5 ; 9 thỏa mãn điều kiện:

- Chia hết cho 2
- Chia hết cho 4
- Chia hết cho 2 và 5

Giải

a, Các số chia hết cho 2 lập từ bốn chữ số đã cho phải có tận cùng bằng 0 hoặc 4.

Mặt khác mỗi số đều có các chữ số khác nhau, nên các số viết được là: 540 ; 940 ; 450 ; 950 ; 490 ; 590 ; 504 ; 904 ; 954 ; 594

b, Ta có các số có ba chữ số chia hết cho 4 viết được là: 540; 504; 940; 904

c, Số chia hết cho 2 và 5 phải có tận cùng bằng 0.

Vậy các số cần tìm là: 540; 940 ; 450 ; 950 ; 490 ; 590

Ví dụ 2:

- Có thể viết được bao nhiêu số chẵn có 3 chữ số mà các chữ số của nó đều là số chẵn.
- Có thể viết được bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau chia hết cho 5 mà các chữ số của nó đều là số lẻ?

Giải

a) Mỗi số cần tìm có dạng $\overline{abc}$.

Có 5 chữ số là số chẵn: 0 ; 2; 4 ; 6 ; 8

- Có 4 cách chọn a
- Có 5 cách chọn b



- Có 5 cách chọn c

Vậy số các số chẵn có ba chữ số mà các chữ số của nó đều là số chẵn là:

$$4 \times 5 \times 5 = 100 \text{ (số)}$$

b) Mỗi số cần tìm có dạng $\overline{abc}5$. Nhận xét:

- Có 4 cách chọn a

- Có 3 cách chọn b

- Có 2 cách chọn c

Vậy số các số có bốn chữ số khác nhau mà các chữ số của nó đều là số lẻ là:

$$4 \times 3 \times 2 = 24 \text{ (số)}$$

Dạng 2: Xác định các chữ số chưa biết của một số tự nhiên

Phương pháp giải:

- Nếu số phải tìm chia hết cho 2 hoặc 5 thì trước hết ta dựa vào dấu hiệu chia hết cho 2 hoặc 5 để xác định chữ số hàng đơn vị.
- Tiếp đó, dùng phương pháp thử chọn kết hợp với các dấu hiệu chia hết để xác định các chữ số còn lại.

Ví dụ 1: Thay x, y bởi chữ số thích hợp để nhận được số tự nhiên $A = \overline{1996xy}$ chia hết cho 2 ; 5 và 9.

Giải

A chia hết cho 2 và 5 vậy y phải bằng 0.

Thay vào ta được $A = \overline{1996x0}$. Vì A chia hết cho 9 nên:

$$1 + 9 + 9 + 6 + x = x + 25 \text{ chia hết cho 9. Suy ra } x = 2$$

Vậy $x = 2$; $y = 0$ và $A = 199620$.

Ví dụ 2: Cho $N = \overline{a378b}$ là số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau. Tìm tất cả những chữ số a, b để thay vào ta được số N chia hết cho 3 và 4.

Giải

N chia hết cho 4 thì $\overline{8b}$ chia hết cho 4. Vậy b bằng 0 ; 4 hoặc 8

N có năm chữ số khác nhau nên b bằng 0 hoặc 4.

- Nếu $b = 0$, ta có $N = \overline{a3780}$

Vì N chia hết cho 3 nên a bằng 3 ; 6 hoặc 9.

Mặt khác, do N có năm chữ số khác nhau nên a bằng 6 hoặc 9.

Thay vào ta được các số 63 780 ; 93 780.

- Nếu $b = 4$, ta có $N = \overline{a3784}$.



Vì N chia hết cho 3 nên a bằng 2 ; 5 hoặc 8.

Mặt khác, vì N có năm chữ số khác nhau nên a bằng 2 hoặc 5. Thay vào ta được các số 23 784 ; 53 784.

Vậy ta tìm được các cặp số a và b như sau: $a = 6; b = 0$

$a = 9; b = 0$

$a = 2; b = 4$

$a = 5; b = 4$

N là: 63 780 ; 93 780 ; 23 784 ; 53 784

Dạng 3: Các bài toán về phép chia có dư

Phương pháp giải:

- Nếu a chia cho 2 dư 1 thì chữ số tận cùng của nó bằng 1 ; 3 ; 5 ; 7 hoặc 9
 - Nếu a chia cho 5 dư 1 thì chữ số tận cùng của nó bằng 1 hoặc 6 ; dư 2 thì chữ số tận cùng bằng 2 hoặc 7; dư 3 thì chữ số tận cùng là 3 hoặc 8 và dư 4 thì chữ số tận cùng bằng 4 hoặc 9.
 - Nếu a và b có cùng số dư khi chia cho 2 thì hiệu của chúng chia hết cho 2
- Cũng có tính chất tương tự đối với các trường hợp khi chia cho 3 ; 4 ; 5 hoặc 9.
- Nếu a chia cho b dư b - 1 thì $a + 1$ chia hết cho b.
 - Nếu a chia cho b dư 1 thì $a - 1$ chia hết cho b

Ví dụ 1: Thay x và y bởi những chữ số thích hợp để nhận được số tự nhiên $N = \overline{x459y}$ mà khi chia cho 2 ; 5 và 9 đều dư 1.

Giải

N chia cho 5 dư 1 nên $y = 1$ bằng 1 hoặc 6.

Mặt khác, N chia 2 dư 1 nên $y = 1$. Thay vào ta được $N = \overline{x4591}$

N chia cho 9 dư 1 nên $x + 4 + 5 + 9 + 1 = x + 19$ chia cho 9 dư 1. Suy ra $x = 0$ hoặc 9. Mà x không thể bằng 0 nên $x = 9$.

Vậy $x = 9; y = 1$ và $N = 94591$.

Ví dụ 2: Tìm số tự nhiên bé nhất khác 1 sao cho khi chia số đó cho 3 ; 4 ; 5 và 7 đều dư 1.

Giải:

Gọi số cần tìm là a.

Theo đề bài, a chia cho 3; 4; 5; 7 đều dư 1 nên $b = a - 1$ chia hết cho 3; 4; 5; 6; 7.

b chia hết cho 4 và 5 nên b có tận cùng là 0.

- Trường hợp b có 1 chữ số: $b = 0$ Suy ra $a = 1$ (loại vì số phải tìm lớn hơn 1)

- Trường hợp b có 2 chữ số: b có tận cùng bằng 0 và chia hết cho 7 nên $b = 70$ (loại vì 70 không chia hết cho 3).



- Trường hợp b có 3 chữ số: b có tận cùng là 0, vậy $b = \overline{xy0}$
 - + Vì b chia hết cho 4 nên y bằng 0; 2; 4; 6 hoặc 8;
 - + Số $\overline{xy0}$ chia hết cho 7 nên b có thể là: 140; 280; 420; 560; 700; 840 hoặc 980.
- Trong các số trên chỉ có 420 và 840 chia hết cho 3 nên b bằng 420 hoặc 840
Suy ra a bằng 421 hoặc 841.
Vậy số bé nhất khi chia số đó cho 3 ; 4 ; 5 và 7 đều dư 1 là 421.

Ví dụ 3: Hãy viết thêm vào bên trái và bên phải số 35 mỗi bên một chữ số để nhận được số chẵn lớn nhất có bốn chữ số khác nhau mà khi chia cho 3 dư 2, cho 5 dư 3.

Giải

Gọi chữ số viết thêm vào bên trái là a, bên phải là b. Số cần tìm có dạng $n = \overline{a35b}$.
Vì n chia cho 5 dư 3 nên b bằng 3 hoặc 8.
Mặt khác n là số chẵn nên b = 8. Thay vào ta được $n = \overline{a358}$
Vì n chia cho 3 dư 2 nên $a + 3 + 5 + 8 = a + 16$ chia cho 3 dư 2.
Suy ra a bằng 1 ; 4 hoặc 7.
Số lớn nhất cần tìm là 7358.

Ví dụ 4: Tổng số học sinh khối lớp Một của một trường tiểu học là số có ba chữ số có chữ số hàng trăm là 3. Nếu các em xếp hàng 10 hoặc hàng 12 đều dư 8, mà xếp hàng 8 thì không dư. Tính số học sinh khối lớp 1 của trường đó?

Giải

Theo đề bài, số học sinh khối lớp Một của trường có dạng $\overline{3ab}$.
Các em xếp hàng 10 dư 8 vậy $b = 8$. Thay vào ta được số $\overline{3a8}$
Mặt khác, các em xếp hàng 12 dư 8, nên số $\overline{3a8} - 8 = \overline{3a0}$ phải chia hết cho 12. Suy ra a bằng 0 hoặc 6.
Vì 308 không chia hết cho 8 nên số học sinh khối lớp Một của trường đó là 368 em.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: Tìm a và b để $\overline{56a3b}$ chia hết cho 36.

Giải

- Để $\overline{56a3b}$ chia hết cho 36 thì số đó chia hết cho 4 và 9.
 $\overline{56a3b}$ chia hết cho 4 thì $\overline{3b}$ chia hết cho 4. Suy ra $b = 2$ hoặc $b = 6$
- Với $b = 2$ ta được số $\overline{56a32}$.
- Số $\overline{56a32}$ chia hết cho 9 nên $5 + 6 + a + 3 + 2 = 16 + a$ chia hết cho 9. Suy ra $a = 2$
- Với $b = 6$ ta được số $\overline{56a36}$



Số $\overline{56a36}$ chia hết cho 9 nên $5 + 6 + a + 3 + 6$ chia hết cho 9.

Suy ra $20 + a$ chia hết cho 9. Suy ra $a=7$

Vậy $a = 2$, $b = 2$ ta có số 56232

$a = 7$, $b = 6$ ta có số 56736

Câu 2: Tìm a và b để số $\overline{a391b}$ chia hết cho 9 và chia cho 5 dư 1.

Giải

Để $\overline{a391b}$ chia 5 dư 1 thì $b = 1$ hoặc $b = 6$

- Với $b = 1$ ta có số $\overline{a3911}$

Để $\overline{a3911}$ chia hết cho 9 thì $a + 3 + 9 + 1 + 1 = a + 14$ chia hết cho 9.

Suy ra $a = 4$. Ta được số 43911.

- Với $b = 6$ ta có số $\overline{a3916}$

Để số $\overline{a3916}$ chia hết cho 9 thì $a + 3 + 9 + 1 + 6 = a + 18$ chia hết cho 9

Suy ra $a = 9$. Ta được số 93916.

Vậy $a = 4$ và $b = 1$ ta được số 43911

Hoặc $a = 9$ và $b = 6$ ta được số 93916

Câu 3: Cho số $\overline{5x1y}$. Hãy tìm x và y để được số có 4 chữ số khác nhau chia hết cho 2, 3 và chia cho 5 dư 4.

Giải

Để số $\overline{5x1y}$ chia 5 dư 4 thì $y = 4$ hoặc $y = 9$

Mà $\overline{5x1y}$ chia hết cho 2 nên $y = 4$. Ta được số $\overline{5x14}$

Để $\overline{5x14}$ chia hết cho 3 thì $5 + x + 1 + 4$ chia hết cho 3. Suy ra $x = 2$ hoặc 8

Vậy các số thỏa mãn là 5214, 5814.

Câu 4: Cho $A = \overline{x036y}$. Tìm x và y để A chia cho 2, 5 và 9 đều dư 1.

Giải

Để $\overline{x036y}$ chia cho 2 và 5 dư 1 thì $y = 1$. Ta được số $\overline{x0361}$

Để $\overline{x0361}$ chia 9 dư 1 thì $(x + 0 + 3 + 6 + 1) - 1$ chia hết cho 9

Hay $x + 9$ chia hết cho 9. Suy ra $x=9$

Vậy $x=9, y=1$

Câu 5. Hãy viết thêm ba chữ số vào bên phải số 567 để được một số lẻ có sáu chữ số khác nhau, khi chia số đó cho 5 và 9 đều dư 1.



Giải

Gọi số viết thêm là $\overline{abc}$

Để $\overline{567abc}$ là số lẻ chia 5 dư 1 thì $c = 1$. Thay vào ta được số $\overline{567ab1}$

Để số này chia cho 9 dư 1 thì $(5 + 6 + 7 + a + b + 1) - 1 = 18 + a + b$ chia hết cho 9

Suy ra $a + b = 9$ hoặc 18.

Mà nhận được có 6 chữ số khác nhau nên $a = 0$, $b = 9$ hoặc $a = 9, b = 0$

Vậy số cần tìm là 567091; 567901

Câu 6. Hãy viết thêm hai chữ số vào bên phải và một chữ số vào bên trái số 54 để được số lớn nhất có năm chữ số thỏa mãn tính chất: chia số đó cho 4 dư 3, cho 5 dư 4 và cho 9 dư 8.

Giải

Gọi chữ số viết thêm vào bên trái là a , bên phải là b .

Số cần tìm có dạng $\overline{a54bc}$.

Vì $\overline{a54bc}$ chia cho 4 dư 3, cho 5 dư 4 và cho 9 dư 8

Để $\overline{a54bc}$ chia cho 5 dư 4 thì $c = 4$ hoặc $c = 9$

Mặt khác $\overline{a54bc}$ là số lớn nhất nên $c = 9$. Thay vào ta được số $\overline{a54b9}$

Để $\overline{a54b9}$ chia 4 dư 3 thì $\overline{b9}$ chia 4 dư 3. Nên $b = 3 ; 5 ; 7 ; 9$

Vì $\overline{a54b9}$ lớn nhất nên $b = 9$. Thay vào ta được số $\overline{a5499}$

Để $\overline{a5499}$ chia cho 9 dư 8 thì $(a + 5 + 4 + 9 + 9) - 8$ chia hết cho 9.

Suy ra $a + 19$ chia hết cho 9. Nên $a = 8$

Vậy số cần tìm là 85499.

Câu 7. Một cửa hàng hoa quả có 5 rổ đựng cam và chanh (trong mỗi rổ chỉ đựng một loại quả). Số quả trong mỗi rổ lần lượt là 104 ; 115 ; 132 ; 136 và 148 quả. Sau khi bán được 1 rổ cam, người bán hàng thấy rằng số chanh còn lại gấp 4 lần số cam. Hỏi lúc đầu cửa hàng có bao nhiêu quả mỗi loại?

Giải

Tổng số cam và chanh của cửa hàng là

$$104 + 115 + 132 + 136 + 148 = 635 \text{ (quả)}$$

Số chanh còn lại gấp 4 lần số cam nên tổng số quả còn lại phải chia hết cho 5.

Suy ra số cam đã bán chia hết cho 5. Vậy cửa hàng đã bán rổ đựng 115 quả cam.

Số cam còn lại bằng $\frac{1}{5}$ số quả chưa bán. Do đó số cam còn lại là:

$$(104 + 132 + 136 + 148) : 5 = 104 \text{ (quả)}$$

Số cam lúc đầu của cửa hàng là

$$115 + 104 = 219 \text{ (quả)}$$

Số chanh lúc đầu là



$$635 - 219 = 416 \text{ (quả)}$$

Đáp số: Số cam: 219 quả

Số chanh: 416 quả

Câu 8. Một cửa hàng thực phẩm có 7 rổ trứng gà và trứng vịt (mỗi rổ chỉ đựng một loại trứng). Số trứng trong mỗi rổ theo thứ tự lần lượt là: 45 ; 56 ; 60 ; 66 ; 75 ; 85 và 92 quả. Sau khi bán hết 6 rổ, chỉ còn lại 1 rổ đựng trứng gà, người bán hàng thấy rằng trong số trứng đã bán, số trứng vịt gấp 3 lần số trứng gà. Hỏi lúc đầu cửa hàng có bao nhiêu quả trứng mỗi loại?

Giải

Tổng số trứng cửa hàng có lúc đầu là

$$45 + 56 + 60 + 66 + 75 + 85 + 92 = 479 \text{ (quả)}$$

Trong số trứng đã bán, số trứng vịt gấp 3 lần số trứng gà nên số trứng đã bán phải chia hết cho 4.

Mà 479 chia 4 dư 3, số trứng đã bán chia hết cho 4 nên số trứng còn lại phải chia cho 4 dư 3.

Vậy còn lại rổ đựng 75 quả trứng gà.

Số trứng gà đã bán bằng $\frac{1}{4}$ số trứng đã bán. Do đó số trứng gà đã bán là

$$(479 - 75) : 4 = 101 \text{ (quả)}$$

Số trứng gà lúc đầu cửa hàng có là

$$75 + 101 = 176 \text{ (quả)}$$

Số trứng vịt lúc đầu cửa hàng có là

$$479 - 176 = 303 \text{ (quả)}$$

Đáp số: 303 quả

Câu 9. Một tháng có 3 chủ nhật là ngày chẵn. Hỏi ngày 15 của tháng đó là thứ mấy?

Giải

Ta có hai ngày chủ nhật chẵn cách nhau 14 ngày.

Một tháng có 3 chủ nhật là ngày chẵn nên tháng đó có 5 chủ nhật vào các ngày 2 , 9 , 16 , 23 , 30

Ngày 16 tháng đó là chủ nhật nên ngày 15 là thứ bảy.

Câu 10. Một chuỗi các viên bi được sắp xếp theo quy luật sau: 5 viên xanh, 4 viên đen, 4 viên trắng, 5 viên xanh, 4 viên đen, 4 viên trắng,... Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi màu của viên thứ 321 là màu gì? Màu của viên thứ 508 là màu gì?

Giải

Các viên bi sắp xếp theo quy luật: 5 viên xanh, 4 viên đen, 4 viên trắng rồi tiếp tục lặp lại như vậy.

Coi mỗi nhóm gồm 13 viên bi (gồm 5 viên xanh, 4 viên đen, 4 viên trắng)

Ta có $321 : 13 = 24$ (dư 9). Vậy viên thứ 321 màu đen.

$508 : 13 = 39$ (dư 1). Vậy viên thứ 508 màu xanh.

Câu 11. (Amsterdam 2006–2007)



Trong một tháng có 3 ngày thứ 7 là ngày chẵn. Hỏi ngày 13 của tháng đó là thứ mấy?

Giải

Ta có hai ngày thứ bảy là ngày chẵn cách nhau 14 ngày.

Một tháng có 3 ngày thứ bảy là ngày chẵn nên tháng đó có 5 thứ bảy vào các ngày 2, 9, 16, 23, 30

Ngày 16 tháng đó là thứ bảy nên ngày 13 là thứ tư.

Câu 12. (Lương Thế Vinh 2009–2010).

Từ 1 giờ chủ nhật này đến 3 giờ chủ nhật tiếp theo có bao nhiêu giờ?

Giải

Từ 1 giờ chủ nhật này đến 1 giờ chủ nhật tiếp theo có 7 ngày.

Từ 1 giờ chủ nhật này đến 3 giờ chủ nhật tiếp theo có số giờ là:

$$24 \times 7 + 2 = 170 \text{ (giờ)}$$

Câu 13. Ngày 1/6 năm 2011 là ngày thứ Sáu. Hỏi ngày 1/6 năm sau là thứ mấy?

Giải

Ta có năm 2012 là năm nhuận nên tháng 2 năm 2012 có 29 ngày.

Suy ra từ ngày 1/6/2011 đến ngày 1/6/2012 có 366 ngày.

$$\text{Ta có } 366 : 7 = 52 \text{ (dư 2)}$$

Vậy ngày 1 - 6 - 2012 là chủ nhật.

Câu 14. (Lương Thế Vinh 2013–2014)

Một người nói: "Tôi sinh sau năm 1976, nhưng trước năm 1984. Cứ 4 năm tôi mới có một lần sinh nhật". Hỏi người đó sinh ngày nào, tháng nào, năm nào?

Giải

Cứ 4 năm người đó mới có 1 lần sinh nhật nên người đó sinh vào ngày 29/2 của năm nhuận.

Mà người đó sinh sau năm 1976, nhưng trước năm 1984 nên ngày sinh của người đó là 29/02/1980

Câu 15. (Lương Thế Vinh 2018–2019)

Trong một tháng có 3 ngày chủ nhật trùng vào ngày chẵn. Hỏi ngày 25 tháng đó là thứ mấy trong tuần?

Giải

Ta có hai chủ nhật là ngày chẵn cách nhau 14 ngày.

Một tháng có 3 chủ nhật là ngày chẵn thì tháng đó có 5 chủ nhật vào các ngày 2, 9, 16, 23, 30

Ngày 23 tháng đó là chủ nhật nên ngày 25 là thứ ba.

Câu 16. (ASM 2019–2020)

Cho dãy số: 2 ; 22 ; 222 ; Hỏi số thứ 21 của dãy chia 9 dư mấy?



Giải

Số thứ 21 trong dãy có 21 chữ số 2.

Tổng các chữ số của số đó là $2 \times 21 = 42$

Ta có $42 : 9 = 4$ (dư 6)

Vậy số thứ 21 trong dãy chia 9 dư 6.

Câu 17. (Cầu Giấy 2012–2013)

Có bao nhiêu số tự nhiên khác 0 và nhỏ hơn 1000 và không chia hết cho 5, không chia hết cho 7?

Giải

Từ 1 đến 999 có 999 số.

Các số chia hết cho 5 khác 0 và nhỏ hơn 1000 là 5, 10, 15, ..., 995

Số các số chia hết cho 5 là

$$(995 - 5) : 5 + 1 = 199 \text{ (số)}$$

Các số chia hết cho 7 khác 0 và nhỏ hơn 1000 là 7, 14, 21, ..., 994

Số các số chia hết cho 7 là

$$(994 - 7) : 7 + 1 = 142 \text{ (số)}$$

Các số chia hết cho cả 5 và 7 là 35, 70, ..., 980

Số các số chia hết cho cả 5 và 7 là

$$(980 - 35) : 35 + 1 = 28 \text{ (số)}$$

Số các số chia hết cho 5 hoặc chia hết cho 7 là

$$199 + 142 - 28 = 313 \text{ (số)}$$

Số các số khác 0 và nhỏ hơn 1000 và không chia hết cho 5, không chia hết cho 7 là

$$999 - 313 = 686 \text{ (số)}$$

Đáp số: 686 số

Câu 18. Một số tự nhiên được viết bởi 2020 chữ số 7. Hỏi phải cộng thêm vào số đó ít nhất bao nhiêu đơn vị để được một số chia hết cho 21?

Giải

Gọi a là số cộng thêm vào

Ta có $(777 \dots 777 + a) : 21$ (2020 chữ số 7)

Suy ra $(777 \dots 777 + a)$ chia hết cho 3 và $(777 \dots 777 + a)$ chia hết cho 7

Có $777 \dots 777$ chia hết cho 7 nên a chia hết cho 7

Lại có $777 \dots 777$ có tổng các chữ số là $2020 \times 7 = 14140$

Mà 14140 chia 3 dư 1 nên $777 \dots 777$ chia 3 dư 1.

Để $(777 \dots 777 + a)$ chia hết cho 3 thì a chia 3 dư 2

Suy ra $a = 2 ; 5 ; 8 ; 11 ; 14 ; \dots$



Mà a chia hết cho 7 nên $a=14$.

Vậy phải cộng thêm vào số đó 14 đơn vị để được một số chia hết cho 21.

Câu 19: Cho số $777...777$ (2014 số 7). Hỏi cần thêm vào số trên ít nhất bao nhiêu đơn vị để được số chia hết cho 63?

Giải

Gọi a là số cộng thêm vào

Ta có $(777...777 + a) : 63$ (2014 chữ số 7)

Suy ra $(777...777 + a)$ chia hết cho 7 và $(777...777 + a)$ chia hết cho 9

Có $777...777$ chia hết cho 7 nên a chia hết cho 7

Lại có $777...777$ có tổng các chữ số là $2014 \times 7 = 14098$

Mà 14098 chia 9 dư 4 nên $777...777$ chia 9 dư 4.

Để $(777...777 + a)$ chia hết cho 9 thì a chia 9 dư 5

Suy ra $a = 5 ; 14 ; 23 ; 32 ; ...$

Mà a chia hết cho 7 nên $a=14$.

Vậy phải cộng thêm vào số đó 14 đơn vị để được một số chia hết cho 21.

Câu 20: Cho số $222...222$ (2015 chữ số 2). Hỏi cần thêm vào ít nhất bao nhiêu đơn vị để được số chia hết cho 55?

Giải

Gọi a là số cộng thêm vào

Ta có $(222...222 + a) : 55$ (2015 chữ số 2)

Suy ra $(222...222 + a)$ chia hết cho 5 và $(222...222 + a)$ chia hết cho 11

Có $222...222$ chia 5 dư 2 nên a chia 5 dư 3

Lại có $222...222$ chia 11 dư 2 nên a chia 11 dư 9

Suy ra $a = 9 ; 20 ; 31 ; 42 ; 53 ; ...$

Mà a chia 5 dư 3 nên $a=53$

Vậy phải cộng thêm vào số đó 53 đơn vị để được một số chia hết cho 55.

Câu 21: Một người bán hàng có 5 hộp, mỗi hộp đựng cam hoặc táo. Số quả cam, hoặc táo trong các hộp lần lượt là: 40, 45, 50, 65, 71. Sau khi bán đi 1 hộp thì còn lại số cam gấp 3 lần số táo? Hỏi còn lại bao nhiêu quả táo?

Giải

Số quả cam và táo ban đầu là

$40+45+50+65+71=271$ (quả)

Sau khi bán đi 1 hộp thì còn lại số cam gấp 3 lần số táo. Vậy số quả còn lại sau khi bán chia hết cho 4.

Mà 271 chia 4 dư 3 nên hộp đã bán đi có số quả chia 4 dư 3. Vậy hộp đã bán đi có 71 quả.



Số quả còn lại sau khi bán là

$$271 - 71 = 200 \text{ (quả)}$$

Sau khi bán 1 hộp thì số táo bằng $\frac{1}{4}$ số quả còn lại.

Số quả táo còn lại sau khi bán là

$$200 : 4 = 50 \text{ (quả)}$$

Đáp số: 50 quả

Câu 22. (Amsterdam 2003–2004)

Một số được viết bởi 2003 chữ số 7. Hỏi phải cộng thêm vào số đó ít nhất bao nhiêu đơn vị để được số chia hết cho 35?

Giải

Gọi a là số cộng thêm vào

Ta có $(777 \dots 777 + a) : 35$ (2003 chữ số 7)

Suy ra $(777 \dots 777 + a)$ chia hết cho 7 và $(777 \dots 777 + a)$ chia hết cho 5

Có $777 \dots 777$ chia hết cho 7 nên a chia hết cho 7

Lại có $777 \dots 777$ chia 5 dư 2. Để $(777 \dots 777 + a)$ chia hết cho 5 thì a chia 5 dư 3

Suy ra $a = 3 ; 8 ; 13 ; 18 ; 23 ; 28 ; \dots$

Mà a chia hết cho 7 nên $a = 28$.

Vậy phải cộng thêm vào số đó 28 đơn vị để được một số chia hết cho 35.



CHUYÊN ĐỀ 2: BÀI TOÁN PHÂN TÍCH CẤU TẠO SỐ

Phân tích cấu tạo của một số tự nhiên:

$$\overline{ab} = a \times 10 + b$$

$$\overline{abc} = a \times 100 + b \times 10 + c = \overline{ab} \times 10 + c = a \times 100 + \overline{bc}$$

$$\overline{abcd} = a \times 1000 + b \times 100 + c \times 10 + d = \overline{abc} \times 10 + d$$

Một số cách phân tích số đặc biệt:

$$\overline{a00} = a \times 100 \quad ; \quad \overline{aaa} = a \times 111$$

$$\overline{abab} = \overline{ab} \times 101 \quad ; \quad \overline{ababab} = \overline{ab} \times 10101$$

Dạng 1: Viết thêm một số chữ số vào bên phải, bên trái hoặc xen giữa các chữ số của một số tự nhiên

Ví dụ 1: Tìm số tự nhiên có 2 chữ số biết rằng nếu ta viết thêm chữ số 9 vào bên trái số đó ta được số mới gấp 13 lần số cần tìm.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$

Nếu ta viết thêm chữ số 9 vào bên trái số đó ta được số mới là $\overline{9ab}$

$$\text{Ta có } \overline{9ab} = \overline{ab} \times 13$$

$$900 + \overline{ab} = \overline{ab} \times 13$$

$$\overline{ab} \times 12 = 900 \quad (\text{bớt cả hai vế đi } \overline{ab})$$

$$\overline{ab} = 900 : 12$$

$$\overline{ab} = 75$$

Đáp số: 75

Ví dụ 2: Khi viết thêm chữ số 2 vào bên phải một số tự nhiên có ba chữ số thì số đó tăng thêm 4106 đơn vị. Tìm số có ba chữ số đó.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$

Khi viết thêm chữ số 2 vào bên phải ta được số $\overline{abc2}$

Theo đề bài ta có:

$$\overline{abc2} = \overline{abc} + 4106$$

$$\overline{abc} \times 10 + 2 = \overline{abc} + 4106$$



$$\overline{abc} \times 10 - \overline{abc} = 4106 - 2$$

$$\overline{abc} \times 9 = 4104$$

$$\overline{abc} = 4104 : 9 = 456$$

$$\text{Thử lại: } 4562 - 456 = 4106$$

Vậy số cần tìm là 456.

Ví dụ 3: Tìm số có 2 chữ số biết rằng khi ta viết thêm chữ số 2 vào bên phải và bên trái số đó ta được số mới gấp 36 lần số cần tìm.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$

Khi ta viết thêm chữ số 2 vào bên phải và bên trái số đó được số mới là $\overline{2ab2}$

$$\text{Ta có } \overline{2ab2} = \overline{ab} \times 36$$

$$2002 + \overline{ab} \times 10 = \overline{ab} \times 36$$

$$\overline{ab} \times 26 = 2002$$

$$\overline{ab} = 77$$

Vậy số cần tìm là 77.

Ví dụ 4: Tìm một số có hai chữ số biết nếu viết số 0 vào giữa hai chữ số của số đó ta được số mới gấp 7 lần số phải tìm?

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$

Nếu viết số 0 vào giữa hai chữ số của số đó ta được số mới là $\overline{a0b}$

$$\text{Ta có } \overline{a0b} = \overline{ab} \times 7$$

$$a \times 100 + b = (a \times 10 + b) \times 7 \text{ (phân tích cấu tạo số)}$$

$$a \times 100 + b = a \times 70 + b \times 7 \text{ (Bỏ ngoặc ở vế phải)}$$

$$a \times 30 = b \times 6 \text{ (trừ cả hai vế cho } a \times 70 + b)}$$

$$a \times 5 = b \text{ (Chia cả 2 vế cho 6)}$$

$$\text{Vậy } a = 1 \text{ và } b = 5$$

Đáp số: 15

Bài tập áp dụng:

Câu 1. Tìm số có ba chữ số biết rằng nếu thêm chữ số 9 vào bên trái số đó ta được số mới bằng 41 lần số phải tìm.

Giải

Gọi số phải tìm là $\overline{abc}$ (a khác 0)



Theo đề bài ta có $\overline{9abc} = 41 \times \overline{abc}$

$$9000 + \overline{abc} = 41 \times \overline{abc}$$

$$40 \times \overline{abc} = 9000 \text{ (bớt cả hai vế đi } \overline{abc} \text{)}$$

$$\overline{abc} = 9000 : 40 = 225$$

Vậy số phải tìm là 225.

Đáp số: 225

Câu 2. Tìm một số tự nhiên, biết rằng nếu viết thêm một chữ số 6 vào bên phải số đó thì số đó tăng thêm 3228 đơn vị.

Giải

Khi viết thêm một chữ số 6 vào bên phải số cần tìm ta đã gấp số cần tìm lên 10 lần và cộng thêm 6 đơn vị.

(Sơ đồ đoạn thẳng: Số mới hơn số cần tìm 3228 đơn vị, trong đó phần dôi ra ứng với 9 lần số cần tìm cộng thêm 6 đơn vị.)

9 lần số cần tìm bằng:

$$3228 - 6 = 3222$$

Số cần tìm là:

$$3222 : 9 = 358$$

Đáp số: 358

Câu 3. Tìm một số có hai chữ số biết rằng, nếu viết thêm vào bên trái số đó một chữ số 3 thì ta được số mới mà tổng số đã cho và số mới bằng 414.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$ (a khác 0)

Khi viết thêm một chữ số 3 vào bên trái ta được số $\overline{3ab}$

Ta có: $\overline{3ab} = 300 + \overline{ab}$ hay số mới hơn số ban đầu 300 đơn vị.

$$\text{Số ban đầu là } (414 - 300) : 2 = 57$$

Đáp số: 57

Câu 4. Cho một số, biết rằng nếu viết thêm vào bên phải số đó một chữ số thì được số mới và tổng của số mới và số phải tìm là 467. Tìm số đã cho và chữ số viết thêm.

Giải

Khi viết thêm một chữ số vào bên phải của một số là làm tăng số đó lên 10 lần và số đơn vị viết thêm. Do đó tổng của số mới và số cũ là tổng của 11 lần số cũ và số viết thêm.

Ta có phép tính:

$$467 : (10 + 1) = 42 \text{ (dư 5)}$$

Vậy số phải tìm là 42 và chữ số viết thêm là 5.



Thử lại $42 + 425 = 467$

Đáp số: 42 và 5

Dạng 2: Xóa đi một số chữ số của một số tự nhiên

Ví dụ 1: Khi xóa đi chữ số hàng trăm của một số tự nhiên có ba chữ số thì số đó giảm đi 7 lần. Tìm số có ba chữ số đó.

Giải:

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$. Xóa đi chữ số hàng trăm ta được số $\overline{bc}$.

Theo đề bài ta có:

$$\overline{abc} = 7 \times \overline{bc}$$

$$\overline{a00} + \overline{bc} = 7 \times \overline{bc}$$

$$\overline{a00} = 7 \times \overline{bc} - \overline{bc}$$

$$\overline{a00} = (7-1) \times \overline{bc}$$

$$\overline{a00} = 6 \times \overline{bc}$$

Vì 6 chia hết cho 3 nên $\overline{a00}$ chia hết cho 3. Do đó a chia hết cho 3.

Mặt khác, vì $\overline{bc} < 100$ nên $6 \times \overline{bc} < 600$. Từ đó suy ra $a < 6$

Vậy $a = 3$ (a khác 0). Thay vào ta tính được $\overline{bc} = 50$

Vậy số cần tìm là 350.

Ví dụ 2: Khi xóa đi chữ số hàng chục và hàng đơn vị của một số tự nhiên có bốn chữ số thì số đó giảm đi 4455 đơn vị. Tìm số có bốn chữ số đó.

Giải:

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}$. Xóa đi chữ số hàng chục và hàng đơn vị được số $\overline{ab}$.

Theo đề bài ta có:

$$\overline{abcd} - \overline{ab} = 4455$$

$$\overline{ab} \times 100 + \overline{cd} - \overline{ab} = 4455$$

$$\overline{cd} + \overline{ab} \times (100-1) = 4455$$

$$\overline{cd} + \overline{ab} \times 99 = 4455$$

$$\overline{cd} = 45 \times 99 - \overline{ab} \times 99$$

$$\overline{cd} = (45 - \overline{ab}) \times 99$$

Nhận xét: Tích của 99 và một số tự nhiên là một số tự nhiên bé hơn 100 nên $45 - \overline{ab}$ phải bằng 0 hoặc bằng 1.

- Nếu $45 - \overline{ab} = 0$ thì $\overline{ab} = 45$ và $\overline{cd} = 00$ (loại)

- Nếu $45 - \overline{ab} = 1$ thì $\overline{ab} = 44$ và $\overline{cd} = 99$.



Số cần tìm là 4500 và 4499.

Bài tập áp dụng:

Câu 1. Tìm số có ba chữ số, biết rằng nếu bỏ chữ số hàng trăm thì số đó sẽ giảm đi 3 lần.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$ (a khác 0). Xóa đi chữ số hàng trăm ta được số $\overline{bc}$.

Theo đề bài ta có:

$$\overline{abc} = 3 \times \overline{bc}$$

$$\overline{a00} + \overline{bc} = 3 \times \overline{bc}$$

$$\overline{a00} = 3 \times \overline{bc} - \overline{bc}$$

$$\overline{a00} = 2 \times \overline{bc}$$

Vì $\overline{bc} < 100$ nên $2 \times \overline{bc} < 200$. Suy ra $\overline{a00} < 200$

Vậy $\overline{a00} = 100$. Ta có:

$$100 = 2 \times \overline{bc}$$

$$\overline{bc} = 50$$

Vậy số cần tìm là 150.

Câu 2. Tìm một số tự nhiên, biết rằng nếu xóa đi 2 chữ số cuối thì số đó giảm đi 4491 đơn vị.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}$. Xóa đi chữ số hàng chục và hàng đơn vị được số $\overline{ab}$.

Theo đề bài ta có: $\overline{abcd} - \overline{ab} = 4491$

$$\overline{ab} \times 100 + \overline{cd} - \overline{ab} = 4491$$

$$\overline{cd} + \overline{ab} \times (100 - 1) = 4491$$

$$\overline{cd} + \overline{ab} \times 99 = 4491$$

Ta có $4491 : 99 = 45$ (dư 36)

Hay $4491 = 45 \times 99 + 36$

Vậy số cần tìm là 4536

Đáp số: 4536

Câu 3. Khi xóa đi chữ số hàng trăm của một số tự nhiên có ba chữ số thì số đó giảm đi 5 lần. Tìm số có ba chữ số đó.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$ (a khác 0). Xóa đi chữ số hàng trăm ta được số $\overline{bc}$.

Theo đề bài ta có:



$$\overline{abc} = 5 \times \overline{bc}$$

$$\overline{a00} + \overline{bc} = 5 \times \overline{bc}$$

$$\overline{a00} = 5 \times \overline{bc} - \overline{bc}$$

$$\overline{a00} = 4 \times \overline{bc}$$

Vì $\overline{bc} < 100$ nên $4 \times \overline{bc} < 400$. Suy ra $\overline{a00} < 400$

Với $\overline{a00} = 100$ thì $100 = 4 \times \overline{bc}$. Suy ra $\overline{bc} = 25$. Ta được số 125

Với $\overline{a00} = 200$ thì $200 = 4 \times \overline{bc}$. Suy ra $\overline{bc} = 50$. Ta được số 250 loại

Với $\overline{a00} = 300$ thì $300 = 4 \times \overline{bc}$. Suy ra $\overline{bc} = 75$. Ta được số 375

Vậy số cần tìm là 125, 250 và 375.

Dạng 3: Các bài toán về số tự nhiên và tổng, hiệu, tích các chữ số của nó

Ví dụ 1: Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng: Số đó gấp 5 lần tổng các chữ số của nó?

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$. Theo đề bài ta có:

$$\overline{ab} = 5 \times (a+b)$$

$$10 \times a + b = 5 \times a + 5 \times b$$

$$10 \times a - 5 \times a = 5 \times b - b$$

$$(10 - 5) \times a = (5 - 1) \times b$$

$$5 \times a = 4 \times b$$

Từ đây ta suy ra b chia hết cho 5. Vậy b = 0 hoặc 5

- Nếu b = 0 thì a = 0 (loại)

- Nếu b = 5 thì 5 x a = 20, vậy a = 4

Vậy số cần tìm là 45.

Ví dụ 2: Tìm một số có hai chữ số, biết rằng số đó chia cho hiệu các chữ số của nó được thương bằng 28 và dư 1?

Giải:

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$ và hiệu các chữ số của nó là c.

Theo đề bài ta có:

$$\overline{ab} = c \times 28 + 1$$

Vì $\overline{ab} < 100$ nên c x 28 < 99

Vậy c = 1; 2 hoặc 3

- Nếu c = 1 thì $\overline{ab} = 29$

Thử lại: $9 - 2 = 7$; $29 : 7 = 4$ (dư 1) (loại)



- Nếu $c = 2$ thì $\overline{ab} = 57$

Thử lại: $7 - 5 = 2$; $57 : 2 = 28$ (dư 1)

- Nếu $c = 3$ thì $\overline{ab} = 85$

Thử lại: $8 - 5 = 3$; $85 : 3 = 28$ (dư 1)

Vậy số cần tìm là 57 hoặc 85.

Ví dụ 3: Tìm một số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng số đó gấp 5 lần tích các chữ số của nó.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$.

Theo đề bài ta có:

$$\overline{abc} = 5 \times a \times b \times c$$

Vì $5 \times a \times b \times c$ chia hết cho 5 nên $\overline{abc}$ chia hết cho 5.

Vậy $c = 0$ hoặc 5. Nhưng c không thể bằng 0, vậy $c = 5$

Số cần tìm có dạng $\overline{ab5}$. Thay vào ta có:

$$\overline{ab5} = 5 \times a \times b \times 5$$

$$\overline{ab5} = 25 \times a \times b$$

Vì $25 \times a \times b$ chia hết cho 25 nên $\overline{ab5}$ chia hết cho 25. Suy ra $b = 2$ hoặc 7.

Vì $25 \times a \times b$ là số lẻ nên $b = 7$.

Thay vào ta có $\overline{a75} = 25 \times a \times 7$

Tìm được $a = 1$

Vậy số cần tìm là 175.

Bài tập áp dụng:

Câu 1. Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng số đó gấp 6 lần tổng các chữ số của nó.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$ (a khác 0)

Ta có: $\overline{ab} = 6 \times (a + b)$

$$10 \times a + b = 6 \times a + 6 \times b$$

$$\text{Hay } 4 \times a = 5 \times b$$

Vậy số cần tìm là 54

Câu 2. Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng số đó gấp 7 lần tổng các chữ số của nó.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$ (a khác 0)



Ta có: $\overline{ab} = 7 \times (a+b)$

$$10 \times a + b = 7 \times a + 7 \times b$$

$$3 \times a = 6 \times b$$

$$\text{Hay } a = 2 \times b$$

Vậy số cần tìm là 21, 42, 63, 84.

Câu 3. Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng số đó gấp 21 lần hiệu của chữ số hàng chục và hàng đơn vị.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$ (a khác 0)

$$\text{Ta có: } \overline{ab} = 21 \times (a-b)$$

$$10 \times a + b = 21 \times a - 21 \times b$$

$$22 \times b = 11 \times a$$

$$\text{Hay } a = 2 \times b$$

Vậy số cần tìm là 21, 42, 63, 84.

Câu 4. Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng số đó gấp 3 lần tích các chữ số của nó.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$. Ta có:

$$\overline{ab} = 3 \times a \times b$$

$$\text{Hay } 10 \times a + b = 3 \times a \times b$$

Vế phải chia hết cho a mà $10 \times a$ chia hết cho a. Suy ra b chia hết cho a.

Xét hai trường hợp:

- Nếu $b = a$ thì $10 \times a + a = 3 \times a \times a$ (loại)

- Nếu b khác a, bằng phương pháp thử chọn ta tìm được các số 15 và 24 thỏa mãn điều kiện của đề bài.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: Tìm số tự nhiên có 2 chữ số biết rằng nếu ta viết thêm số 21 vào bên trái số đó ta được số mới gấp 31 lần số cần tìm.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$

Nếu ta viết thêm số 21 vào bên trái số đó ta được số mới là $\overline{21ab}$

$$\text{Ta có } \overline{21ab} = \overline{ab} \times 31$$

$$2100 + \overline{ab} = \overline{ab} \times 31$$

$$\overline{ab} \times 30 = 2100 \quad (\text{bớt cả hai vế đi } \overline{ab})$$



$$\overline{ab} = 2100:30$$

$$\overline{ab} = 70$$

Đáp số: 70

Câu 2: Tìm số tự nhiên có 3 chữ số biết rằng nếu ta viết thêm chữ số 9 vào bên trái số đó ta được số mới gấp 26 lần số cần tìm?

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$

Nếu ta viết thêm chữ số 9 vào bên trái số đó ta được số mới là $9\overline{abc}$

$$\text{Ta có } 9\overline{abc} = \overline{abc} \times 26$$

$$9000 + \overline{abc} = \overline{abc} \times 26$$

$$\overline{abc} \times 25 = 9000 \text{ (bớt cả hai vế đi } \overline{abc} \text{)}$$

$$\overline{abc} = 9000:25$$

$$\overline{abc} = 360$$

Đáp số: 360

Câu 3: Tìm số có 3 chữ số biết rằng khi viết thêm vào bên trái số đó số 32 thì số đó tăng lên 81 lần?

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$

Nếu ta viết thêm số 32 vào bên trái số đó ta được số mới là $32\overline{abc}$

$$\text{Ta có } 32\overline{abc} = \overline{abc} \times 81$$

$$32000 + \overline{abc} = \overline{abc} \times 81$$

$$\overline{abc} \times 80 = 32000 \text{ (bớt cả hai vế đi } \overline{abc} \text{)}$$

$$\overline{abc} = 32000:80$$

$$\overline{abc} = 400$$

Đáp số: 400

Câu 4: Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng khi viết thêm chữ số 5 vào bên phải số đó thì nó tăng thêm 230 đơn vị.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$

Khi viết thêm chữ số 5 vào bên phải ta được số $\overline{ab5}$

Theo đề bài ta có:

$$\overline{ab5} = \overline{ab} + 230$$



$$\overline{ab} \times 10 + 5 = \overline{ab} + 230$$

$$\overline{ab} \times 10 - \overline{ab} = 230 - 5$$

$$\overline{ab} \times 9 = 225$$

$$\overline{ab} = 225 : 9 = 25$$

$$\text{Thử lại: } 255 - 25 = 230$$

Vậy số cần tìm là 25.

Câu 5. Khi viết thêm số 12 vào bên phải một số tự nhiên có ba chữ số thì số đó tăng thêm 53769 đơn vị. Tìm số có ba chữ số đó.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$

Khi viết thêm số 12 vào bên phải ta được số $\overline{abc12}$

Theo đề bài ta có:

$$\overline{abc12} = \overline{abc} + 53769$$

$$\overline{abc} \times 100 + 12 = \overline{abc} + 53769$$

$$\overline{abc} \times 100 - \overline{abc} = 53769 - 12$$

$$\overline{abc} \times 99 = 53757$$

$$\overline{abc} = 53757 : 99 = 543$$

$$\text{Thử lại: } 54312 - 543 = 53769$$

Vậy số cần tìm là 543.

Câu 6: Tìm số có 3 chữ số biết rằng nếu ta viết thêm chữ số 0 xen giữa chữ số hàng trăm và chữ số hàng chục ta được số mới gấp 7 lần số cần tìm.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$

Nếu viết số 0 vào giữa hai chữ số của số đó ta được số mới là $\overline{a0bc}$

$$\text{Ta có } \overline{a0bc} = \overline{abc} \times 7$$

$$a \times 1000 + bc = (a \times 100 + bc) \times 7 \quad (\text{phân tích cấu tạo số})$$

$$a \times 1000 + bc = a \times 700 + bc \times 7 \quad (\text{Bỏ ngoặc ở vế phải})$$

$$a \times 300 = bc \times 6 \quad (\text{trừ cả hai vế cho } a \times 700 + bc)$$

$$a \times 50 = bc \quad (\text{Chia cả 2 vế cho 6})$$

$$\text{Vậy } a = 1 \text{ và } bc = 5$$

Đáp số: 150



Câu 7: Tìm số có hai chữ số biết rằng khi ta viết thêm 12 xen giữa hai chữ số của nó ta sẽ được số mới gấp 85 lần số cần tìm.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$

Nếu viết số 12 vào giữa hai chữ số của số đó ta được số mới là $\overline{a12b}$

Ta có $\overline{a12b} = \overline{ab} \times 85$

$a \times 1000 + 120 + b = (a \times 10 + b) \times 85$ (phân tích cấu tạo số)

$a \times 1000 + 120 + b = a \times 850 + b \times 85$ (Bỏ ngoặc ở vế phải)

$a \times 150 + 120 = b \times 84$ (trừ cả hai vế cho $a \times 850 + b$)

$a \times 25 + 20 = b \times 14$ (Chia cả 2 vế cho 6)

Ta có $a \times 25 + 20$ chia hết cho 5 nên $b \times 14$ chia hết cho 5.

$\Rightarrow b$ chia hết cho 5. Mà b không thể bằng 0 vì khi đó $a < 0$.

Do đó $b = 5 \Rightarrow a = 2$

Thử lại $2125 = 25 \times 85$

Vậy số cần tìm là 25.

Câu 8. Khi xóa đi chữ số hàng trăm của một số tự nhiên có ba chữ số thì số đó giảm đi 9 lần. Tìm số có ba chữ số đó.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$. Xóa đi chữ số hàng trăm ta được số $\overline{bc}$.

Theo đề bài ta có:

$$\overline{abc} = 9 \times \overline{bc}$$

$$\overline{a00} + \overline{bc} = 9 \times \overline{bc}$$

$$\overline{a00} = 9 \times \overline{bc} - \overline{bc}$$

$$\overline{a00} = (9-1) \times \overline{bc}$$

$$\overline{a00} = 8 \times \overline{bc} \quad (*)$$

Vì $8 \times \overline{bc}$ chia hết cho 8 nên $\overline{a00}$ chia hết cho 8. Do đó a chia hết cho 8.

Mặt khác, vì $\overline{bc} < 100$ nên $8 \times \overline{bc} < 800$

Từ đó suy ra $a < 8$. Vậy $a = 2$ hoặc 4:

- Thay $a = 2$ vào (*) ta được: $200 = 8 \times \overline{bc} \Rightarrow \overline{bc} = 25$

- Thay $a = 4$ vào (*) ta được: $400 = 8 \times \overline{bc} \Rightarrow \overline{bc} = 50$

Vậy số cần tìm là 225 hoặc 450.

Câu 9. Khi xóa đi chữ số hàng nghìn của một số tự nhiên có bốn chữ số thì số đó giảm đi 9 lần. Tìm số có bốn chữ số đó.

**Giải**

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}$. Xóa đi chữ số hàng nghìn ta được $\overline{bcd}$.

Theo đề bài ta có:

$$\overline{abcd} = 9 \times \overline{bcd}$$

$$\overline{a000} + \overline{bcd} = 9 \times \overline{bcd}$$

$$\overline{a000} = 9 \times \overline{bcd} - \overline{bcd}$$

$$\overline{a000} = 8 \times \overline{bcd} \quad (*)$$

Vì $\overline{bcd} < 1000$ nên $8 \times \overline{bcd} < 8000$

Từ đó $a < 8$. Ta có bảng sau:

$\overline{a000}$	$\overline{bcd}$	$\overline{abcd}$
1000	125	1125
2000	250	2250
3000	375	3375
4000	500	4500
5000	625	5625
6000	750	6750
7000	875	7875

Các số thỏa mãn đề bài là: 1125; 2250; 3375; 4500; 5625; 6750; 7875.

Câu 10. Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng nếu lấy số đó chia cho tổng các chữ số của nó ta được thương bằng 5 và dư 12.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$. Ta có:

$$\overline{ab} = 5 \times (a+b) + 12$$

$$a+b > 12$$

$$10 \times a + b = 5 \times a + 5 \times b + 12$$

$$5 \times a = 4 \times b + 12 \quad (1)$$

Về phải chia hết cho 4 nên $5 \times a$ chia hết cho 4.

Vậy $a = 4$ hoặc $a = 8$.

- Thay $a = 4$ vào (1) tìm được $b = 2$ (loại vì $a+b = 6 < 12$)

- Thay $a = 8$ vào (1) tìm được $b = 7$ (thỏa mãn)

Vậy số cần tìm là 87.

Câu 11. Tìm số có hai chữ số, biết rằng nếu lấy số đó chia cho hiệu của chữ số hàng chục và hàng đơn vị của nó ta được thương là 26 và dư 1.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$ và hiệu các chữ số của nó bằng c



Theo bài ra ta có $\overline{ab} = c \times 26 + 1$

Vì $\overline{ab}$ là số có hai chữ số nên $c = 1$ hoặc $c = 2$ hoặc $c = 3$

- Nếu $c = 1$ thì $\overline{ab} = 27$. Thử lại $7 - 2 = 5$ khác 1 (loại)

- Nếu $c = 2$ thì $\overline{ab} = 53$.

Thử lại: $5 - 3 = 2$; $53 : 2 = 26$ dư 1 (chọn)

- Nếu $c = 3$ thì $\overline{ab} = 79$. Thử lại $9 - 7 = 2$ khác 3 (loại)

Vậy số cần tìm là 53.

Câu 12. Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng khi chia số đó cho tổng các chữ số của nó ta được thương bằng 11.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$. Ta có:

$$\overline{abc} = (a+b+c) \times 11$$

$$100 \times a + 10 \times b + c = 11 \times a + 11 \times b + 11 \times c$$

$$89 \times a = b + 10 \times c$$

$$89 \times a = \overline{cb}$$

Với $a = 1$ thì $b = 9$; $c = 8$

Vậy số cần tìm là 198

Câu 13. Tìm số có bốn chữ số mà chữ số tận cùng là 5. Nếu chuyển chữ số 5 này lên đầu thì ta được một số kém số đó 531 đơn vị.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abc5}$

Theo đề bài ta có: $\overline{abc5} - 531 = \overline{5abc}$

$$\overline{abc} \times 10 + 5 - 531 = 5000 + \overline{abc}$$

$$\overline{abc} \times 9 + 5 - 531 = 5000$$

$$\overline{abc} \times 9 = 5000 + 531 - 5$$

$$\overline{abc} \times 9 = 5526$$

$$\overline{abc} = 5526 : 9 = 614$$

Vậy số cần tìm là 6145

Câu 14. Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng nếu chuyển chữ số 7 tận cùng của số đó lên đầu thì được một số mới gấp 2 lần số cũ và thêm 21 đơn vị.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{ab7}$



Theo đề bài ta có $\overline{7ab} = \overline{ab7} \times 2 + 21$

$$700 + \overline{ab} = (\overline{ab} \times 10 + 7) \times 2 + 21$$

$$700 + \overline{ab} = \overline{ab} \times 20 + 14 + 21$$

$$665 = \overline{ab} \times 19 \quad (\text{Bớt cả hai vế đi } 14 + 21 \text{ và } \overline{ab})$$

$$\overline{ab} = 665 : 19 = 35$$

Vậy số cần tìm là 357.

Câu 15. Tìm số có hai chữ số, biết rằng đổi chỗ hai chữ số của nó cho nhau ta được một số hơn 4 lần số ban đầu là 3 đơn vị.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$.

Theo đề bài ta có: $\overline{ba} = 4 \times \overline{ab} + 3$

$$10 \times b + a = 4 \times (10 \times a + b) + 3$$

$$10 \times b + a = 40 \times a + 4 \times b + 3$$

$$6 \times b = 39 \times a + 3 \quad (\text{Bớt cả 2 vế đi } 4 \times b + a)$$

$$2 \times b = 13 \times a + 1$$

Vì $b < 10$ nên $2 \times b < 20$. Do đó $a = 1$

$$\text{Ta có } 2 \times b = 13 \times 1 + 1 = 14. \text{ Vậy } b = 7$$

Số cần tìm là 17.

Câu 16. Tìm các số có 3 chữ số biết rằng nếu chuyển chữ số đầu xuống cuối ta được một số bằng $\frac{3}{4}$ số đã cho.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$

$$\text{Theo đề bài ta có } \overline{bca} = \frac{3}{4} \times \overline{abc}$$

$$\text{Hay } \overline{abc} \times 3 = \overline{bca} \times 4$$

$$(a \times 100 + bc) \times 3 = (bc \times 10 + a) \times 4$$

$$a \times 300 + \overline{bc} \times 3 = \overline{bc} \times 40 + a \times 4$$

$$a \times 296 = \overline{bc} \times 37$$

$$a \times 8 = \overline{bc} \quad (\text{Chia cả 2 vế cho } 37)$$

$a > 1$ để $\overline{bc}$ có hai chữ số.

a	$\overline{bc}$	$\overline{abc}$
2	16	216



3	24	324
4	32	432
5	40	540
6	48	648
7	56	756
8	64	864
9	72	972

Vậy các số thỏa mãn là: 216, 324, 432, 540, 648, 756, 864, 972.

Câu 17. Tìm một số có ba chữ số, biết rằng nếu chuyển chữ số cuối lên đầu ta được một số hơn 5 lần số đã cho là 25 đơn vị.

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$

Theo đề bài ta có $\overline{abc} \times 5 + 25 = \overline{cab}$

$((\overline{ab} \times 10 + c) \times 5 + 25 = c \times 100 + \overline{ab}$ (nhân một tổng với một số)

$\overline{ab} \times 50 + c \times 5 + 25 = c \times 100 + \overline{ab}$ (nhân một tổng với một số)

$\overline{ab} \times 49 + 25 = c \times 95$ (cùng bớt cả 2 vế đi $\overline{ab} + c \times 5$)

$\overline{ab} \times 49 = c \times 95 - 25$

Vì $c < 10$ nên $c \times 95 - 25 < 925$

Do đó $\overline{ab} < 20$ nên $a = 1$

Ta có $1\overline{b} \times 49 = c \times 95 - 25$

Vì $c \times 95 - 25$ chia hết cho 5 nên $1\overline{b} \times 49$ chia hết cho 5. Do đó $b = 0$ hoặc 5

- Nếu $b = 0$ thì $10 \times 49 = c \times 95 - 25$ hay $515 = c \times 95$ (Loại vì 515 không chia hết cho 95)

- Nếu $b = 5$ thì $15 \times 49 = c \times 95 - 25$ hay $760 = c \times 95 \Rightarrow c = 8$

Vậy số cần tìm là 158.

Câu 18. Tìm số tự nhiên biết rằng tổng của số đó với các chữ số của nó bằng 2002.

Giải

Số tự nhiên đó không thể có 5 chữ số hay nhiều hơn vì tổng của nó với các chữ số của nó là 2002.

Số tự nhiên đó không thể có 3 chữ số hay bé hơn vì: $999 + 9 + 9 + 9 < 2002$

Vậy số cần tìm có 4 chữ số. Gọi số đó là $\overline{abcd}$. Ta có:

$\overline{abcd} + a + b + c + d = 2002$ với $a < 3$

Vì $a < 10, b < 10, c < 10, d < 10$ nên $a + b + c + d < 40$

Suy ra $\overline{abcd} > 2002 - 40 = 1962$

Như vậy số đó có dạng $19\overline{cd}$ và $20\overline{cd}$



TH1: Nếu số đó là $\overline{19cd}$ ta có:

$$\overline{19cd} + 1 + 9 + c + d = 2002$$

$$\overline{cd} + c + d = 92$$

Tìm được $c=8, d=2$

Vậy số đó là 1982.

TH2: Số đó là $\overline{20cd}$ ta có:

$$\overline{20cd} + 2 + 0 + c + d = 2002$$

$$\overline{cd} + c + d = 0$$

Nên $c = d = 0$. Số đó là 2000

Vậy số cần tìm là 1982 và 2000.

Câu 19. Thay các chữ a, b, c, d bằng các chữ số thích hợp: $\overline{abc} \times \overline{dd} = 7733$

Giải

$$\overline{abc} \times \overline{dd} = 7733$$

$$\overline{abc} \times d \times 11 = 703 \times 11$$

$$\overline{abc} \times d = 703 \quad (\text{Chia cả 2 vế cho 11})$$

Vì 703 duy nhất bằng 703×1

Nên $\overline{abc} = 703$ và $d = 1$

Vậy $a=7, b=0, c=3, d=1$

Câu 20. Tìm chữ số a và b: $\overline{1ab} \times 126 = 201ab$

Giải

$$\overline{1ab} \times 126 = \overline{201ab}$$

$$\overline{1ab} \times 26 = 20000 + \overline{1ab}$$

$$\overline{1ab} \times 125 = 20000 \quad (\text{Bớt cả hai vế đi } \overline{1ab})$$

$$\overline{1ab} = 20000 : 125 = 160$$

Vậy $a=6, b=0$

Câu 21. Tìm chữ số a, b, c, d: $\overline{ab} \times \overline{cd} = \overline{bbb}$

Giải

$$\overline{ab} \times \overline{cd} = \overline{bbb}$$

$$\overline{ab} \times \overline{cd} = b \times 111$$

$$\overline{ab} \times \overline{cd} = b \times 3 \times 37$$



$\overline{ab}$ hoặc $\overline{cd}$ chia hết cho 37. Nên $\overline{ab}$ hoặc $\overline{cd}$ bằng 37 hoặc 74.

- Trường hợp 1: Nếu $\overline{ab} = 37$ tức là $b = 7$, ta có $\overline{cd} = 777:37 = 21$

Vậy $a=3, b=7, c=2, d=1$

- Trường hợp 2: Nếu $\overline{ab} = 74$ thì $b = 4$, ta có $\overline{cd} = 444:74 = 6$ (loại)

- Trường hợp 3: Nếu $\overline{cd} = 37$ suy ra $\overline{ab} = b \times 3$

Vì $b \times 3$ tận cùng bằng b . Suy ra $b = 5$, $\overline{ab} = 5 \times 3 = 15$

Vậy $a=1, b=5, c=3, d=7$

- Trường hợp 4: Nếu $\overline{cd} = 74$

Ta có $\overline{ab} \times 2 = b \times 3$

$$(10 \times a + b) \times 2 = b \times 3$$

$20 \times a = b$ (Loại vì nếu a nhỏ nhất bằng 1 thì $b=20$)

Câu 22. Tìm chữ số a và b sao cho $a \times b \times ba = aaa$

Giải

$$a \times b \times \overline{ba} = \overline{aaa}$$

$$a \times b \times \overline{ba} = a \times 111$$

$$a \times b \times \overline{ba} = a \times 3 \times 37$$

$$b \times \overline{ba} = 3 \times 37 \text{ (Chia cả hai vế cho } a)$$

$$\text{Suy ra } b = 3, \overline{ba} = 37$$

$$\text{Vậy } a=7, b=3$$

Câu 23. Tìm các chữ số a và b sao cho $ab \times aba = abab$

Giải

$$\overline{ab} \times \overline{aba} = \overline{abab}$$

$$\overline{ab} \times \overline{aba} = \overline{ab} \times 101$$

$$\overline{aba} = 101$$

$$\text{Vậy } a=1, b=0$$

Câu 24. Tìm các chữ số a, b, c sao cho $abc - cb = ac$

Giải

Theo đề bài ta có (đặt tính cộng):

$$\begin{array}{r} \overline{ac} \\ + \overline{cb} \end{array}$$



$\overline{abc}$

- Xét hàng đơn vị $b=0(c+0=c)$

- Tổng hai số có hai chữ số không quá 200 nên $a=1$

Ở hàng chục $1+c=10$ nên $c=9$

Vậy $a=1, b=0, c=9$

Thử lại $109-90=19$



CHUYÊN ĐỀ 6: BÀI TOÁN TỈ LỆ THUẬN – TỈ LỆ NGHỊCH

Dạng 1: Các bài toán về đại lượng tỉ lệ thuận

Phương pháp giải:

Hai đại lượng gọi là tỉ lệ thuận nếu đại lượng này tăng (hoặc giảm) bao nhiêu lần thì đại lượng kia cũng tăng (hoặc giảm) bấy nhiêu lần.

Khi giải các bài toán về đại lượng tỉ lệ thuận ta có thể dùng phương pháp rút về đơn vị, phương pháp dùng tỉ số hoặc quy tắc tam suất thuận.

Ví dụ 1: Một ô tô trong 5 giờ đi được 135 km. Hỏi trong 7 giờ ô tô đó đi được bao nhiêu ki-lô-mét? (Biết quãng đường ô tô đó đi được trong mỗi giờ là như nhau)

Tóm tắt

5 giờ: 135 km

7 giờ: ? km

Giải:

Trong 1 giờ, ô tô đi được $135 : 5 = 27$ (km)

Trong 7 giờ, ô tô đi được $27 \times 7 = 189$ (km)

Đáp số: 189 km

Ví dụ 2: Một đơn vị vận tải đã huy động 8 xe để chở 480 tấn hàng trong thời gian quy định. Sau khi chở được 160 tấn thì đơn vị được giao nhiệm vụ chở thêm 640 tấn hàng nữa. Hỏi đơn vị đó phải huy động thêm bao nhiêu xe để chở xong lô hàng trong thời gian quy định. Biết rằng sức chở của mỗi xe là như nhau.

Giải

Cách 1: (Rút về đơn vị)

Số hàng còn lại là $480 - 160 = 320$ (tấn)

Số hàng 1 xe phải chở là $320 : 8 = 40$ (tấn)

Số xe phải huy động thêm là $640 : 40 = 16$ (xe)

Đáp số: 16 xe

Cách 2: (Phương pháp dùng tỉ số)

Số hàng còn lại là $480 - 160 = 320$ (tấn)

Số tấn hàng phải chở thêm gấp số tấn hàng còn lại là $640 : 320 = 2$ (lần)

Số xe cần huy động thêm là $8 \times 2 = 16$ (xe)

Đáp số: 16 xe

Cách 3 (quy tắc tam suất thuận)

Số hàng còn lại là $480 - 160 = 320$ (tấn)

Số xe cần huy động thêm là $640 : 320 \times 8 = 16$ (xe)

Đáp số: 16 xe



Dạng 2: Các bài toán về đại lượng tỉ lệ nghịch

Phương pháp giải:

Hai đại lượng gọi là tỉ lệ nghịch nếu đại lượng này tăng (hoặc giảm) bao nhiêu lần thì đại lượng kia cũng giảm (hoặc tăng) bấy nhiêu lần.

Khi giải các bài toán về đại lượng tỉ lệ thuận ta có thể dùng phương pháp rút về đơn vị, phương pháp dùng tỉ số hoặc quy tắc tam suất nghịch.

Ví dụ 1: 10 người làm xong một công việc phải hết 7 ngày. Nay muốn làm xong công việc đó trong 5 ngày thì cần bao nhiêu người? (Mức làm mỗi người như nhau).

Tóm tắt

10 người: 7 ngày

? người: 5 ngày

Giải

1 người làm xong công việc hết số ngày là $10 \times 7 = 70$ (ngày)

Để làm xong công việc trong 5 ngày cần số người là $70 : 5 = 14$ (người)

Đáp số: 14 người

Ví dụ 2: Một đội công nhân gồm 8 người được giao đắp một đoạn đường trong 20 ngày. Sau khi đắp được 5 ngày, đội đó được bổ sung thêm 16 người về cùng làm. Hỏi đơn vị đó đắp xong đoạn đường được giao trong bao nhiêu ngày? Biết năng suất làm việc của mọi người trong một ngày là như nhau.

Giải

Cách 1 (Phương pháp rút về đơn vị)

Thời gian để đội công nhân đó làm xong công việc còn lại là $20 - 5 = 15$ (ngày)

Số người của đội đó sau khi được bổ sung thêm là $8 + 16 = 24$ (người)

Thời gian để 1 người làm xong công việc còn lại là $15 \times 8 = 120$ (ngày)

Thời gian để đội công nhân đó sau khi được bổ sung thêm người làm xong công việc còn lại là $120 : 24 = 5$ (ngày)

Thời gian để cả đội công nhân hoàn thành toàn bộ công việc được giao là $5 + 5 = 10$ (ngày)

Đáp số: 10 ngày

Cách 2 (Phương pháp dùng tỉ số)

Thời gian để đội công nhân đó làm xong công việc còn lại là $20 - 5 = 15$ (ngày)

Số người của đội đó sau khi được bổ sung thêm là $8 + 16 = 24$ (người)

Số người của đội đó sau khi được bổ sung thêm gấp số người lúc đầu là $24 : 8 = 3$ (lần)

Thời gian để đội đó làm xong công việc còn lại là $15 : 3 = 5$ (ngày)

Thời gian để cả đội công nhân hoàn thành toàn bộ công việc được giao là $5 + 5 = 10$ (ngày)



Đáp số: 10 ngày

Ví dụ 3: Một đơn vị thanh niên xung phong chuẩn bị một số gạo đủ cho đơn vị ăn trong 30 ngày. Sau 10 ngày đơn vị nhận thêm 10 người nữa. Hỏi số gạo còn lại đơn vị sẽ đủ ăn trong bao nhiêu ngày, biết lúc đầu đơn vị có 90 người?

Giải

Sau 10 ngày, số gạo còn lại dự định đủ ăn trong số ngày là $30 - 10 = 20$ (ngày)

1 người theo dự định ăn hết số gạo trong số ngày là $90 \times 20 = 1800$ (ngày)

Sau khi thêm 10 người đơn vị có số người là $90 + 10 = 100$ (người)

Thực tế, số gạo còn lại đủ ăn trong số ngày là $1800 : 100 = 18$ (ngày)

Đáp số: 18 ngày

Dạng 3: Bài toán về tỉ lệ kép

Ví dụ 1: Một đội công nhân có 8 người trong 6 ngày đắp được 360 m đường. Hỏi một đội công nhân có 12 người đắp xong 1080 m đường trong bao nhiêu ngày? (Năng suất làm việc mỗi người như nhau)

Phương pháp giải:

Bài toán 1:

Ta có thể phân tích bài toán đã cho thành hai bài toán như sau:

8 người đắp 360 m đường trong 6 ngày

8 người đắp 1080 m đường trong ? ngày

(Giải ra ta tìm được a ngày)

Bài toán 2:

8 người đắp 1080 m đường trong a ngày

12 người đắp 1080 m đường trong ? ngày

Giải

8 người đắp 1080 m đường trong số ngày là $(1080 : 360) \times 6 = 18$ (ngày)

12 người đắp 1080 m đường trong số ngày là $8 \times 18 : 12 = 12$ (ngày)

Đáp số: 12 ngày

Ví dụ 2: Một phân xưởng được giao kế hoạch sản xuất một lô hàng. Nếu huy động 12 công nhân, mỗi công nhân sản xuất một ngày được 50 sản phẩm thì sẽ hoàn thành kế hoạch trong 16 ngày. Hỏi nếu huy động 15 công nhân, mỗi công nhân sản xuất một ngày được 80 sản phẩm thì phân xưởng đó sẽ hoàn thành kế hoạch trong bao nhiêu ngày?

Phương pháp giải:

Ta có thể phân tích bài toán đã cho thành hai bài toán như sau:

Bài toán 1:

12 công nhân – mỗi người sản xuất 1 ngày được 50 sản phẩm: 16 ngày



12 công nhân – mỗi người sản xuất 1 ngày được 80 sản phẩm: ? ngày

(Giải bài toán ta tìm được a ngày)

Bài toán 2:

12 công nhân – mỗi công nhân sản xuất 1 ngày được 80 sản phẩm: a ngày

15 công nhân – mỗi công nhân sản xuất 1 ngày được 80 sản phẩm: ? ngày

Giải

Với 12 công nhân, mỗi công nhân sản xuất một ngày được 80 sản phẩm thì hoàn thành kế hoạch trong thời gian là $50 \times 16 : 80 = 10$ (ngày)

Nếu huy động 15 công nhân, mỗi công nhân sản xuất một ngày được 80 sản phẩm thì hoàn thành kế hoạch trong số ngày là $10 \times 12 : 15 = 8$ (ngày)

Đáp số: 8 ngày

Ví dụ 3: Một đơn vị bộ đội gồm 20 người được giao đắp một đoạn đường dài 800m trong 10 ngày. Trước khi khởi công, đơn vị được bổ sung thêm 30 người và được giao đắp thêm một đoạn đường dài 400 m nữa. Hỏi đơn vị đó sẽ hoàn thành kế hoạch trong bao nhiêu ngày? Biết năng suất làm việc của mọi người trong một ngày là như nhau.

Giải

Tổng số người của đơn vị đó sau khi được bổ sung thêm là $20 + 30 = 50$ (người)

Chiều dài đoạn đường đơn vị đó được giao đắp là $800 + 400 = 1200$ (m)

Thời gian để 50 người đắp xong một đoạn đường dài 800 m là $10 \times 20 : 50 = 4$ (ngày)

Thời gian để 50 người đắp xong một đoạn đường dài 1200m là $4 \times 1200 : 800 = 6$ (ngày)

Đáp số: 6 ngày

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Trong dịp tết, một cửa hàng đã chuẩn bị một số hộp mứt đủ bán trong 20 ngày, nếu mỗi ngày bán 320 hộp. Thực tế mỗi ngày cửa hàng bán 400 hộp. Hỏi số hộp mứt đó đủ cho cửa hàng bán trong bao nhiêu ngày?

Bài 2. Nhà bếp chuẩn bị đủ thực phẩm cho 150 người ăn trong 8 ngày. Vì có thêm một số người đến ăn nên số thực phẩm đó chỉ đủ ăn trong 5 ngày. Hỏi số người mới đến thêm là bao nhiêu người? (Mức ăn của mỗi người như nhau).

Bài 3. Một tổ công nhân có 8 người dự định làm xong một sân bóng chuyền trong 6 ngày, nhưng sau đó người ta quyết định làm xong sân bóng chuyền sớm hơn 2 ngày. Hỏi như vậy phải bổ sung thêm bao nhiêu công nhân?

Bài 4. Một đơn vị bộ đội có 120 người, đã chuẩn bị đủ lương thực để ăn trong 50 ngày, nhưng sau 20 ngày đơn vị được bổ sung thêm 30 người. Hỏi số lương thực còn lại được ăn hết trong bao nhiêu ngày?

Bài 5. Một đơn vị bộ đội chuẩn bị đủ gạo cho 750 người ăn trong 45 ngày. Sau 4 ngày có một số người mới đến nên tính ra số gạo chỉ còn đủ ăn trong 25 ngày. Hỏi có bao nhiêu người mới đến?

Bài 6. Một đơn vị quân đội chuẩn bị đủ gạo cho 750 người ăn trong 50 ngày, nhưng sau 10 ngày đơn vị đó được bổ sung một số người, do đó anh quản lý tính ra số gạo còn lại chỉ đủ ăn trong 25 ngày. Hỏi số người đến thêm là bao nhiêu?



Bài 7. 8 người làm 500 sản phẩm hết 4 giờ. Hỏi cũng năng suất ấy thì 16 người làm 1000 sản phẩm hết bao lâu?

Bài 8. Đội xe thứ nhất có 5 xe tải, trong 6 ngày chuyển được 144 tấn gạo. Hỏi đội xe thứ hai có 15 xe tải trong 3 ngày thì chuyển được bao nhiêu tấn gạo? (Biết sức chở của mỗi xe như nhau).

Bài 9. Một tổ thợ mộc có 3 người trong 5 ngày đóng được 75 cái ghế. Hỏi cũng với năng suất ấy, nếu tổ có 5 người làm trong 7 ngày thì sẽ đóng được bao nhiêu cái ghế?

Bài 10: Một trường học động học sinh cuộc đất tăng gia. Năng suất cuộc của mỗi em là như nhau. Hôm đầu 30 em cuộc trong 2 giờ được 64 m². Hỏi hôm sau 50 em cuộc trong 3 giờ thì được bao nhiêu mét vuông?

Bài 11. 9 người cuộc 540 m² đất trong 5 giờ. Hỏi cũng với năng suất ấy thì 18 người cuộc 270 m² trong bao lâu?

Bài 12: Một đội 38 công nhân nhận sửa 1330 m đường trong 5 ngày. Hỏi nếu muốn sửa 1470 m đường trong 2 ngày thì cần bao nhiêu công nhân?

Bài 13: Trong 2 ngày với 8 người thì sửa được 64 m đường. Vậy trong 5 ngày với 9 người thì sửa được bao nhiêu m đường?

Bài 14. 15 công nhân mỗi ngày làm 8 giờ thì hoàn thành công việc được giao sau 20 ngày. Hỏi nếu thêm 5 công nhân và mỗi ngày làm 10 giờ thì sẽ hoàn thành công việc đó sau bao nhiêu ngày?

Bài 15. Một tổ 12 người làm trong 3 ngày được 144 sản phẩm. Hỏi nếu muốn làm được 120 sản phẩm trong 2 ngày thì cần phải có bao nhiêu người? (Mức làm của mỗi người như nhau)

Bài 16: 50 người thợ xây xong một bể bơi trong 42 ngày. Làm được 15 ngày thì có một số thợ đến giúp, vì vậy công việc hoàn thành sớm hơn 12 ngày. Hỏi có bao nhiêu thợ đến giúp?

Bài 17. 5 học sinh may 15 cái áo mất 3 giờ. Hỏi 8 em may 32 áo mất bao lâu, biết năng suất mỗi em đều như nhau.

Bài 18. Học sinh một trường học lao động tiết kiệm giấy. Buổi đầu 25 em làm xong 400 phong bì mất 4 giờ. Hỏi buổi sau 45 em làm 900 phong bì mất bao nhiêu lâu (năng suất mỗi em đều như nhau)?

Bài 19. 12 chị công nhân dệt trong 3 ngày được 120 tà áo. Hỏi nếu muốn dệt 180 tà áo trong 2 ngày thì cần bao nhiêu công nhân, biết năng suất mỗi người đều như nhau.

Bài 20. An và Bình cùng đọc 2 quyển truyện giống nhau. Trung bình 1 ngày An đọc được 10 trang, Bình đọc được 15 trang. Hỏi quyển truyện dày bao nhiêu trang, biết An bắt đầu đọc sau Bình 2 ngày và Bình đọc xong trước An 7 ngày?

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1

Tóm tắt

Mỗi ngày 320 hộp: 20 ngày

Mỗi ngày 400 hộp: ? ngày

Giải

Cửa hàng đã chuẩn bị số hộp mứt là $320 \times 20 = 6400$ (hộp)

Thực tế, số hộp mứt đó đủ cho cửa hàng bán trong số ngày là $6400 : 400 = 16$ (ngày)

Đáp số: 16 ngày



Bài 2

Một người ăn hết số thực phẩm đó trong số ngày là $150 \times 8 = 1200$ (ngày)

Số người để ăn hết số thực phẩm đó trong 5 ngày là $1200 : 5 = 240$ (người)

Số người đến thêm là $240 - 150 = 90$ (người)

Đáp số: 90 người

Bài 3

Thời gian quyết định làm xong sân bóng chuyền là $6 - 2 = 4$ (ngày)

Nếu làm xong sân bóng chuyền trong 1 ngày thì cần số công nhân là $8 \times 6 = 48$ (công nhân)

Để làm xong sân bóng trong 4 ngày cần số công nhân là $48 : 4 = 12$ (công nhân)

Số công nhân phải bổ sung thêm là $12 - 8 = 4$ (công nhân)

Đáp số: 4 công nhân

Bài 4

Sau 20 ngày, số lương thực còn lại đủ cho 120 người ăn trong số ngày là $50 - 20 = 30$ (ngày)

1 người ăn hết số lương thực còn lại đó trong số ngày là $30 \times 120 = 3600$ (ngày)

Sau khi bổ sung thêm 30 người, đơn vị có số người là $120 + 30 = 150$ (người)

Số lương thực còn lại được ăn hết trong số ngày là $3600 : 150 = 24$ (ngày)

Đáp số: 24 ngày

Bài 5

Sau 4 ngày, số lương thực còn lại đủ cho 750 người ăn trong số ngày là $45 - 4 = 41$ (ngày)

1 người ăn hết số lương thực còn lại trong số ngày là $750 \times 41 = 30750$ (ngày)

Số người để ăn hết số lương thực còn lại trong 25 ngày là $30750 : 25 = 1230$ (người)

Số người đến thêm là $1230 - 750 = 480$ (người)

Đáp số: 480 người

Bài 6

Sau 10 ngày, số lương thực còn lại đủ cho 750 người ăn trong số ngày là $50 - 10 = 40$ (ngày)

1 người ăn hết số lương thực còn lại trong số ngày là $750 \times 40 = 30000$ (ngày)

Số người để ăn hết số lương thực còn lại trong 25 ngày là $30000 : 25 = 1200$ (người)

Số người đến thêm là $1200 - 750 = 450$ (người)

Đáp số: 450 người

Bài 7

8 người làm 1000 sản phẩm trong số giờ là $(1000 : 500) \times 4 = 8$ (giờ)

16 người làm 1000 sản phẩm trong số giờ là $8 : 2 = 4$ (giờ)

Đáp số: 4 giờ

Bài 8

Tóm tắt

5 xe trong 6 ngày: 144 tấn

15 xe trong 3 ngày: ? tấn



Giải

5 xe tải trong 3 ngày chuyển được số tấn gạo là $144 : 2 = 72$ (tấn)

15 xe tải trong 3 ngày thì chuyển được số tấn gạo là $72 \times (15 : 5) = 216$ (tấn)

Đáp số: 216 tấn

Bài 9

Tóm tắt

3 người trong 5 ngày: 75 cái ghế

5 người trong 7 ngày: ? cái ghế

Giải

3 người trong 7 ngày đóng được số cái ghế là $7 \times 75 : 5 = 105$ (cái ghế)

5 người trong 7 ngày đóng được số cái ghế là $5 \times 105 : 3 = 175$ (cái ghế)

Đáp số: 175 cái ghế

Bài 10

Tóm tắt

30 em trong 2 giờ: 64 m²

50 em trong 3 giờ: ? m²

30 em cuốc trong 3 giờ được số mét vuông là $3 \times 64 : 2 = 96$ (m²)

50 em cuốc trong 3 giờ được số mét vuông là $50 \times 96 : 30 = 160$ (m²)

Đáp số: 160 m²

Bài 11

Tóm tắt

9 người cuốc 540 m² : 5 giờ

18 người cuốc 270 m² : ? giờ

Giải

540m² gấp 270m² số lần là $540 : 270 = 2$ (lần)

9 người cuốc 270 m² trong số giờ là $5 : 2 = \frac{5}{2}$ (giờ)

18 người cuốc 270m² trong số giờ là $\frac{5}{2} : 2 = \frac{5}{4}$ (giờ)

Đáp số: $\frac{5}{4}$ giờ

Bài 12

Tóm tắt

1330 m trong 5 ngày: 38 người

1470 m trong 2 ngày: ? người

Giải

Nếu muốn sửa 1330m đường trong 2 ngày cần số người là $38 \times 5 : 2 = 95$ (người)



Nếu muốn sửa 1470 m đường trong 2 ngày thì cần số công nhân là $1470 \times 95 : 1330 = 105$ (người)

Đáp số: 105 người

Bài 13

Tóm tắt

2 ngày với 8 người: 64 m

5 ngày với 9 người: ? m

Giải

2 ngày với 9 người thì sửa được số mét đường là $9 \times 64 : 8 = 72$ (m)

5 ngày với 9 người thì sửa được số mét đường là $5 \times 72 : 2 = 180$ (m)

Đáp số: 180 m

Bài 14

Tóm tắt

15 công nhân – 8 giờ: 20 ngày

Thêm 5 công nhân – 10 giờ: ? ngày

Giải

Nếu thêm 5 công nhân thì đội đó có số người là $15 + 5 = 20$ (người)

15 công nhân mỗi ngày làm 10 giờ thì hoàn thành công việc trong số ngày là $20 \times 8 : 10 = 16$ (ngày)

20 công nhân mỗi ngày làm 10 giờ thì hoàn thành công việc trong số ngày là $15 \times 16 : 20 = 12$ (ngày)

Đáp số: 12 ngày

Bài 15

Tóm tắt

144 sản phẩm trong 3 ngày: 12 người

120 sản phẩm trong 2 ngày: ? người

Giải

Để làm 144 sản phẩm trong 2 ngày cần số người là $12 \times 3 : 2 = 18$ (người)

Để làm được 120 sản phẩm trong 2 ngày thì cần phải có số người là $120 \times 18 : 144 = 15$ (người)

Đáp số: 15 người

Bài 16

Để làm xong hồ bơi, 50 người thợ còn phải làm trong số ngày là $42 - 15 = 27$ (ngày)

Khi có thợ đến thêm, số ngày hoàn thành công việc còn lại là $27 - 12 = 15$ (ngày)

Số người để hoàn thành công việc còn lại trong 1 ngày là $50 \times 27 = 1350$ (người)

Số người để hoàn thành công việc còn lại trong 15 ngày là $1350 : 15 = 90$ (người)

Số người đến giúp là $90 - 50 = 40$ (người)

Đáp số: 40 người

Bài 17

Tóm tắt

5 em may 15 áo trong 3 giờ



8 em may 32 áo trong ? giờ

Giải

5 em may 32 chiếc áo trong số giờ là $32 \times 3 : 15 = 6,4$ (giờ)

8 em may 32 chiếc áo trong số giờ là $5 \times 6,4 : 8 = 4$ (giờ)

Đáp số: 4 giờ

Bài 18

Tóm tắt

25 em làm 400 phong bì trong 4 giờ

45 em làm 900 phong bì trong ? giờ

25 em làm 900 phong bì trong số giờ là $900 \times 4 : 400 = 9$ (giờ)

45 em làm 900 phong bì trong số giờ là $25 \times 9 : 45 = 5$ (giờ)

Đáp số: 5 giờ

Bài 19

Tóm tắt

12 công nhân dệt trong 3 ngày được 120 tà áo

? công nhân dệt trong 2 ngày được 180 tà áo

Giải

Để dệt 120 tà áo trong 2 ngày cần số công nhân là $12 \times 3 : 2 = 18$ (công nhân)

Để dệt 180 tà áo trong 2 ngày cần số công nhân là $180 \times 18 : 120 = 27$ (công nhân)

Đáp số: 27 công nhân

Bài 20

An đọc nhiều hơn Bình số ngày là $7 - 2 = 5$ (ngày)

Tỉ số trang sách An đọc 1 ngày so với Bình là $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

Nên số ngày An đọc so với Bình là: $\frac{3}{2}$

Số ngày An đọc

Số ngày Bình đọc

Số ngày Bình đọc là $5 \times 2 = 10$ (ngày)

Quyển truyện dày số trang là $15 \times 10 = 150$ (trang)

Đáp số: 150 trang



CHUYÊN ĐỀ 5: PHÂN SỐ

Dạng 1: Tính nhanh dãy phân số có quy luật

Loại 1: Dãy phân số có quy luật mẫu số sau gấp mẫu số trước một số không đổi

Phương pháp giải

Giả sử biểu thức cần tìm là A. Các phân số có tử số bằng nhau và mẫu của phân số sau gấp mẫu số của phân số trước n lần.

Bước 1: Tính $A \times n$

Bước 2: Tính $A \times n - A$

Ví dụ 1: Tính giá trị $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$

Phân tích: Nhận xét thấy mẫu số phân số sau hơn mẫu số phân số trước 2 lần. Như vậy khi ta nhân thêm 2 vào thì phân số phía sau sẽ trở thành phân số phía trước.

Bài giải:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} \\
 2 \times A &= 2 \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} \right) \\
 &= \frac{2}{2} + \frac{2}{4} + \frac{2}{8} + \frac{2}{16} + \frac{2}{32} + \frac{2}{64} \\
 &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}
 \end{aligned}$$

Nhìn vào hai biểu thức A và $2 \times A$, chúng ta nhận thấy có nhiều phân số giống nhau. Nếu ta trừ hai về cho nhau thì được:

$$\begin{aligned}
 2 \times A - A &= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} \right) \\
 A &= 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}
 \end{aligned}$$

Ví dụ 2: Tính $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729}$

Phân tích: Ở bài này, mẫu số sau gấp mẫu số trước 3 lần khi đó ta nhân biểu thức với 3 rồi trừ hai về để triệt tiêu các phân số ở giữa.

Giải:

Ta có $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729}$



$$3 \times A = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243}$$

Trừ hai vế ta có:

$$3 \times A - A = \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729}\right)$$

$$2 \times A = 1 - \frac{1}{729} = \frac{728}{729}$$

$$A = \frac{728}{729} : 2 = \frac{364}{729}$$

Ví dụ 3: Tính giá trị $A = \frac{2}{3} + \frac{2}{6} + \frac{2}{12} + \frac{2}{24} + \dots + \frac{2}{768}$

Giải:

Ta thấy mẫu số của phân số sau gấp 2 lần mẫu số của phân số trước.

Ta có $2 \times A = 2 \times \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{6} + \frac{2}{12} + \frac{2}{24} + \dots + \frac{2}{768}\right)$

$$2 \times A = \frac{4}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{6} + \frac{2}{12} + \dots + \frac{2}{384}$$

$$2 \times A - A = \left(\frac{4}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{6} + \frac{2}{12} + \dots + \frac{2}{384}\right) - \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{6} + \frac{2}{12} + \frac{2}{24} + \dots + \frac{2}{768}\right)$$

$$A = \frac{4}{3} - \frac{2}{768} = \frac{511}{384}$$

Bài tập áp dụng:

Bài 1: Tính giá trị $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{1024}$

Bài 2: Tính giá trị $A = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{80} + \frac{1}{160} + \frac{1}{320}$

Bài 3: Tính giá trị của $C = \frac{3}{2} + \frac{3}{8} + \frac{3}{32} + \frac{3}{128} + \frac{3}{512}$

Bài 4: Tính giá trị của $D = \frac{5}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} + \frac{5}{54} + \frac{5}{162} + \frac{5}{486}$

Lời giải chi tiết

Bài 1

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{1024}$$



$$2 \times A = \frac{2}{2} + \frac{2}{4} + \frac{2}{8} + \frac{2}{16} + \frac{2}{32} + \dots + \frac{2}{1024}$$

$$2 \times A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{512}$$

$$2 \times A - A = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{512} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024} \right)$$

$$A = 1 - \frac{1}{1024} = \frac{1023}{1024}$$

Bài 2.

$$A = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{80} + \frac{1}{160} + \frac{1}{320}$$

$$2 \times A = \frac{2}{5} + \frac{2}{10} + \frac{2}{20} + \frac{2}{40} + \frac{2}{80} + \frac{2}{160} + \frac{2}{320}$$

$$2 \times A = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{80} + \frac{1}{160}$$

$$2 \times A - A = \frac{2}{5} - \frac{1}{320}$$

$$A = \frac{127}{320}$$

Bài 3.

$$C = \frac{3}{2} + \frac{3}{8} + \frac{3}{32} + \frac{3}{128} + \frac{3}{512}$$

$$4 \times C = 4 \times \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{8} + \frac{3}{32} + \frac{3}{128} + \frac{3}{512} \right)$$

$$4 \times C = 6 + \frac{3}{2} + \frac{3}{8} + \frac{3}{32} + \frac{3}{128}$$

$$4 \times C - C = \left(6 + \frac{3}{2} + \frac{3}{8} + \frac{3}{32} + \frac{3}{128} \right) - \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{8} + \frac{3}{32} + \frac{3}{128} + \frac{3}{512} \right)$$

$$3 \times C = 6 - \frac{3}{512} = \frac{3069}{512}$$

$$C = \frac{3069}{512} : 3 = \frac{1023}{512}$$

Bài 4.

$$D = \frac{5}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} + \frac{5}{54} + \frac{5}{162} + \frac{5}{486}$$



$$3 \times D = 3 \times \left(\frac{5}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} + \frac{5}{54} + \frac{5}{162} + \frac{5}{486} \right)$$

$$3 \times D = \frac{15}{2} + \frac{5}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} + \frac{5}{54} + \frac{5}{162}$$

$$3 \times D - D = \frac{15}{2} - \frac{5}{486}$$

$$2 \times D = \frac{1820}{243}$$

$$D = \frac{1820}{243} : 2 = \frac{910}{243}$$

Loại 2: Tính tổng của nhiều phân số có tử số là n ($n > 0$); mẫu số là tích của 2 thừa số có hiệu bằng n và thừa số thứ 2 của mẫu số phân số liền trước là thừa số thứ nhất của mẫu số phân số liền sau

Phương pháp giải

Tử số bằng hiệu hai thừa số ở mẫu số. Ta tách như sau:

Ví dụ $\frac{1}{2 \times 3} = \frac{3-2}{2 \times 3} = \frac{3}{2 \times 3} - \frac{2}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

$$\frac{2}{3 \times 5} = \frac{5-3}{3 \times 5} = \frac{5}{3 \times 5} - \frac{3}{3 \times 5} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5}$$

Ví dụ 1:

$$A = \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6}$$

$$A = \frac{3-2}{2 \times 3} + \frac{4-3}{3 \times 4} + \frac{5-4}{4 \times 5} + \frac{6-5}{5 \times 6}$$

$$= \frac{3}{2 \times 3} - \frac{2}{2 \times 3} + \frac{4}{3 \times 4} - \frac{3}{3 \times 4} + \frac{5}{4 \times 5} - \frac{4}{4 \times 5} + \frac{6}{5 \times 6} - \frac{5}{5 \times 6}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

Ví dụ 2:

$$B = \frac{3}{2 \times 5} + \frac{3}{5 \times 8} + \frac{3}{8 \times 11} + \frac{3}{11 \times 14}$$

$$B = \frac{5-2}{2 \times 5} + \frac{8-5}{5 \times 8} + \frac{11-8}{8 \times 11} + \frac{14-11}{11 \times 14}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{5}{2 \times 5} - \frac{2}{2 \times 5} + \frac{8}{5 \times 8} - \frac{5}{5 \times 8} + \frac{11}{8 \times 11} - \frac{8}{8 \times 11} + \frac{14}{11 \times 14} - \frac{11}{11 \times 14} \\
 &= \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} \\
 &= \frac{1}{2} - \frac{1}{14} = \frac{3}{7}
 \end{aligned}$$

Bài tập áp dụng:

Bài 1. Tính nhanh $B = \frac{4}{3 \times 7} + \frac{4}{7 \times 11} + \frac{4}{11 \times 15} + \frac{4}{15 \times 19} + \frac{4}{19 \times 23} + \frac{4}{23 \times 27}$

Bài 2. Tính nhanh $C = \frac{4}{3 \times 6} + \frac{4}{6 \times 9} + \frac{4}{9 \times 12} + \frac{4}{12 \times 15}$

Bài 3. Tính nhanh $D = \frac{7}{1 \times 5} + \frac{7}{5 \times 9} + \frac{7}{9 \times 13} + \frac{7}{13 \times 17} + \frac{7}{17 \times 21}$

Bài 4. Tính nhanh $E = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \dots + \frac{1}{110}$

Lời giải chi tiết

Bài 1

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{4}{3 \times 7} + \frac{4}{7 \times 11} + \frac{4}{11 \times 15} + \frac{4}{15 \times 19} + \frac{4}{19 \times 23} + \frac{4}{23 \times 27} \\
 B &= \frac{7-3}{3 \times 7} + \frac{11-7}{7 \times 11} + \frac{15-11}{11 \times 15} + \frac{19-15}{15 \times 19} + \frac{23-19}{19 \times 23} + \frac{27-23}{23 \times 27} \\
 B &= \frac{1}{3} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{19} + \frac{1}{19} - \frac{1}{23} + \frac{1}{23} - \frac{1}{27} \\
 B &= \frac{1}{3} - \frac{1}{27} = \frac{8}{27}
 \end{aligned}$$

Bài 2.

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{4}{3 \times 6} + \frac{4}{6 \times 9} + \frac{4}{9 \times 12} + \frac{4}{12 \times 15} \\
 C &= 4 \times \left(\frac{1}{3 \times 6} + \frac{1}{6 \times 9} + \frac{1}{9 \times 12} + \frac{1}{12 \times 15} \right) \\
 C &= \frac{4}{3} \times \left(\frac{3}{3 \times 6} + \frac{3}{6 \times 9} + \frac{3}{9 \times 12} + \frac{3}{12 \times 15} \right) \\
 C &= \frac{4}{3} \times \left(\frac{6-3}{3 \times 6} + \frac{9-6}{6 \times 9} + \frac{12-9}{9 \times 12} + \frac{15-12}{12 \times 15} \right)
 \end{aligned}$$



$$C = \frac{4}{3} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{12} + \frac{1}{12} - \frac{1}{15} \right)$$

$$C = \frac{4}{3} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{15} \right) = \frac{4}{3} \times \frac{4}{15} = \frac{16}{45}$$

Bài 3.

$$D = \frac{7}{1 \times 5} + \frac{7}{5 \times 9} + \frac{7}{9 \times 13} + \frac{7}{13 \times 17} + \frac{7}{17 \times 21}$$

$$D = 7 \times \left(\frac{1}{1 \times 5} + \frac{1}{5 \times 9} + \frac{1}{9 \times 13} + \frac{1}{13 \times 17} + \frac{1}{17 \times 21} \right)$$

$$D = \frac{7}{4} \times \left(\frac{4}{1 \times 5} + \frac{4}{5 \times 9} + \frac{4}{9 \times 13} + \frac{4}{13 \times 17} + \frac{4}{17 \times 21} \right)$$

$$D = \frac{7}{4} \times \left(1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{17} + \frac{1}{17} - \frac{1}{21} \right)$$

$$D = \frac{7}{4} \times \left(1 - \frac{1}{21} \right) = \frac{7}{4} \times \frac{20}{21} = \frac{5}{3}$$

Bài 4.

$$E = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \dots + \frac{1}{110}$$

$$E = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{100 \times 101}$$

$$E = 1 - \frac{1}{101} = \frac{100}{101}$$

Dạng 2: Các bài toán về thêm, bớt ở tử số và mẫu số**Phương pháp giải**

- Nếu ta cộng thêm (hoặc trừ đi) cả tử số và mẫu số của một phân số với cùng một số tự nhiên thì hiệu của tử số và mẫu số của phân số đó không thay đổi.
- Nếu cộng thêm vào tử số đồng thời bớt đi ở mẫu số của một phân số với cùng một số tự nhiên thì tổng của tử số và mẫu số không thay đổi.
- Nếu ta bớt đi ở tử số đồng thời thêm vào mẫu số của một phân số với cùng một số tự nhiên thì tổng của tử số và mẫu số không thay đổi.

Ví dụ 1: Cho phân số $\frac{56}{81}$. Hỏi cùng thêm vào tử số và mẫu số bao nhiêu đơn vị để được phân số bằng $\frac{3}{4}$?

Giải



Hiệu của mẫu số và tử số của phân số đã cho là $81-56=25$

Khi ta thêm vào tử số và mẫu số cùng một số tự nhiên thì hiệu của mẫu số và tử số vẫn không đổi.



Tử số của phân số mới là $25:(4-3)\times 3=75$

Số cộng thêm vào là $75-56=19$

Đáp số: 19

Ví dụ 2: Cho phân số $\frac{23}{45}$. Hỏi phải cộng thêm vào tử số và bớt đi ở mẫu số cùng một số tự nhiên nào để được phân số mới có giá trị bằng $\frac{19}{15}$?

Giải

Tổng của tử số và mẫu số của phân số đã cho là $23+45=68$

Khi ta cộng thêm vào tử số và bớt đi ở mẫu số cùng một số tự nhiên thì tổng của mẫu số và tử số vẫn không đổi và bằng 68.

Gọi số cần tìm là a . Ta có

$$\frac{23+a}{45-a} = \frac{19}{15}$$

Tổng số phần bằng nhau $19+15=34$ (phần)

Tử số của phân số mới là $68:34\times 19=38$

Ta có $23+a=38$

Vậy $a=38-23=15$

Đáp số: 15

Ví dụ 3: Cho phân số $\frac{26}{45}$. Hãy tìm số tự nhiên c sao cho đem mẫu số của phân số đã cho trừ đi c và giữ nguyên tử số ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{5}{6}$.

Giải:

Vì tử số giữ nguyên nên ta có $\frac{26}{37-c} = \frac{5}{6} = \frac{25}{30}$

Hai phân số bằng nhau lại có tử số bằng nhau nên mẫu số của chúng cũng phải bằng nhau.

Tức là $37-c=30$. Vậy $c=7$.

Đáp số $c=7$



Ví dụ 4: Cho phân số $\frac{26}{45}$. Hãy tìm số tự nhiên c sao cho thêm c vào tử số và giữ nguyên mẫu số, ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{2}{3}$.

Giải:

Theo đề bài, ta có $\frac{26+c}{45} = \frac{2}{3}$

hay $\frac{26}{45} + \frac{c}{45} = \frac{2}{3}$

Từ đó ta có $\frac{c}{45} = \frac{2}{3} - \frac{26}{45} = \frac{4}{45}$

Vậy $c=4$

Đáp số $c=4$

Bài tập áp dụng

Bài 1. Cho phân số $\frac{3}{7}$. Cộng thêm vào cả tử số và mẫu số của phân số đó với cùng một số tự nhiên ta được một phân số bằng $\frac{7}{9}$. Tìm số tự nhiên đó.

Bài 2. Khi bớt cả tử số và mẫu số của phân số $\frac{71}{41}$ đi cùng một số tự nhiên ta nhận được một phân số bằng $\frac{5}{2}$. Tìm số tự nhiên đó.

Bài 3. Cho phân số $\frac{73}{97}$. Hỏi cùng phải bớt ở tử số và mẫu số bao nhiêu đơn vị để được phân số mới có giá trị bằng $\frac{2}{3}$?

Bài 4. Cho phân số $\frac{7}{8}$. Hãy tìm số a sao cho đem tử số của phân số đã cho trừ đi a và thêm a vào mẫu số ta được một phân số mới bằng $\frac{1}{4}$.

Bài 5. Cho phân số $\frac{a}{b}$. Rút gọn phân số $\frac{a}{b}$ ta được phân số $\frac{2}{5}$. Nếu thêm vào tử số 45 đơn vị thì ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{13}{20}$. Tìm phân số $\frac{a}{b}$.

Lời giải chi tiết

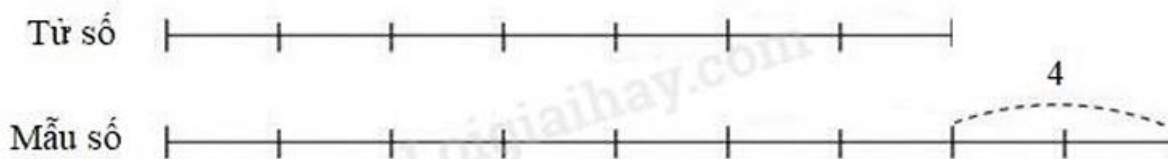
Bài 1.

Hiệu giữa tử số và mẫu số của phân số $\frac{3}{7}$ là $7-3=4$



Khi ta cộng thêm vào tử số và mẫu số của một phân số với cùng một số tự nhiên thì hiệu giữa tử số và mẫu số không thay đổi.

Ta có sơ đồ biểu diễn tử số và mẫu số của phân số mới:



Tử số của phân số mới là $4 : (9 - 7) \times 7 = 14$

Số cộng thêm vào là $14 - 7 = 7$

Đáp số: 7

Bài 2.

Hiệu giữa tử số và mẫu số của phân số đã cho là $71 - 41 = 30$

Ta có sơ đồ biểu diễn tử số và mẫu số của phân số mới:



Mẫu số của phân số mới là $30 : (5 - 2) \times 2 = 20$

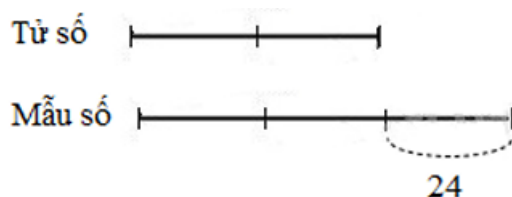
Số tự nhiên cần tìm là $41 - 20 = 21$

Đáp số: 21

Bài 3.

Hiệu giữa tử số và mẫu số của phân số đã cho là $97 - 73 = 24$

Ta có sơ đồ biểu diễn tử số và mẫu số phân số mới:



Tử số của phân số mới là $24 : (3 - 2) \times 2 = 48$

Số tự nhiên cần tìm là $73 - 48 = 25$

Đáp số: 25

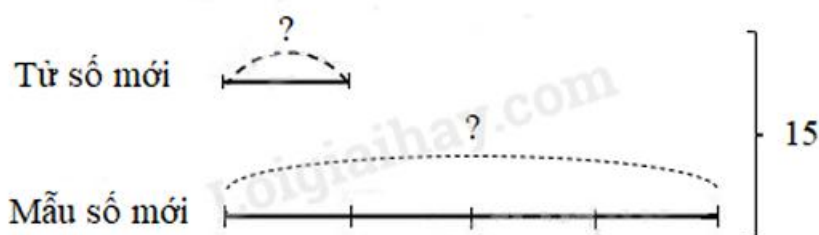
Bài 4.

Tổng của tử số và mẫu số của phân số đã cho là $7 + 8 = 15$.

Khi bớt ở tử số và thêm a vào mẫu số thì tổng của tử số và mẫu số không thay đổi. Tổng của tử số và mẫu số của phân số mới vẫn là 15.



Ta có $\frac{7-a}{8+a} = \frac{1}{4}$



Tử số của phân số mới là $15 : (1+4) = 3$

Hay $7 - a = 3$. Vậy số a cần tìm là 4

Đáp số $a=4$

Bài 5.

Cách 1:

Theo đề bài ta có $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$ và $\frac{a+45}{b} = \frac{13}{20}$

Hay $\frac{a}{b} + \frac{45}{b} = \frac{13}{20}$

Thay phân số $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$ vào biểu thức trên ta có $\frac{2}{5} + \frac{45}{b} = \frac{13}{20}$

$$\frac{45}{b} = \frac{13}{20} - \frac{2}{5} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

Vậy $b=180$.

Cách 2:

Quy đồng hai phân số $\frac{2}{5}$ và $\frac{13}{20}$ ta được phân số $\frac{8}{20}$ và $\frac{13}{20}$.

Hiệu của hai tử số là $13-8=5$

Giá trị một phần là $45 : 5 = 9$

Tử số cần tìm là $8 \times 9 = 72$

Mẫu số cần tìm là $20 \times 9 = 180$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Hãy chứng tỏ rằng các phân số sau bằng nhau:

a) $\frac{123}{127} = \frac{123123}{127127}$

b) $\frac{13}{15} = \frac{1313}{1515} = \frac{131313}{151515}$

Giải



$$a) \frac{123123}{127127} = \frac{123 \times 1001}{127 \times 1001} = \frac{123}{127}$$

$$b) \frac{1313}{1515} = \frac{13 \times 101}{15 \times 101} = \frac{13}{15}$$

$$\frac{131313}{151515} = \frac{13 \times 10101}{15 \times 10101} = \frac{13}{15}$$

$$\text{Vậy } \frac{13}{15} = \frac{1313}{1515} = \frac{131313}{151515}$$

Bài 2. Tính nhanh:

$$a) \frac{2006 \times 2005 - 1}{2004 \times 2006 + 2005}$$

$$b) \frac{1999 \times 2001 - 1}{1998 + 1999 \times 2000} \times \frac{7}{5}$$

$$c) \left(\frac{1313}{2121} \right) \times \left(\frac{165165}{143143} \right) \times \left(\frac{424242}{151515} \right)$$

$$d) \frac{1995 \times 1993 - 18}{1975 + 1993 \times 1994}$$

Giải

$$\begin{aligned} a) \frac{2006 \times 2005 - 1}{2004 \times 2006 + 2005} &= \frac{2006 \times (2004 + 1) - 1}{2004 \times 2006 + 2005} \\ &= \frac{2006 \times 2004 + 2006 - 1}{2004 \times 2006 + 2005} \end{aligned}$$

$$= \frac{2006 \times 2004 + 2005}{2004 \times 2006 + 2005} = 1$$

$$b) \frac{1999 \times 2001 - 1}{1998 + 1999 \times 2000} \times \frac{7}{5} = \frac{1999 \times (2000 + 1) - 1}{1998 + 1999 \times 2000} \times \frac{7}{5}$$

$$= \frac{1999 \times 2000 + 1999 - 1}{1998 + 1999 \times 2000} \times \frac{7}{5}$$

$$= \frac{1999 \times 2000 + 1998}{1998 + 1999 \times 2000} \times \frac{7}{5}$$

$$= 1 \times \frac{7}{5} = \frac{7}{5}$$

$$c) \left(\frac{1313}{2121} \right) \times \left(\frac{165165}{143143} \right) \times \left(\frac{424242}{151515} \right) = \left(\frac{13}{21} \right) \times \left(\frac{165}{143} \right) \times \left(\frac{42}{15} \right)$$

$$= \left(\frac{13}{21} \right) \times \frac{15 \times 11}{13 \times 11} \times \frac{21 \times 2}{15} = 2$$

$$d) \frac{1995 \times 1993 - 18}{1975 + 1993 \times 1994} = \frac{(1994 + 1) \times 1993 - 18}{1975 + 1993 \times 1994}$$



$$= \frac{1994 \times 1993 + 1993 - 18}{1975 + 1993 \times 1994}$$

$$= \frac{1994 \times 1993 + 1975}{1975 + 1993 \times 1994} = 1$$

Bài 3. Tính nhanh:

$$a) \frac{6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11}{22 \times 20 \times 18 \times 16 \times 14 \times 12}$$

$$b) \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) \times \left(1 - \frac{1}{6}\right)$$

Giải

$$a) \frac{6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11}{22 \times 20 \times 18 \times 16 \times 14 \times 12} = \frac{6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11}{11 \times 2 \times 10 \times 2 \times 9 \times 2 \times 8 \times 2 \times 7 \times 2 \times 6 \times 2}$$

$$= \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{64}$$

$$b) \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) \times \left(1 - \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{4}{5}\right) \times \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{1}{6}$$

Bài 4. Tính:

$$a) A = \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}$$

$$b) B = \frac{3}{1 \times 3} + \frac{3}{3 \times 5} + \frac{3}{5 \times 7} + \dots + \frac{3}{99 \times 101}$$

Giải

$$a) A = \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}$$

$$= \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10}$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{1}{10} = \frac{3}{20}$$

$$b) B = \frac{3}{1 \times 3} + \frac{3}{3 \times 5} + \frac{3}{5 \times 7} + \dots + \frac{3}{99 \times 101}$$

$$= \frac{3}{2} \times \left(\frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \dots + \frac{2}{99 \times 101} \right)$$

$$= \frac{3}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{101} \right)$$



$$= \frac{3}{2} \times \left(1 - \frac{1}{101}\right) = \frac{3}{2} \times \frac{100}{101} = \frac{150}{101}$$

Bài 5. Tính $M = 1 \frac{3}{34} \times 10 \frac{1}{12} \times \frac{8}{9} \times 2 \frac{1}{8} \times \frac{3}{13} \times \frac{26}{37} \times 1 \frac{9}{11} \times \frac{3}{4}$

Giải

$$\begin{aligned} M &= \frac{37}{34} \times \frac{121}{12} \times \frac{8}{9} \times \frac{17}{8} \times \frac{3}{13} \times \frac{26}{37} \times \frac{20}{11} \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{37 \times 11 \times 11 \times 8 \times 17 \times 3 \times 13 \times 2 \times 5 \times 4 \times 3}{17 \times 2 \times 4 \times 3 \times 9 \times 8 \times 13 \times 37 \times 11 \times 4} \\ &= \frac{11 \times 5}{3} = \frac{55}{3} \end{aligned}$$

Bài 6. (Cầu Giấy 2013–2014)

Tính $A = \left(\frac{3}{10} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{2}\right) : \left(2\frac{8}{9} - 1\frac{1}{3}\right) + 2013$

Giải

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{3}{10} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{2}\right) : \left(2\frac{8}{9} - 1\frac{1}{3}\right) + 2013 \\ &= \left(\frac{3}{10} + \frac{4}{10}\right) : \left(\frac{26}{9} - \frac{4}{3}\right) + 2013 \\ &= \frac{7}{10} : \frac{14}{9} + 2013 \\ &= \frac{9}{20} + 2013 = 2013\frac{9}{20} \end{aligned}$$

Bài 7. (LTV 2014–2015)

Tính giá trị của biểu thức $A = 17 \times \left(\frac{1313}{5151} + \frac{1111}{3434}\right) : \frac{177}{12}$

Giải

$$\begin{aligned} A &= 17 \times \left(\frac{1313}{5151} + \frac{1111}{3434}\right) : \frac{177}{12} \\ &= 17 \times \left(\frac{13}{51} + \frac{11}{34}\right) \times \frac{12}{177} \\ &= \left(17 \times \frac{13}{51} + 17 \times \frac{11}{34}\right) \times \frac{12}{177} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{13}{3} + \frac{11}{2} \right) \times \frac{12}{177} \\
 &= \frac{59}{6} \times \frac{12}{177} \\
 &= \frac{59 \times 6 \times 2}{6 \times 59 \times 3} = \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

Bài 8. (ASM 2011–2012)

Tìm x sao cho

$$\left(x + \frac{1}{1 \times 3} \right) + \left(x + \frac{1}{3 \times 5} \right) + \left(x + \frac{1}{5 \times 7} \right) + \dots + \left(x + \frac{1}{23 \times 25} \right) = 11 \times x + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} \right)$$

Giải

$$\begin{aligned}
 \left(x + \frac{1}{1 \times 3} \right) + \left(x + \frac{1}{3 \times 5} \right) + \dots + \left(x + \frac{1}{23 \times 25} \right) &= 11 \times x + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} \right) \\
 12 \times x + \left(\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{23 \times 25} \right) &= 11 \times x + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} \right) \\
 x + \left(\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{23 \times 25} \right) &= \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} \right)
 \end{aligned}$$

Ta có $A = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{23 \times 25}$

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \dots + \frac{2}{23 \times 25} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{25} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{24}{25} = \frac{12}{25}$$

Đặt $B = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243}$

$$3 \times B - B = \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} \right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} \right)$$

$$2 \times B = 1 - \frac{1}{243} = \frac{242}{243}$$

$$B = \frac{242}{243} : 2 = \frac{121}{243}$$

Thay giá trị của A và B vào ta được:

$$x + \frac{12}{25} = \frac{121}{243}$$



$$x = \frac{109}{6075}$$

Bài 9. (NTT 2019–2020)

Một đội tự nguyện trường Nguyễn Tất Thành đi trồng cây ở tỉnh Hà Giang trong 3 ngày. Ngày 1, đội trồng $\frac{1}{3}$ số cây. Ngày 2, đội trồng $\frac{6}{11}$ số cây còn lại. Ngày 3, trồng ít hơn ngày 2 là 30 cây. Tính số cây mà mỗi đội đã trồng được.

Giải

Phần số chỉ số cây còn lại sau ngày 1 là $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ (tổng số cây)

Phần số chỉ số cây đội đó trồng ngày 2 là $\frac{6}{11} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{11}$ (tổng số cây)

Phần số chỉ số cây đội đó trồng ngày 3 là $1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{4}{11} \right) = \frac{10}{33}$ (tổng số cây)

Phần số ứng với 30 cây là $\frac{4}{11} - \frac{10}{33} = \frac{2}{33}$ (tổng số cây)

Tổng số cây đội đó trồng là $30 : \frac{2}{33} = 495$ (cây)

Đáp số: 495 cây

Bài 10. (Cầu Giấy 2019–2020)

Cho một số bóng xanh và vàng. Số bóng vàng bằng $\frac{1}{3}$ bóng xanh. Nếu thêm 6 bóng vàng thì bóng vàng bằng $\frac{5}{9}$ bóng xanh. Tính số bóng xanh.

Giải

6 quả bóng vàng ứng với số phần bóng xanh là $\frac{5}{9} - \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$ (bóng xanh)

Số bóng xanh là $6 : \frac{2}{9} = 27$ (quả)

Đáp số: 27 bóng xanh

Bài 11. (ASM 2019–2020)

Cho phân số $\frac{14}{17}$. Hỏi cùng thêm vào cả tử số và mẫu số bao nhiêu đơn vị để được phân số mới có giá trị bằng $\frac{6}{7}$.

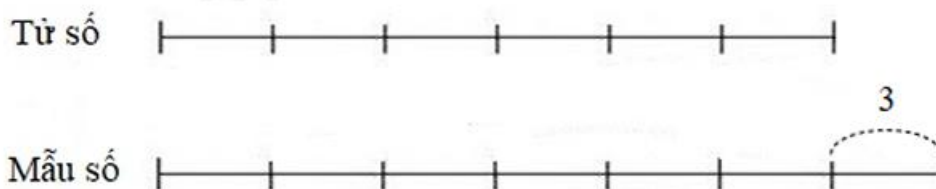


Giải

Hiệu giữa tử số và mẫu số của phân số $\frac{14}{17}$ là $17-14=3$

Khi ta cùng thêm vào tử số và mẫu số của 1 phân số với cùng một số tự nhiên thì hiệu giữa tử số và mẫu số không đổi.

Ta có sơ đồ về tử số và mẫu số của phân số mới:



Tử số của phân số mới là $3 \times 6 = 18$

Số cộng thêm vào là $18-14=4$

Đáp số: 4

Bài 12. Cửa hàng có một số hộp sữa đã bán hết trong 4 ngày. Ngày đầu bán $\frac{1}{3}$ số hộp sữa. Ngày thứ hai bán $\frac{1}{3}$ số hộp sữa còn lại. Ngày thứ ba bán $\frac{1}{3}$ số hộp sữa còn lại sau 2 ngày. Ngày thứ tư bán 16 hộp thì hết. Hỏi cả 4 ngày cửa hàng bán hết bao nhiêu hộp sữa?

Giải

Phân số chỉ số hộp sữa bán trong ngày thứ hai là $\frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{9}$ (tổng số hộp sữa)

Phân số chỉ số hộp sữa bán trong ngày thứ ba là $\frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{2}{9}\right) = \frac{4}{27}$ (tổng số hộp sữa)

Phân số chỉ số hộp sữa bán trong ngày thứ tư là $1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{4}{27}\right) = \frac{8}{27}$ (tổng số cây)

Cả 4 ngày cửa hàng bán số hộp sữa là $16 : \frac{8}{27} = 54$ (hộp)

Đáp số: 54 hộp sữa

Bài 13. Cho phân số $\frac{54}{63}$. Hãy tìm số tự nhiên a sao cho khi bớt a ở tử số và thêm vào mẫu số ta được phân số mới, rút gọn phân số mới ta được phân số $\frac{4}{5}$.

Giải

Tổng của tử số và mẫu số của phân số $\frac{54}{63}$ là $54+63=117$



Khi bớt ở tử số a đơn vị và thêm vào mẫu số a đơn vị thì tổng của tử số và mẫu số của phân số mới không thay đổi và bằng 117.

$$\text{Ta có } \frac{54-a}{63+a} = \frac{4}{5}$$

Tử số của phân số mới là $117 : (4+5) \times 4 = 52$

Ta có $54 - a = 52$. Vậy $a=2$

Đáp số $a=2$

Bài 14. Cho phân số $\frac{234}{369}$. Hỏi cùng phải bớt ở tử số và mẫu số bao nhiêu đơn vị để được phân số mới và rút gọn phân số mới đó ta được phân số $\frac{5}{8}$.

Giải:

Hiệu giữa mẫu số và tử số của phân số $\frac{234}{369}$ là $369 - 234 = 135$

Khi cùng bớt ở tử số và mẫu số một số đơn vị thì hiệu của tử số và mẫu số ở phân số mới không đổi và bằng 135.

$$\text{Gọi số cần tìm là } a \text{ ta có } \frac{234-a}{369-a} = \frac{5}{8}$$

Tử số của phân số mới là $135 : (8-5) \times 5 = 225$

Ta có $234 - a = 225$. Vậy $a=9$

Đáp số $a=9$

Bài 15. Cho phân số $\frac{a}{b}$. Rút gọn phân số $\frac{a}{b}$ ta được phân số $\frac{5}{7}$. Nếu thêm 71 vào tử số và giữ nguyên mẫu số, ta được phân số $\frac{18}{11}$. Tìm phân số $\frac{a}{b}$.

Giải:

$$\text{Theo đề bài ta có } \frac{a}{b} = \frac{5}{7} \text{ và } \frac{a+71}{b} = \frac{18}{11}$$

$$\text{Thay phân số } \frac{a}{b} \text{ bằng giá trị } \frac{5}{7} \text{ vào biểu thức trên ta có } \frac{5}{7} + \frac{71}{b} = \frac{18}{11}$$

$$\text{Vậy } \frac{71}{b} = \frac{18}{11} - \frac{5}{7} = \frac{71}{77}$$

Vậy $b=77$.

$$\text{Ta có } \frac{a}{77} = \frac{5}{7}$$

Vậy $a=55$



Phân số $\frac{a}{b}$ cần tìm là $\frac{55}{77}$

Bài 16. Cho phân số $\frac{12}{21}$. Hỏi phải cùng thêm vào tử số và mẫu số của phân số này bao nhiêu đơn vị để được phân số bằng $\frac{8}{11}$.

Giải

Hiệu của tử số và mẫu số của phân số $\frac{12}{21}$ là $21-12=9$

Khi cùng thêm vào tử số và mẫu số của phân số này một số đơn vị thì hiệu giữa mẫu số và tử số không đổi và bằng 9.

Ta có tỉ số giữa tử số và mẫu số của phân số mới bằng $\frac{8}{11}$

Tử số của phân số mới là $9:(11-8) \times 8 = 24$

Vậy số cần cộng thêm vào tử số và mẫu số là $24-12=12$

Đáp số: 12

Bài 17. Một người bán hàng vải, lần thứ nhất bán $\frac{1}{2}$ tấm vải, lần thứ hai bán $\frac{1}{3}$ tấm vải đó thì tấm vải chỉ còn lại 7 m. Hỏi tấm vải đó dài bao nhiêu mét?

Giải

Phân số chỉ số vải bán hai lần đầu là $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ (tấm vải)

Phân số chỉ số vải còn lại là $1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ (tấm vải)

Tấm vải dài là $7 : \frac{1}{6} = 42$ (m)

Đáp số: 42 m

Bài 18. Một thửa ruộng năm nay thu hoạch nhiều hơn năm ngoái 30 tạ. Biết $\frac{1}{7}$ số thu hoạch năm ngoái thì bằng $\frac{1}{12}$ số thu hoạch năm nay. Hỏi năm nay thu hoạch ở thửa ruộng đó được bao nhiêu tạ?

Giải

Vì $\frac{1}{7}$ số thu hoạch năm ngoái thì bằng $\frac{1}{12}$ số thu hoạch năm nay nên số thu hoạch của năm ngoái so với số thu hoạch của năm nay là



$$\frac{1}{12} \times 7 = \frac{7}{12} \text{ (số thu hoạch năm nay)}$$

Hiệu số phần bằng nhau là $12 - 7 = 5$ (phần)

Năm nay thửa ruộng thu được số tạ thóc là $30 : 5 \times 12 = 72$ (tạ)

Đáp số: 72 tạ

Bài 19. Một người bán trứng bán lần thứ nhất $\frac{1}{5}$ số trứng, lần thứ hai bán $\frac{3}{8}$ số trứng thì còn lại 17 quả. Hỏi người đó đem bán bao nhiêu quả trứng và mỗi lần bán bao nhiêu quả?

Giải

Phần số chỉ số quả trứng bán lần thứ nhất và lần thứ hai là $\frac{1}{5} + \frac{3}{8} = \frac{23}{40}$ (số trứng)

Phần số chỉ số trứng còn lại là $1 - \frac{23}{40} = \frac{17}{40}$ (số trứng)

Số trứng người đó đem đi bán là $17 : \frac{17}{40} = 40$ (quả)

Số trứng bán lần thứ nhất là $40 \times \frac{1}{5} = 8$ (quả)

Số trứng bán lần thứ hai là $40 \times \frac{3}{8} = 15$ (quả)

Đáp số: 40 quả

Lần 1: 8 quả, lần 2: 15 quả

Bài 20. Hai chị em được 110 000 đồng tiền mừng tuổi. Nếu chị cho em 2000 đồng thì số tiền của chị bằng $\frac{5}{6}$ số tiền của em. Hỏi mỗi người được bao nhiêu tiền mừng tuổi.

Giải

Khi chị cho em 2000 đồng thì tổng số tiền của hai chị em không đổi vẫn bằng 110 000 đồng.

Số tiền của chị sau khi cho em 2000 đồng là $110000 : (5 + 6) \times 5 = 50000$ (đồng)

Số tiền của chị ban đầu là $50000 + 2000 = 52000$ (đồng)

Số tiền của em là $110000 - 52000 = 58000$ (đồng)

Đáp số: 58 000 đồng

Bài 21. Hai chị em đi mua sách hết 112 000 đồng. Biết rằng $\frac{3}{5}$ số tiền sách của em bằng $\frac{1}{3}$ số tiền sách của anh. Hỏi mỗi người mua hết bao nhiêu tiền sách.

Giải

Số tiền sách của anh so với số tiền sách của em là $\frac{3}{5} \times 3 = \frac{9}{5}$ (số tiền sách của em)



Số tiền sách của anh là $112000 : (9 + 5) \times 9 = 72000$ (đồng)

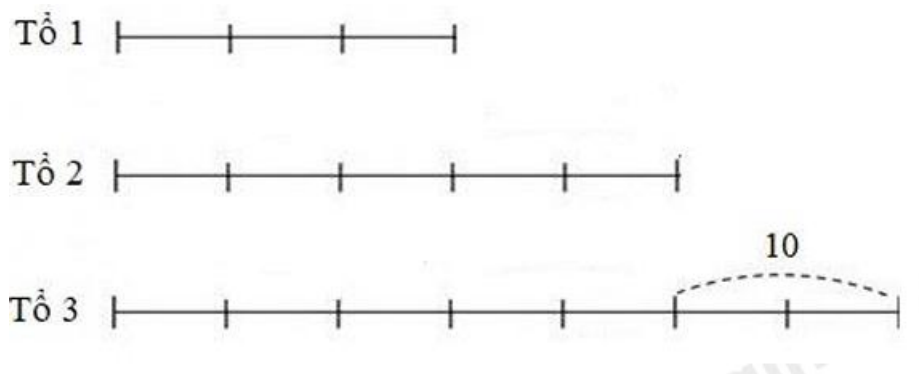
Số tiền sách của em là $112000 - 72000 = 40000$ (đồng)

Đáp số: 40 000 đồng

Bài 22. Có 3 tổ công nhân sản xuất trong nhà máy. Biết rằng $\frac{1}{3}$ số người của tổ thứ nhất bằng $\frac{1}{5}$ số người của tổ thứ hai và bằng $\frac{1}{7}$ số người của tổ thứ ba. Tổ thứ ba nhiều hơn tổ thứ hai 10 người. Hỏi mỗi tổ có bao nhiêu người?

Giải

Ta có sơ đồ:



Số người của tổ 1 là $(10 : 2) \times 3 = 15$ (người)

Số người của tổ 2 là $(10 : 2) \times 5 = 25$ (người)

Số người của tổ 3 là $25 + 10 = 35$ (người)

Đáp số: Tổ 1: 15 người

Tổ 2: 25 người

Tổ 3: 35 người

Bài 23. Có hai thùng dầu chứa tổng cộng 54 lít. Người ta lấy ra ở thùng thứ nhất $\frac{3}{7}$ số dầu, lấy ở thùng thứ hai $\frac{4}{5}$ số dầu thì số dầu còn lại ở hai thùng bằng nhau. Hỏi mỗi thùng có bao nhiêu lít dầu?

Giải

Số dầu còn lại ở thùng thứ nhất là $1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$ (thùng thứ nhất)

Số dầu còn lại ở thùng thứ hai là $1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$ (thùng thứ hai)

Theo đề bài ta có: $\frac{1}{5}$ thùng thứ hai bằng $\frac{4}{7}$ thùng thứ nhất



Thùng dầu thứ hai so với thùng dầu thứ nhất thì bằng $\frac{4}{7} \times 5 = \frac{20}{7}$ (thùng thứ nhất)

Coi số lít dầu ở thùng thứ nhất là 7 phần thì số lít dầu ở thùng thứ hai là 20 phần.

Tổng số phần bằng nhau là $7 + 20 = 27$ (phần)

Số lít dầu của thùng thứ nhất là $54 : 27 \times 7 = 14$ (lít)

Số lít dầu của thùng thứ hai là $54 - 14 = 40$ (lít)

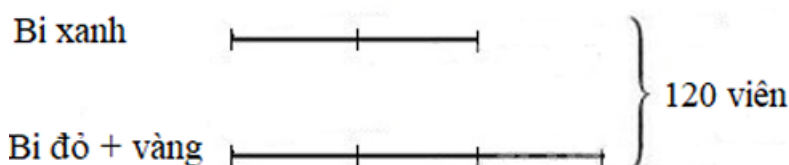
Đáp số: Thùng thứ nhất: 14 lít

Thùng thứ hai: 40 lít

Bài 24. Một hộp bi có ba màu: xanh, đỏ, vàng. Tổng cộng 120 viên bi. Biết rằng số bi xanh bằng $\frac{2}{3}$ tổng số bi đỏ và vàng, số bi vàng bằng $\frac{4}{5}$ số bi đỏ. Hỏi mỗi loại có bao nhiêu viên bi?

Giải

Theo đề bài ta có:



Tổng số phần bằng nhau là $2 + 3 = 5$ (phần)

Số bi xanh là $120 : 5 \times 2 = 48$ (viên bi)

Tổng số bi đỏ và bi vàng là $120 - 48 = 72$ (viên bi)

Coi số bi vàng gồm 4 phần bằng nhau thì số bi xanh gồm 5 phần.

Tổng số phần bằng nhau $4 + 5 = 9$ (phần)

Số bi vàng là $72 : 9 \times 4 = 32$ (viên bi)

Số bi đỏ là $72 - 32 = 40$ (viên bi)

Đáp số: 48 bi xanh, 32 bi vàng, 40 bi đỏ

Bài 25. Tỉ số học sinh nam so với nữ của trường Thăng Lợi đầu năm là $\frac{3}{4}$. Nếu chuyển thêm 60 học sinh nam từ trường khác đến thì tỉ số giữa học sinh nam và nữ là $\frac{9}{10}$. Tìm số học sinh nữ của trường.

Giải

Lúc đầu số học sinh nam bằng $\frac{3}{4}$ số học sinh nữ. Lúc sau số học sinh nam bằng $\frac{9}{10}$ số học sinh nữ.

Vì số học sinh nữ không đổi, nên 60 học sinh nam chuyển đến so với số học sinh nữ chiếm số phần là:



$$\frac{9}{10} - \frac{3}{4} = \frac{3}{20} \quad (\text{số học sinh nữ})$$

$$\text{Số học sinh nữ của trường đó là } 60 : \frac{3}{20} = 400 \quad (\text{học sinh})$$

Đáp số: 400 học sinh nữ

Bài 26. Khối 5 gồm 3 lớp có tất cả 102 học sinh. Biết tỉ số số học sinh 5B so với 5A là $\frac{8}{9}$, tỉ số số học sinh 5C so với 5B là $\frac{17}{16}$. Hãy tính số học sinh mỗi lớp.

Giải

$$\text{Ta có } \frac{8}{9} = \frac{16}{18}$$

Theo đề bài tỉ số số học sinh 5B so với 5A là $\frac{16}{18}$, tỉ số số học sinh 5C so với 5B là $\frac{17}{16}$.

Nếu coi số học sinh lớp 5A là 18 phần thì số học sinh lớp 5B là 16 phần và số học sinh lớp 5C là 17 phần bằng nhau.

$$\text{Tổng số phần bằng nhau là } 18 + 16 + 17 = 51 \quad (\text{phần})$$

$$\text{Số học sinh lớp 5A là } 102 : 51 \times 18 = 36 \quad (\text{học sinh})$$

$$\text{Số học sinh lớp 5B là } 102 : 51 \times 16 = 32 \quad (\text{học sinh})$$

$$\text{Số học sinh lớp 5C là } 102 - (36 + 32) = 34 \quad (\text{học sinh})$$

Đáp số: 5A: 36 học sinh; 5B: 32 học sinh; 5C: 34 học sinh

Bài 27. Một trang trại có 50 con gồm trâu và bò. Biết rằng nếu lấy $\frac{2}{5}$ số trâu cộng với $\frac{3}{4}$ số bò thì được 27 con. Hỏi trang trại có bao nhiêu con trâu, bao nhiêu con bò?

Giải

$$\text{Theo đề bài ta có: Số trâu + số bò} = 50 \text{ con (1)}$$

$$\frac{2}{5} \text{ số trâu} + \frac{3}{4} \text{ số bò} = 27 \text{ con (2)}$$

$$\text{Nhân (1) với } \frac{2}{5} \text{ ta được: } \frac{2}{5} \text{ số trâu} + \frac{2}{5} \text{ số bò} = 20 \text{ con (3)}$$

$$\text{Lấy (2) trừ đi (3) ta được: } \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5} \right) \text{ số bò} = 7 \text{ con}$$

$$\frac{7}{20} \text{ số bò} = 7 \text{ con}$$

$$\text{Vậy số bò là } 7 : \frac{7}{20} = 20 \quad (\text{con})$$



Số trâu là $50 - 20 = 30$ (con)

Đáp số: 20 con bò, 30 con trâu

Bài 28. Hồng đi chợ đem theo 1 số tiền. Đầu tiên Hồng mua sách hết $\frac{2}{3}$ số tiền mang theo, sau đó mua vở hết $\frac{3}{4}$ số tiền còn lại, cuối cùng Hồng còn 6000 đồng. Hỏi Hồng đi chợ đem theo bao nhiêu tiền?

Giải

Số tiền còn lại sau khi mua sách là $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ (số tiền đem theo)

Số tiền mua vở bằng $\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ (số tiền đem theo)

Số tiền còn lại sau khi mua sách và vở bằng $1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{12}$ (số tiền đem theo)

Số tiền Hồng đem theo là $6000 : \frac{1}{12} = 72000$ (đồng)

Đáp số: 72000 đồng

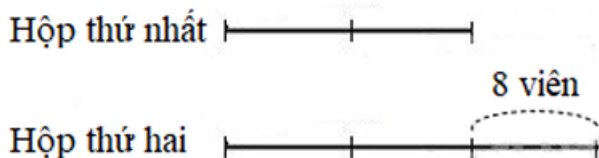
Bài 29. Có hai hộp phấn, hộp thứ nhất ít hơn hộp thứ hai 8 viên phấn, biết rằng $\frac{3}{4}$ số phấn trong hộp thứ nhất bằng $\frac{1}{2}$ số phấn của hộp thứ hai. Hỏi mỗi hộp có bao nhiêu viên phấn?

Giải

Theo đề bài ta có $\frac{1}{2}$ số phấn hộp thứ hai bằng $\frac{3}{4}$ số phấn hộp thứ nhất

Vậy số phấn ở hộp thứ hai bằng $\frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{2}$ (số phấn hộp thứ nhất)

Ta có sơ đồ:



Số viên phấn của hộp thứ nhất là $8 \times 2 = 16$ (viên)

Số viên phấn ở hộp thứ hai là $16 + 8 = 24$ (viên phấn)

Đáp số: Hộp thứ nhất: 16 viên

Hộp thứ hai: 24 viên



Bài 30. Một cửa hàng bán 1 bao đường làm ba lần. Lần thứ nhất cửa hàng bán $\frac{1}{3}$ bao đường và 5kg, lần thứ hai bán $\frac{3}{7}$ chỗ còn lại và 3kg, lần thứ ba bán 17 kg thì hết bao đường. Hỏi bao đường có bao nhiêu kilôgam?

Giải

Nếu lần thứ hai không bán thêm 3 kg đường thì số đường còn lại sau khi bán lần thứ hai là $17+3=20$ (kg)

20 kg đường tương ứng với $1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$ (số đường còn lại sau khi bán lần thứ nhất)

Số đường còn lại sau khi bán lần thứ nhất là $20:\frac{4}{7}=35$ (kg)

Nếu lần thứ nhất không bán thêm 5 kg thì số đường còn lại sau khi bán lần thứ nhất là $35+5=40$ (kg)

40 kg đường bằng $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ (bao đường)

Số đường có trong bao là $40:\frac{2}{3}=60$ (kg)

Đáp số: 60 kg

Bài 31. Hà đọc một quyển sách trong 3 ngày thì xong. Ngày thứ nhất Hà đọc được $\frac{1}{3}$ quyển. Ngày thứ hai Hà đọc $\frac{4}{7}$ số trang còn lại. Ngày thứ ba Hà đọc ít hơn ngày thứ hai là 40 trang. Tính số trang của quyển sách.

Giải

Số trang sách còn lại chưa đọc sau ngày thứ nhất là $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ (quyển sách)

Ngày thứ hai Hà đọc số trang sách bằng $\frac{4}{7}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{21}$ (quyển sách)

Ngày thứ ba, Hà đọc số trang sách bằng $1-\left(\frac{1}{3}+\frac{8}{21}\right)=\frac{2}{7}$ (quyển sách)

40 trang sách bằng $\frac{8}{21}-\frac{2}{7}=\frac{2}{21}$ (quyển sách)

Số trang của quyển sách là $40:\frac{2}{21}=420$ (trang)

Đáp số: 420 trang



Bài 32. Một ô tô chạy quãng đường AB trong 3 giờ. Giờ đầu chạy được $\frac{2}{5}$ quãng đường AB. Giờ thứ hai chạy được $\frac{2}{5}$ quãng đường còn lại và thêm 4 km. Giờ thứ ba chạy nốt 50 km cuối. Tính quãng đường AB.

Giải

Nếu giờ thứ hai không chạy thêm 4 km thì quãng đường còn lại sau giờ thứ hai là $50+4=54$ (km)

Quãng đường xe chạy trong giờ thứ hai là $\left(1-\frac{2}{5}\right) \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$ (quãng đường AB)

Quãng đường còn lại sau khi xe chạy 2 giờ là $1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{6}{25}\right) = \frac{9}{25}$ (quãng đường AB)

Quãng đường AB dài là $54 : \frac{9}{25} = 150$ (km)

Đáp số: 150 km

Bài 33. Hai người làm chung một công việc trong 12 giờ thì xong. Người thứ nhất làm một mình $\frac{2}{3}$ công việc thì mất 10 giờ. Hỏi người thứ hai làm $\frac{1}{3}$ công việc còn lại mất bao lâu?

Giải

Trong 1 giờ hai người làm được số phần công việc là $1:12 = \frac{1}{12}$ (công việc)

Trong 1 giờ người thứ nhất làm được số phần công việc là $\frac{2}{3}:10 = \frac{1}{15}$ (công việc)

Trong 1 giờ người thứ hai làm được số phần công việc là $\frac{1}{12} - \frac{1}{15} = \frac{1}{60}$ (công việc)

Người thứ hai làm $\frac{1}{3}$ công việc còn lại hết số giờ là $\frac{1}{3} : \frac{1}{60} = 20$ (giờ)

Đáp số: 20 giờ

Bài 34. Một người bán hết 63 kg gạo trong bốn lần. Lần đầu bán $\frac{1}{2}$ số gạo và $\frac{1}{2}$ kg gạo. Lần thứ hai bán $\frac{1}{2}$ số gạo còn lại và $\frac{1}{2}$ kg gạo. Lần thứ ba bán $\frac{1}{2}$ số gạo còn lại sau hai lần bán và $\frac{1}{2}$ kg gạo. Hỏi lần thứ tư người đó bán được bao nhiêu ki-lô-gam gạo?

Giải

Ngày đầu bán số kg gạo là $63 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 32$ (kg)



Ngày thứ hai bán số kg gạo là $(63 - 32) \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 16$ (kg)

Ngày thứ ba bán được số kg là $(63 - 32 - 16) \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 8$ (kg)

Ngày thứ tư bán được số kg là $63 - (32 + 16 + 8) = 7$ (kg)

Đáp số: 7 kg

Bài 35. Lớp 5A có số học sinh nữ bằng $\frac{1}{3}$ số học sinh nam. Sau bài thi chuyên đề, có 3 học sinh nữ chuyển lớp và thay vào đó là 3 học sinh nam lớp khác do đó số học sinh nữ bằng $\frac{1}{6}$ số học sinh nam. Tính số học sinh lớp 5A.

Giải

Lúc đầu số học sinh nữ bằng $\frac{1}{3}$ số học sinh nam hay số học sinh nữ bằng $\frac{1}{4}$ số học sinh cả lớp.

Sau khi chuyển lớp, số học sinh nữ bằng $\frac{1}{6}$ số học sinh nam hay số học sinh nữ bằng $\frac{1}{7}$ số học sinh cả lớp.

Vì số học sinh cả lớp không đổi nên 3 học sinh nữ chuyển đi so với số học sinh cả lớp bằng $\frac{1}{4} - \frac{1}{7} = \frac{3}{28}$ (số học sinh cả lớp)

Số học sinh lớp 5A là $3 : \frac{3}{28} = 28$ (học sinh)

Đáp số: 28 học sinh

Bài 36. Cả ba tấm vải dài tổng cộng 117m. Nếu cắt bớt $\frac{3}{7}$ tấm vải xanh, $\frac{1}{5}$ tấm vải đỏ và $\frac{1}{3}$ tấm vải trắng thì phần còn lại của 3 tấm vải dài bằng nhau. Tính chiều dài mỗi tấm vải?

Giải

Sau khi cắt ba tấm vải ta có:

Tấm vải xanh còn lại là $1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$ (tấm vải xanh)

Tấm vải đỏ còn lại là $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ (tấm vải đỏ)

Tấm vải trắng còn lại là $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ (tấm vải trắng)

Ta có $\frac{4}{7}$ tấm vải xanh = $\frac{4}{5}$ tấm vải đỏ = $\frac{4}{6}$ tấm vải trắng



Coi tấm vải xanh là 7 phần bằng nhau, tấm vải đỏ là 5 phần bằng nhau, tấm vải trắng là 6 phần bằng nhau.

Tổng số phần bằng nhau là $7+5+6=18$ (phần)

Vậy tấm vải xanh dài là $117 : 18 \times 7 = 45,5$ (m)

Tấm vải đỏ dài là $117 : 18 \times 5 = 32,5$ (m)

Tấm vải trắng dài là $117 - (45,5 + 32,5) = 39$ (m)

Đáp số: Vải xanh 45,5m; Vải đỏ 32,5 m; Vải trắng 39m

Bài 37. Bốn người góp vốn thành lập một công ty. Người thứ nhất góp 64 triệu đồng; người thứ hai góp bằng $\frac{2}{3}$ số tiền của ba người còn lại; người thứ ba góp bằng $\frac{1}{4}$ số tiền của ba người còn lại và người thứ tư góp bằng $\frac{2}{5}$ số tiền của ba người còn lại. Hỏi mỗi người đã góp bao nhiêu tiền?

Giải

Theo đề bài ta có: Người thứ hai góp $\frac{2}{5}$ số vốn công ty, người thứ ba góp $\frac{1}{5}$ số vốn công ty, người thứ tư góp $\frac{2}{7}$ số vốn công ty.

Phần số chỉ số tiền của người thứ hai, người thứ ba và người thứ tư góp là $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} + \frac{2}{7} = \frac{31}{35}$ (số vốn)

Phần số chỉ số tiền người thứ nhất góp là $1 - \frac{31}{35} = \frac{4}{35}$

Tổng số vốn của công ty là $64 : \frac{4}{35} = 560$ (triệu đồng)

Số tiền người thứ hai góp là $\frac{2}{5} \times 560 = 224$ (triệu đồng)

Số tiền người thứ ba góp là $\frac{1}{5} \times 560 = 112$ (triệu đồng)

Số tiền người thứ tư góp là $560 - (64 + 224 + 112) = 160$ (triệu đồng)

Đáp số: 64 triệu đồng, 224 triệu đồng

112 triệu đồng, 160 triệu đồng

Bài 38. Hai kho có tất cả 450 tạ thóc. Sau khi kho A nhập thêm 55 tạ thóc và kho B xuất đi 25 tạ thóc thì số thóc của kho A bằng $\frac{3}{5}$ số thóc kho B. Hỏi lúc đầu mỗi kho có bao nhiêu tạ thóc?

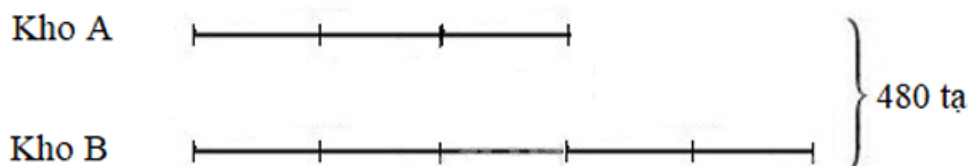
Giải

Sau khi kho A nhập thêm 55 tạ thóc và kho B xuất đi 25 tạ thóc thì số thóc ở hai kho là

$450 + 55 - 25 = 480$ (tạ)



Lúc này ta có sơ đồ:



Tổng số phần bằng nhau là $3+5=8$ (phần)

Số thóc ở kho A sau khi nhập thêm 55 tạ là $480 : 8 \times 3 = 180$ (tạ)

Số thóc ở kho A lúc đầu là $180 - 55 = 125$ (tạ)

Số thóc ban đầu ở kho B là $450 - 125 = 325$ (tạ)

Đáp số: Kho A: 125 tạ

Kho B: 325 tạ

Bài 39. Ba lớp 5 có tất cả 63 học sinh đạt học sinh giỏi. Số học sinh giỏi của lớp 5A bằng $\frac{3}{4}$ số học sinh giỏi của lớp 5B. Số học sinh giỏi của lớp 5C bằng $\frac{7}{6}$ số học sinh giỏi của lớp 5A. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh giỏi?

Giải

Ta có: số học sinh giỏi của lớp 5A bằng $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ số học sinh giỏi của lớp 5B, số học sinh giỏi của lớp 5C bằng $\frac{7}{6}$ số học sinh giỏi của lớp 5A.

Vậy số học sinh giỏi của lớp 5C so với lớp 5B là $\frac{7}{6} \times \frac{6}{8} = \frac{7}{8}$ (số học sinh giỏi lớp 5B)

Coi số học sinh giỏi của lớp 5B là 8 phần thì số học sinh giỏi của lớp 5A là 6 phần, số học sinh giỏi của lớp 5C là 7 phần.

Tổng số phần bằng nhau là $8+6+7=21$ (phần)

Số học sinh giỏi lớp 5A là $63 : 21 \times 6 = 18$ (học sinh)

Số học sinh giỏi của lớp 5B là $63 : 21 \times 8 = 24$ (học sinh)

Số học sinh giỏi của lớp 5C là $63 - (18 + 24) = 21$ (học sinh)

Đáp số: Lớp 5A: 18 học sinh

Lớp 5B: 24 học sinh

Lớp 5C: 21 học sinh

Bài 40. Ba xe ô tô chở 98 học sinh đi tham quan, biết $\frac{2}{3}$ số học sinh ở xe thứ nhất bằng $\frac{3}{4}$ số học sinh ở xe thứ hai và bằng $\frac{4}{5}$ số học sinh ở xe thứ ba. Hỏi mỗi xe chở bao nhiêu học sinh?



Giải

Có $\frac{2}{3}$ số học sinh ở xe thứ nhất bằng $\frac{3}{4}$ số học sinh ở xe thứ hai và bằng $\frac{4}{5}$ số học sinh ở xe thứ ba.

Quy đồng tử số các phân số ta được: $\frac{12}{18}$ số học sinh ở xe thứ nhất = $\frac{12}{16}$ số học sinh ở xe thứ hai =

$\frac{12}{15}$ số học sinh ở xe thứ ba

Gọi số học sinh ở xe thứ nhất là 18 phần bằng nhau thì số học sinh ở xe thứ hai là 16 phần và số học sinh ở xe thứ ba là 15 phần.

Tổng số phần bằng nhau là $18+16+15=49$ (phần)

Xe thứ nhất chở số học sinh là $98 : 49 \times 18 = 36$ (học sinh)

Xe thứ hai chở số học sinh là $98 : 49 \times 16 = 32$ (học sinh)

Xe thứ ba chở số học sinh là $98 - (36 + 32) = 30$ (học sinh)

Đáp số: Xe thứ nhất: 36 học sinh

Xe thứ hai: 32 học sinh

Xe thứ ba: 30 học sinh



CHUYÊN ĐỀ: BÀI TOÁN VỀ CHỮ SỐ TẬN CÙNG

Phương pháp giải

1. Chữ số tận cùng là các chữ số khác 0.

- Chữ số tận cùng của tổng bằng chữ số tận cùng của tổng các chữ số hàng đơn vị của các số hạng trong tổng ấy.
- Chữ số tận cùng của tích bằng chữ số tận cùng của tích các chữ số hàng đơn vị của các thừa số trong tích ấy.
- Tổng $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 9$ có chữ số tận cùng bằng 5.
- Tích một số có chữ số tận cùng là 5 với một số lẻ có tận cùng là 5.
- Tích hai số có chữ số tận cùng là các số tự nhiên liên tiếp chỉ có thể cho kết quả có các chữ số tận cùng là: 0, 2 hoặc 6.
- Tích của 4 thừa số 3 ($3 \times 3 \times 3 \times 3$) có tận cùng là 1.
- Tích của 4 thừa số 2 ($2 \times 2 \times 2 \times 2$) có tận cùng là 6.
- Tích của 4 thừa số 9 ($9 \times 9 \times 9 \times 9$) có tận cùng là 1.
- Tích các số có tận cùng là 1 có tận cùng là 1.
- Tích của tất cả các số có tận cùng là 6 có tận cùng là 6.
- Tích của chẵn các thừa số 4 ($4 \times 4 = 16$) có tận cùng là 6
- Tích của lẻ các thừa số 4 ($4 \times 4 \times 4 = 64$) có tận cùng là 4.

2. Chữ số tận cùng là các chữ số 0

- Tích một số có chữ số tận cùng là 5 với một số chẵn có tận cùng là 0.
- Khi nhân một số (khác số tròn chục, tròn trăm...) với các số tròn chục 10; 20; 30; 40; 60; 70; 80; 90 ta được tích là số tận cùng là một chữ số 0.
- Các số 5; 15; 35; 45; 55; 65; 85; 95; 105; 115; 135; 145; 165;..... khi nhân với một số chẵn ta được tích là số có tận cùng là một chữ số 0.
- Các số 25; 50; 75 khi nhân với một số chia hết cho 4 ta được tích là số có tận cùng là hai chữ số 0.
- Tích $a \times a$ không thể có chữ số tận cùng bằng 2 ; 3 ; 7 hoặc 8

Ví dụ 1.

Không thực hiện các phép tính, tìm chữ số tận cùng của biểu thức sau:

$$(2001+2002+\dots+2009)-(21+32+43+\dots+98+109)$$

Giải:

Ta thấy chữ số tận cùng của tổng $2001 + 2002 + \dots + 2009$ bằng chữ số tận cùng của tổng $1 + 2 + 3 + \dots + 9 \Rightarrow 2011 + 2012 + \dots + 2019$ có chữ số tận cùng là 5

Chữ số tận cùng của tổng $21 + 32 + 43 + \dots + 98 + 109$ bằng chữ số tận cùng của tổng $1 + 2 + 3 + \dots + 9 \Rightarrow 21 + 32 + 43 + \dots + 98 + 109$ có chữ số tận cùng là 5

Vậy $(2001 + 2002 + \dots + 2009) - (21 + 32 + 43 + \dots + 98 + 109)$ có chữ số tận cùng là 0.



Ví dụ 2.

Tìm chữ số tận cùng của biểu thức:

$$123 \times 235 \times 347 \times 459 \times 561 - 71 \times 73 \times 75 \times 77 \times 79$$

Giải:

Tìm chữ số tận cùng của $123 \times 235 \times 347 \times 459 \times 561$

Ta xét $3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 1$ là tích của số 5 và các số lẻ nên có tận cùng là 5

$\Rightarrow 123 \times 235 \times 347 \times 459 \times 561$ có chữ số tận cùng là 5

Tương tự ta có: $71 \times 73 \times 75 \times 77 \times 79$ có chữ số tận cùng là 5

Vậy $123 \times 235 \times 347 \times 459 \times 561 - 71 \times 73 \times 75 \times 77 \times 79$ có chữ số tận cùng là 0

Ví dụ 3.

Tìm chữ số tận cùng của $A = 3 \times 3 \times \dots \times 3$ (50 thừa số 3)

Giải:

Ta có: $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$, tích của 4 chữ số 3 cho chữ số tận cùng bằng 1.

Vì $50 : 3 = 16$ dư 2

Vậy 50 thừa số 3 ta nhóm được 16 nhóm (mỗi nhóm 4 thừa số 3) và dư ra 2 thừa số 3

$$A = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times \dots \times (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times 3 \times 3$$

Cứ mỗi nhóm có chữ số tận cùng là 1

Vậy tích A có chữ số tận cùng là 9.

Ví dụ 4.

Tích sau tận cùng bằng chữ số nào?

$$B = 4 \times 14 \times 24 \times 34 \times \dots \times 164$$

Giải:

Tích trên có số thừa số $(164 - 4) : 10 + 1 = 17$ (thừa số)

Ta có: $4 \times 4 = 16$, tích của 2 chữ số 4 cho chữ số tận cùng là 6.

Vì $17 : 2 = 8$ dư 1

Vậy 17 thừa số trên ta nhóm được 8 nhóm (mỗi nhóm 2 thừa số) và dư ra 1 thừa số.

$$B = (4 \times 14) \times (24 \times 34) \times \dots \times (144 \times 154) \times 164$$

Cứ mỗi nhóm có chữ số tận cùng là 6, số 164 có tận cùng là 4

Vậy B có chữ số tận cùng là 4.

Ví dụ 5.

Tích $A = 4 \times 11 \times 15 \times 6 \times 17 \times 25 \times 45$ tận cùng là bao nhiêu chữ số 0?



Giải:

Tích của 4 và 25 có 2 chữ số 0 tận cùng

Tích của 6 và 45 có 1 chữ số 0 tận cùng

Vậy A có 3 chữ số 0 tận cùng.

Ví dụ 6.

Tích sau có tận cùng bằng bao nhiêu chữ số 0?

$$A = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 50$$

Giải:

Các thừa số chia hết cho 5 trong tích trên là 5 ; 10 ; 15 ; 50

Số thừa số chia hết cho 5 là $(50 - 5) : 5 + 1 = 10$ (số)

Có 2 thừa số chia hết cho 25 là 25 và 50.

Ta có $25 = 5 \times 5$ và $50 = 5 \times 5 \times 2$

Số thừa số 5 trong tích là $10 + 2 = 12$ (thừa số 5)

Số thừa số chẵn là $(50 - 2) : 2 + 1 = 25$ (số)

Mỗi thừa số 5 khi nhân với một số chẵn cho tận cùng là 1 chữ số 0.

Vậy tích đã cho có 12 chữ số 0 tận cùng.

Ví dụ 7.

Cho $X = A - B$, biết:

$$A = 3 \times 13 \times 23 \times \dots \times 2003 \times 2013$$

$$B = 2 \times 12 \times 22 \times \dots \times 2002 \times 2012$$

Hỏi X có chia hết cho 5 không?

Giải:

A có số các thừa số là $(2013 - 3) : 10 + 1 = 202$ (thừa số)

B có số các thừa số là $(2012 - 2) : 10 + 1 = 202$ (thừa số)

Ta thấy tích của 4 thừa số tận cùng là 3 sẽ có chữ số tận cùng là 1.

Vì $202 : 4 = 50$ dư 2

Vậy A là tích của 50 nhóm (mỗi nhóm có 4 thừa số tận cùng là 3) và dư ra 2 thừa số tận cùng là 3

$\Rightarrow$ A có tận cùng là 9.

Tương tự như trên: Tích của 4 thừa số có chữ số tận cùng là 2 có tận cùng là 6.

Vì $202 : 4 = 50$ dư 2

Vậy B là tích của 50 nhóm (mỗi nhóm có 4 thừa số có chữ số tận cùng là 2) và dư ra 2 thừa số có chữ số tận cùng là 2.

$\Rightarrow$ B tận cùng là 4.



Vậy X có tận cùng là 5 vì $9 - 4 = 5$ nên X chia hết cho 5.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Không thực hiện các phép tính, hãy cho biết mỗi kết quả sau có tận bằng chữ số nào?

$$a) (1999 + 2378 + 4545 + 7956) - (315 + 598 + 736 + 89)$$

$$b) 1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times \dots \times 2019$$

$$c) 11 \times 13 \times 15 \times 17 + 23 \times 25 \times 27 \times 29 + 31 \times 33 \times 35 \times 37 + 45 \times 47 \times 49 \times 51$$

$$d) 56 \times 66 \times 76 \times 86 - 51 \times 61 \times 71 \times 81$$

Bài 2. Kết quả của dãy tính sau tận cùng là chữ số nào?

$$a) 1991 \times 1992 \times 1993 \times 1994 + 1995 \times 1996 \times 1997 \times 1998 \times 1999$$

$$b) 1992 \times 1993 \times 1994 \times 1995 + 1996 \times 1997 \times 1998 \times 2000$$

Bài 3. Tìm chữ số tận cùng của biểu thức sau:

$$A = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 2019$$

Bài 4. Tìm chữ số tận cùng của dãy sau: $11 \times 13 \times 15 \times \dots \times 2019$

Bài 5. Tích $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 98 \times 99 \times 100$ có tận cùng bằng bao nhiêu chữ số 0?

Bài 6 (Cầu Giấy 2013 – 2014). Tích sau có tận cùng bằng bao nhiêu chữ số 0?

$$A = 34 \times 35 \times 36 \times \dots \times 85$$

Bài 7. Tích sau có tận cùng bằng bao nhiêu chữ số 0?

$$S = 29 \times 30 \times 31 \times \dots \times 255$$

Bài 8. Tìm chữ số tận cùng của $A = 2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2$ (101 số 2)

Bài 9: Tìm chữ số tận cùng của $S = 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times \dots \times 9 \times 9$ (2020 số 9)

Bài 10: Tìm chữ số tận cùng của $S = 3 \times 13 \times 23 \times 33 \times \dots \times 2013$

Bài 11: Tìm chữ số tận cùng của $S = 7 \times 17 \times 27 \times \dots \times 2037 \times 2047$

Bài 12: Lấy số 4 nhân với chính nó 2007 lần. Hỏi kết quả của phép tính có chữ số hàng đơn vị bằng bao nhiêu.

Bài 13: Lấy số 7 nhân với chính nó 78 lần thì được một số có chữ số tận cùng bằng bao nhiêu.

Bài 14: Tìm chữ số tận cùng của dãy sau $11 \times 13 \times 15 \times 17 \times \dots \times 2019$

Bài 15: Tìm chữ số tận cùng của $S = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times \dots \times 4 \times 4$ (2019 số 4)

Bài 16: Tìm chữ số tận cùng của $S = 9 \times 19 \times 29 \times \dots \times 2019 \times 2029$

Bài 17: Tìm chữ số tận cùng của kết quả sau:

$$A = 1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times \dots \times 2019 + 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \dots \times 2018$$

Bài 18: Tìm chữ số tận cùng của $S = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 \times 2$ (2019 số 2)

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1.

a) Tổng $1999 + 2378 + 4545 + 7956$ có chữ số tận cùng là 8



Tổng $315 + 598 + 736 + 89$ có chữ số tận cùng là 8

Vậy $(1999 + 2378 + 4545 + 7956) - (315 + 598 + 736 + 89)$ có chữ số tận cùng bằng 0.

b) Tích $1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times \dots \times 2019$ có tận cùng bằng 5 vì trong tích có thừa số 5 và các thừa số còn lại đều là số lẻ.

c) Các tích $11 \times 13 \times 15 \times 17$; $23 \times 25 \times 27 \times 29$; $31 \times 33 \times 35 \times 37$ và $45 \times 47 \times 49 \times 51$ đều có tận cùng bằng 5 nên kết quả của phép tính có chữ số tận cùng là 0.

d) Tích $56 \times 66 \times 76 \times 86$ có tận cùng là 6.

Tích $51 \times 61 \times 71 \times 81$ có tận cùng là 1

Vậy $56 \times 66 \times 76 \times 86 - 51 \times 61 \times 71 \times 81$ có kết quả tận cùng là 5.

Bài 2.

a) Ta có $1 \times 2 \times 3 \times 4$ có tận cùng là 4.

$5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9$ có tận cùng là 0

Nên $1991 \times 1992 \times 1993 \times 1994 + 1995 \times 1996 \times 1997 \times 1998 \times 1999$ có tận cùng là 4.

b) Ta có $2 \times 3 \times 4 \times 5$ có tận cùng là 0

$6 \times 7 \times 8 \times 0$ có tận cùng là 0

Nên $1992 \times 1993 \times 1994 \times 1995 + 1996 \times 1997 \times 1998 \times 2000$ có tận cùng là 0

Bài 3.

Biểu thức A có chữ số tận cùng là 0 vì 5 nhân với một số chẵn cho số có tận cùng là 0.

Bài 4.

Tích trên có tận cùng là 5 vì 5 nhân với các số lẻ cho tích có tận cùng là 5.

Bài 5.

Các thừa số chia hết cho 5 trong tích trên là: 5, 10, 15, 20, ..., 100

Số thừa số chia hết cho 5 là $(100 - 5) : 5 + 1 = 20$ (số)

Số thừa số chia hết cho 25 là $(100 - 25) : 25 + 1 = 4$ (số)

Ta có $25 = 5 \times 5$

$$50 = 5 \times 5 \times 2$$

$$75 = 5 \times 5 \times 3$$

$$100 = 5 \times 5 \times 4$$

Số thừa số 5 trong tích là $20 + 4 = 24$ (thừa số 5)

Mỗi thừa số 5 khi nhân với một số chẵn cho 1 chữ số 0 tận cùng.

Vậy tích đã cho có 24 chữ số 0 tận cùng.

Bài 6.

Các thừa số chia hết cho 5 trong tích trên là: 35; 40; 45; 85



Số thừa số chia hết cho 5 là

$$(85-35):5+1=11 \text{ (số)}$$

Có 2 thừa số chia hết cho 25 là 50 và 75

$$\text{Trong đó } 50=5 \times 5 \times 2$$

$$75=5 \times 5 \times 3$$

Số thừa số 5 trong tích là $11+2=13$ (thừa số 5)

Mỗi thừa số 5 khi nhân với một số chẵn cho tận cùng là 1 chữ số 0.

Vậy tích đã cho có 13 chữ số 0 tận cùng.

Bài 7.

Các thừa số chia hết cho 5 là: 30 ; 35 ; 40 ; 255

Số thừa số chia hết cho 5 là

$$(255-30):5+1=46 \text{ (số)}$$

Các thừa số chia hết cho 25 trong tích trên là 50 ; 75 ; 100 ; 250

Số thừa số chia hết cho 25 trong dãy trên là

$$(250-50):25+1=9 \text{ (số)}$$

Có 2 thừa số chia hết cho 125 trong dãy trên là 125 và 250.

Số thừa số 5 trong tích là $46+9+2=57$ (thừa số 5)

Vậy tích đã cho tận cùng là 57 chữ số 0.

Bài 8.

Ta có $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ nên tích của 4 số 2 cho chữ số tận cùng là 6

Mà $101:4=25$ (dư 1)

Vậy 101 thừa số 2 ta nhóm được 25 nhóm và dư 1 thừa số 2.

Ta có $(2 \times 2 \times 2 \times 2) \times \dots \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times 2$

25 nhóm

Mỗi nhóm có chữ số tận cùng là 6.

Ta có tích của các thừa số 6 là $6 \times 6 \times \dots \times 6$ có tận cùng là 6.

Vậy A có chữ số tận cùng là 2.

Bài 9.

Ta có $9 \times 9 \times 9 \times 9 = 6561$ nên tích của 4 thừa số 9 có chữ số tận cùng là 1

Mà $2020:4=505$

Vậy 2020 thừa số 9 được chia thành 505 nhóm, mỗi nhóm 4 thừa số 9.

Ta có $(9 \times 9 \times 9 \times 9) \times \dots \times (9 \times 9 \times 9 \times 9)$

505 nhóm



Mỗi nhóm đều có chữ số tận cùng là 1.

Ta có tích của các thừa số 1 có tận cùng là 1.

Vậy S có chữ số tận cùng là 1.

Bài 10.

Nhận xét: Dãy trên gồm các thừa số có tận cùng là 3

Số các thừa số trong tích trên là $(2013-3):10+1=202$ (số)

Ta có $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ nên tích của 4 thừa số có tận cùng là 3 thì cho chữ số tận cùng là 1.

Mà $202:4=50$ (dư 2)

Vậy 202 thừa số được chia thành 50 nhóm (Mỗi nhóm gồm 4 thừa số) và dư 2 thừa số.

Xét tích các chữ số tận cùng của các thừa số:

$$S=(3 \times 3 \times 3 \times 3) \times \dots \times (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times 3 \times 3$$

50 nhóm

Mỗi nhóm đều có tận cùng bằng 1.

Vậy S có chữ số tận cùng là 9

Bài 11.

Nhận xét: Các thừa số trong tích trên đều có tận cùng là 7.

Số các thừa số trong tích trên là $(2047-7):10+1=205$ (số)

Ta có tích của 4 thừa số 7 là $7 \times 7 \times 7 \times 7$ có tận cùng là 1

Mà $205:4=51$ (dư 1)

Vậy tích đã cho được chia thành 51 nhóm (mỗi nhóm 4 thừa số) và dư 1 thừa số

Xét tích các chữ số tận cùng của các thừa số:

Ta có $(7 \times 7 \times 7 \times 7) \times \dots \times (7 \times 7 \times 7 \times 7) \times 7$

51 nhóm

Mỗi nhóm có tận cùng là chữ số 1.

Vậy S có chữ số tận cùng là 7.

Bài 12.

Ta có tích của 4 thừa số 4 là $4 \times 4 \times 4 \times 4$ có tận cùng là 6

Mà $2007:4=501$ (dư 3)

Vậy 2007 thừa số được chia thành 501 nhóm (mỗi nhóm gồm 4 thừa số 4) và dư 3 thừa số 4

Ta có $(4 \times 4 \times 4 \times 4) \times \dots \times (4 \times 4 \times 4 \times 4) \times 4 \times 4 \times 4$

501 nhóm

Mỗi nhóm có tận cùng là 6. Ta có tích của các thừa số 6 có tận cùng là 6.

Vậy tích của 2007 thừa số 4 có tận cùng là chữ số 4.



Bài 13.

Ta có tích của 4 thừa số 7 là $7 \times 7 \times 7 \times 7$ có tận cùng là 1

Mà $78 : 4 = 19$ (dư 2)

Vậy 78 thừa số được chia thành 19 nhóm (mỗi nhóm gồm 4 thừa số) và dư 2 thừa số

Ta có $(7 \times 7 \times 7 \times 7) \times \dots \times (7 \times 7 \times 7 \times 7) \times 7 \times 7$

19 nhóm

Mỗi nhóm có tận cùng là 1.

Vậy tích của 78 thừa số 7 có chữ số tận cùng là 9.

Bài 14. Tích $11 \times 13 \times 15 \times 17 \times \dots \times 2019$ có tận cùng bằng 5 vì trong tích có thừa số tận cùng 5 nhân với các số lẻ.

Bài 15.

Ta có $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$ có tận cùng là 6

Mà $2019 : 4 = 504$ (dư 3)

Vậy 2019 thừa số được chia thành 504 nhóm (mỗi nhóm gồm 4 thừa số) và dư 3 thừa số

Ta có $(4 \times 4 \times 4 \times 4) \times \dots \times (4 \times 4 \times 4 \times 4) \times 4 \times 4 \times 4$

504 nhóm có tận cùng là 6

Mỗi nhóm có tận cùng là 6. Ta có tích của các thừa số 6 có tận cùng là 6.

Vậy tích của S có chữ số tận cùng là 4.

Bài 16.

Số các thừa số trong tích trên là $(2029 - 9) : 10 + 1 = 203$ (số)

Nhận xét: Các thừa số trong tích đều có tận cùng là 9.

Ta có tích của 4 thừa số 9 là $9 \times 9 \times 9 \times 9$ có tận cùng là 1

Mà $203 : 4 = 50$ (dư 3)

Vậy 203 thừa số được chia thành 50 nhóm (mỗi nhóm gồm 4 thừa số) và dư 3 thừa số.

Xét tích các chữ số tận cùng của các thừa số:

Ta có $(9 \times 9 \times 9 \times 9) \times \dots \times (9 \times 9 \times 9 \times 9) \times 9 \times 9 \times 9$

50 nhóm

Mỗi nhóm có tận cùng là 1.

Vậy S có chữ số tận cùng là 9.

Bài 17.

Tích $1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times \dots \times 2019$ có tận cùng là 5 (Vì tích có thừa số 5 nhân với các số lẻ)

Tích $2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \dots \times 2018$ có tận cùng là 0 (Vì trong tích có các thừa số tận cùng là 0)



Vậy A có tận cùng là 5.

Bài 18.

Ta có tích của 4 thừa số 2 là $2 \times 2 \times 2 \times 2$ có tận cùng là 6

Mà $2019 : 4 = 504$ (dư 3)

Vậy 2019 thừa số được chia thành 504 nhóm (mỗi nhóm 4 thừa số) và dư 3 thừa số

Ta có $(2 \times 2 \times 2 \times 2) \times \dots \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times 2 \times 2 \times 2$

504 nhóm

Mỗi nhóm có tận cùng là 6. Ta có tích của các thừa số 6 có tận cùng là 6.

Vậy S có chữ số tận cùng là 8.