

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1_TOÁN 10_CÁNH DIỀU

ĐỀ BÀI

I/ TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [Mức độ 1] Phát biểu nào sau đây không là mệnh đề toán học?

A. Số 2022 chia hết cho 11.

B. Ngày 1 tháng 1 là ngày Tết Dương lịch.

C. Nếu tứ giác $ABCD$ là hình vuông thì tứ giác đó là hình thoi.

D. Có ít nhất một số nguyên tố là số chẵn.

Câu khẳng định “Ngày 1 tháng 1 là ngày Tết Dương lịch” không phải là một mệnh đề toán học.

Câu 2. [Mức độ 1] Cho tập $A = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 4\}$. Tập A là tập con của tập hợp nào sau đây?

A. $\{1; 2; 3; 4\}$.

B. $[0; 4]$.

C. $(0; 4]$.

D. $[0; 4)$.

Câu 3. [Mức độ 2] Cho tập $S = \{x \in \mathbb{N} | x^2 + 4x - 5 = 0\}$. Hãy chọn kết quả đúng?

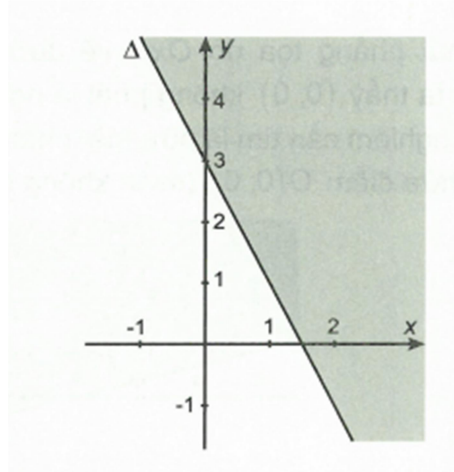
A. $S = \{1; 5\}$.

B. $S = \{-1; 5\}$.

C. $S = \{1; -5\}$.

D. $S = \{1\}$.

Câu 4. [Mức độ 1] Phần không tô đậm trong hình vẽ (không kể cả đường thẳng) biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình. Điểm nào trong các điểm sau thuộc miền nghiệm của bất phương trình?



A. $M(2; 1)$

B. $N(-1; 1)$.

C. $E(1; 3)$.

D. $F(2; 2)$.

Câu 5. [Mức độ 1] Hệ bất phương trình nào là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

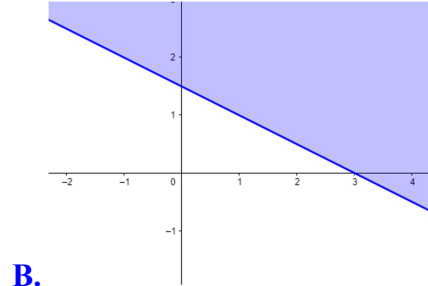
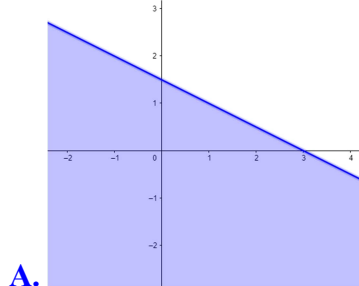
A.
$$\begin{cases} x^3 + y^2 > 4 \\ 4x + y \leq 10 \end{cases}$$

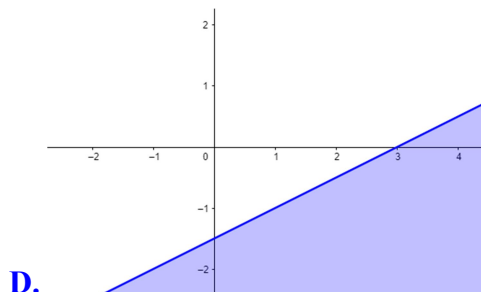
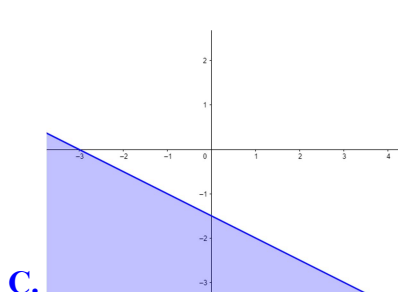
**B.
$$\begin{cases} x + 7y \geq 9 \\ \frac{2}{x} - y \leq 5 \end{cases}$$**

C.
$$\begin{cases} x + y^2 > 4 \\ 3x + 2y \leq 6 \end{cases}$$

**D.
$$\begin{cases} 3x + 7y \leq 11 \\ 5x - y < 5 \end{cases}$$**

Câu 6. [Mức độ 2] Miền nghiệm của bất phương trình $x + 2y < 3$ là phần không tô đậm (không kể đường thẳng) là hình nào trong các hình vẽ dưới đây?





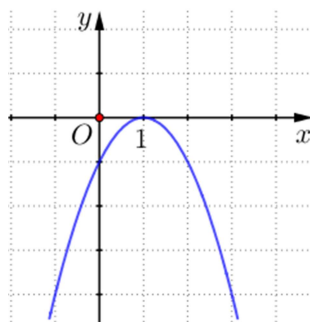
Câu 7. [Mức độ 1] Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x-1}}$ là:

- A. $D = [1; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. C. $D = (1; +\infty)$. D. $D = (-\infty; 1)$.

Câu 8. [Mức độ 1] Tập xác định của hàm số $y = \frac{2-x}{x^2-4x}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{0; 2; 4\}$. B. $\mathbb{R} \setminus [0; 4]$. C. $\mathbb{R} \setminus (0; 4)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0; 4\}$.

Câu 9. [Mức độ 1] Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = -x^2 + 2x$. B. $y = -x^2 + 2x - 1$. C. $y = x^2 - 2x$. D. $y = x^2 - 2x + 1$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$ B. $(1; +\infty)$ C. $(-2; 2)$ D. $(0; 1)$

Câu 11. [Mức độ 1] Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc hai?

- A. $y = -x^2 - 4$. B. $y = -2x$. C. $y = \frac{1}{x^2}$. D. $y = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$.

Câu 12. [Mức độ 1] Hàm số $y = -x^2 + 4x - 4$ có hoành độ đỉnh là ?

- A. $x = -2$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = -1$.

Câu 13. [Mức độ 2] Hàm số $y = -x^2 + 2x - 5$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$

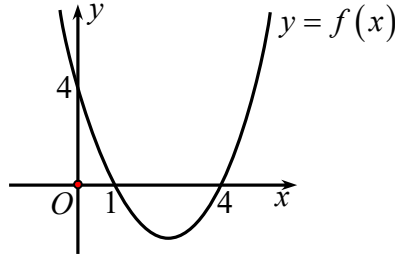
Câu 14. [Mức độ 2] Tọa độ các giao điểm của đường thẳng $d: y = -x + 4$ và parabol $y = x^2 - 7x + 12$ là

- A. $(-2; 6)$ và $(-4; 8)$. B. $(2; 2)$ và $(4; 8)$. C. $(2; -2)$ và $(4; 0)$. D. $(2; 2)$ và $(4; 0)$.

Câu 15. [Mức độ 1] Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

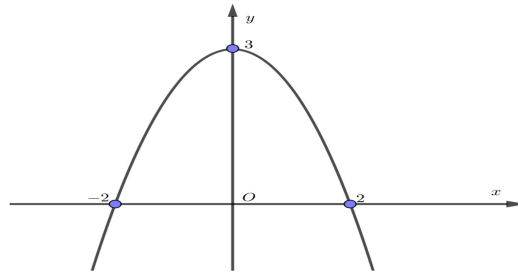
- A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$. **D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.**

Câu 16. [Mức độ 1] Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Tập tất cả các giá trị của x để $f(x) \geq 0$ là



- A. $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$. B. $(1; 4)$. C. $[1; 4]$. **D. $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.**

Câu 17. [Mức độ 2] Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định ĐÚNG.



- A. $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 3$. **B. $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$.**
C. $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -2 \vee x \geq 2$. D. $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$.

Câu 18. [Mức độ 2] Cho hàm số $f(x) = -x^2 + 3$. Có tất cả bao nhiêu số nguyên x sao cho $f(x) > 0$.

- A. 3.** B. Vô số. C. 4. D. 5.

Câu 19. [Mức độ 1] Tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - x - 6 \leq 0$.

- A. $S = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$. **B. $[-2; 3]$.**
C. $[-3; 2]$. D. $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.

Câu 20. [Mức độ 1] Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2 - 3x - 15 \leq 0$ là

- A. 6.** B. 5. C. 8. D. 7.

Câu 21. [Mức độ 2] Tập nghiệm của bất phương trình $-3x^2 + 2x + 1 < 0$ là:

- A. $S = (-\infty; -\frac{1}{3})$ B. $S = (1; +\infty)$ C. $S = \left(-\frac{1}{3}; 1\right)$ **D. $S = (-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (1; +\infty)$**

Câu 22. [Mức độ 2] Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 - mx + m + 3 = 0$ có nghiệm là

- A. $m \in (-\infty; -2]$ B. $m \in [6; +\infty)$ C. $m \in [-2; 6]$ **D. $m \in (-\infty; -2] \cup [6; +\infty)$**

Câu 23. Cho góc $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin \alpha$ và $\cot \alpha$ cùng dấu. **B. Tích $\sin \alpha \cdot \cot \alpha$ mang dấu âm.**
C. Tích $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ mang dấu dương. D. $\sin \alpha$ và $\tan \alpha$ cùng dấu.

Câu 24. Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$ và $AB = c$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$. **B. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos A$.**

C. $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$.

D. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$.

Câu 25. Cho tam giác ABC có $AC = 3; BC = 5; \widehat{ACB} = 120^\circ$. Độ dài cạnh AB

A. 49.

B. $\sqrt{19}$.

C. 19.

D. 7.

Câu 26. Cho tam giác ABC có $BC = 8; \widehat{BAC} = 30^\circ$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC bằng

A. 16.

B. 8.

C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

Câu 27. Một tam giác có ba cạnh là 8, 11, 13. Bán kính đường tròn ngoại tiếp là:

A. $\frac{65}{8}$.

B. 40.

C. $\frac{143\sqrt{30}}{120}$.

D. $\frac{65}{4}$.

Câu 28. Vector có điểm đầu là D , điểm cuối là E được kí hiệu là

A. DE .

B. $\overrightarrow{DE}$.

C. $\overrightarrow{ED}$.

D. $\overrightarrow{DE}$.

Câu 29. Cho bốn điểm phân biệt A, B, C và D . Từ bốn điểm đã cho, có thể lập được bao nhiêu vector?

A. 12.

B. 14.

C. 16.

D. 13.

Câu 30. Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 8, BD = 4$. Tính $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}|$.

A. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 20$.

B. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 4\sqrt{5}$.

C. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 12$.

D. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 2\sqrt{5}$.

Câu 31. Cho O là tâm hình bình hành $ABCD$. Hỏi vector $(\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO})$ bằng vector nào?

A. $\overrightarrow{BA}$.

B. $\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AC}$.

Câu 32. Cho tam giác ABC đều cạnh bằng $2a$. Gọi AH là đường cao của tam giác ABC . Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{HC}|$ bằng:

A. $a\sqrt{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. a .

D. $2a$.

Câu 33. Cho tam giác ABC có trọng tâm G , M là trung điểm BC , mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

B. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GA}$.

C. $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{MG}$.

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$.

Câu 34. Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AG} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Câu 35. [Mức độ 1] Xét hai vector tùy ý $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin(\vec{a}, \vec{b})$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a} \cdot \vec{b}|$.

Câu 36. Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Biết $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = \sqrt{3}$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}|$.

A. $\sqrt{7 + \sqrt{3}}$.

B. $\sqrt{7 - \sqrt{3}}$.

C. $\sqrt{7 - 2\sqrt{3}}$.

D. $\sqrt{7 + 2\sqrt{3}}$.

Câu 37. [Mức độ 1] Trên đường thẳng MN lấy điểm P sao cho $3\overrightarrow{MN} = 5\overrightarrow{MP}$. Điểm P được xác định đúng trong hình vẽ nào sau đây:



Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Câu 38. [Mức độ 2] Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm của AC và BD . Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$.

B. $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{DA}$.

C. $\overrightarrow{CO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB})$.

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$.

Câu 39. [Mức độ 1] Cho hai vectơ $\vec{u} = (2; -1)$, $\vec{v} = (-3; 4)$. Tích $\vec{u} \cdot \vec{v}$ là

A. 11.

B. -10.

C. 5.

D. -2.

Câu 40. [Mức độ 2] Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $BC = \sqrt{3}a$. Tính $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.

A. $\sqrt{3}a^2$.

B. a^2 .

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^2$.

D. $\sqrt{2}a^2$.

II/ TỰ LUẬN

Câu 41. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ:

$$\begin{cases} x - 2y \leq 2 \\ 2x - y \geq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Câu 42. Một cơ sở sản xuất kinh doanh dự định sản xuất 2 loại sản phẩm loại A và B . Biết để sản xuất ra 1 sản phẩm loại A cần 2 đơn vị nguyên liệu loại I và 1 đơn vị nguyên liệu loại II; để sản xuất ra 1 sản phẩm loại B cần 1 đơn vị nguyên liệu loại I và 2 đơn vị nguyên liệu loại II và 1 đơn vị nguyên liệu loại III. Biết rằng cơ sở kinh doanh đó dự trữ được 8 đơn vị nguyên liệu loại I, 7 đơn vị nguyên liệu loại II và 3 đơn vị nguyên liệu loại III. Biết 1 sản phẩm loại A lời 4 đơn vị tiền tệ, 1 sản phẩm loại B lời 5 đơn vị tiền tệ. Hãy cho biết cơ sở đó cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm mỗi loại để có mức lời cao nhất?

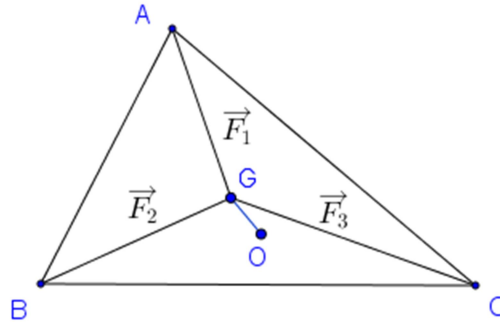
Câu 43. (VDT 1*) Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe hơn đa Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

Câu 44. (VDC 1***) Cho bất phương trình $x^2 - 6x + \sqrt{-x^2 + 6x - 8} - 3m^2 + 12m - 1 \geq 0$. Gọi m là giá trị nguyên lớn nhất để bất phương trình nghiệm đúng với $\forall x \in [2; 4]$. Khi đó tìm a để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = mx^2 - 2ax + m + a$ lớn hơn hoặc bằng $\frac{11}{3}$

Câu 45. Cho tam giác ABC ; $AB = 5$; $AC = 6$; $BC = 7$. Điểm M thuộc cạnh BC sao cho diện tích tam giác ABM bằng $\frac{2}{5}$ diện tích tam giác ACM . Tính độ dài AM :

Câu 46. Cho tam giác đều ABC có độ dài cạnh bằng 15. Lấy các điểm M , N , P lần lượt trên các cạnh BC , CA , AB sao cho $BM = 5$, $CN = 10$, $AP = 4$. Chứng minh rằng $AM \perp PN$.

- Câu 47. [Mức độ 3]** Cho AD và BE là hai phân giác trong của tam giác ABC . Biết $AB = 2$, $BC = 5$ và $CA = 6$. Phân tích $\overrightarrow{DE}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{CA}$ và $\overrightarrow{CB}$?
- Câu 48. [Mức độ 4]** Cho ba lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{GA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{GB}$ và $\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{GC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm G và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ lần lượt là $6N, 8N, 10N$. Một người đứng ở vị trí O cách đều 3 điểm A, B, C . Hỏi khoảng cách từ người đó đến vật là bao nhiêu?



..... **HẾT**

HƯỚNG DẪN GIẢI

I/ TRẮC NGHIỆM

- Câu 1. [Mức độ 1]** Phát biểu nào sau đây không là mệnh đề toán học?
- A.** Số 2022 chia hết cho 11.
- B.** Ngày 1 tháng 1 là ngày Tết Dương lịch.
- C.** Nếu tứ giác $ABCD$ là hình vuông thì tứ giác đó là hình thoi.
- D.** Có ít nhất một số nguyên tố là số chẵn.

Lời giải

FB tác giả: Ngocha Huynh

Câu khẳng định “Ngày 1 tháng 1 là ngày Tết Dương lịch” không phải là một mệnh đề toán học.

- Câu 2. [Mức độ 1]** Cho tập $A = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 4\}$. Tập A là tập con của tập hợp nào sau đây?
- A.** $\{1; 2; 3; 4\}$. **B.** $[0; 4]$. **C.** $(0; 4]$. **D.** $[0; 4)$.

Lời giải

FB tác giả: Ngocha Huynh

Ta có $A = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 4\} = \{0; 1; 2; 3; 4\}$.

Vậy $A \subset [0; 4]$.

- Câu 3. [Mức độ 2]** Cho tập $S = \{x \in \mathbb{N} | x^2 + 4x - 5 = 0\}$. Hãy chọn kết quả đúng?
- A.** $S = \{1; 5\}$. **B.** $S = \{-1; 5\}$. **C.** $S = \{1; -5\}$. **D.** $S = \{1\}$.

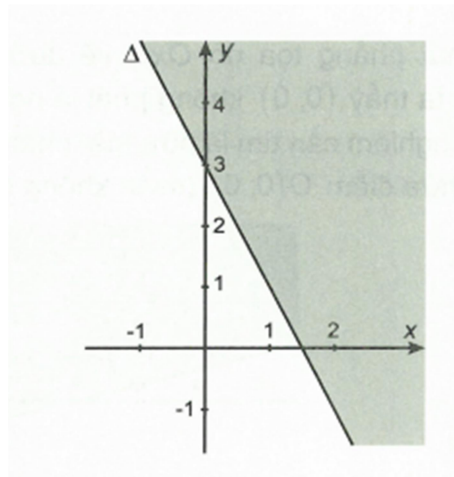
Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Chí

Ta có: $x^2 + 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -5 \end{cases}$.

Vậy $S = \{1\}$.

- Câu 4. [Mức độ 1]** Phần không tô đậm trong hình vẽ (không kể cả đường thẳng) biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình. Điểm nào trong các điểm sau thuộc miền nghiệm của bất phương trình?



A. $M(2;1)$

B. $N(-1;1)$

C. $E(1;3)$

D. $F(2;2)$

Lời giải

FB. Lê Nguyễn Tiến Trung

Dựa vào hình vẽ điểm $N(-1;1)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

Câu 5. [Mức độ 1] Hệ bất phương trình nào là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $\begin{cases} x^3 + y^2 > 4 \\ 4x + y \leq 10 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x + 7y \geq 9 \\ \frac{2}{x} - y \leq 5 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x + y^2 > 4 \\ 3x + 2y \leq 6 \end{cases}$

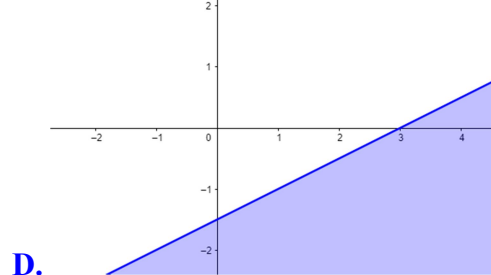
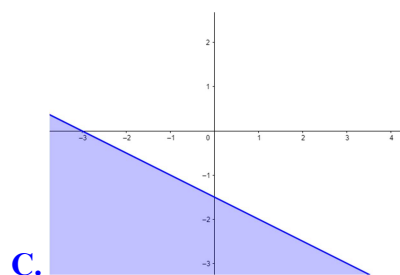
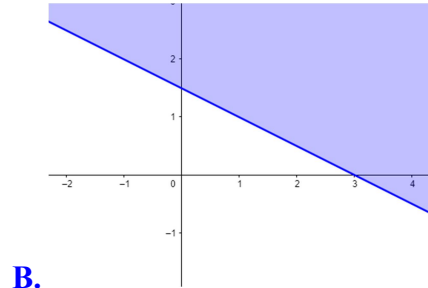
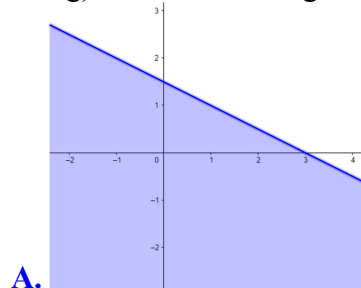
D. $\begin{cases} 3x + 7y \leq 11 \\ 5x - y < 5 \end{cases}$

Lời giải

FB. Lê Nguyễn Tiến Trung

Hệ $\begin{cases} 3x + 7y \leq 11 \\ 5x - y < 5 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Câu 6. [Mức độ 2] Miền nghiệm của bất phương trình $x + 2y < 3$ là phần không tô đậm (không kể đường thẳng) là hình nào trong các hình vẽ dưới đây?



Lời giải

FB tác giả: Dung Nguyễn

Đường thẳng $(d): x + 2y = 3$ đi qua hai điểm $A(3;0)$ và $B(0;\frac{3}{2})$

Thay tọa độ điểm $O(0;0)$ vào bất phương trình $x + 2y < 3$ ta có $0 + 2.0 < 3$ là mệnh đề đúng

Nên miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng chứa điểm $O(0;0)$

Chọn B

Câu 7. [Mức độ 1] Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x-1}}$ là:

A. $D = [1; +\infty)$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $D = (1; +\infty)$.

D. $D = (-\infty; 1)$.

Lời giải

FB tác giả: Trương Việt Thanh

Hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x-1}}$ có nghĩa khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Tập xác định: $D = (1; +\infty)$.

Câu 8. [Mức độ 1] Tập xác định của hàm số $y = \frac{2-x}{x^2-4x}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{0; 2; 4\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus [0; 4]$.

C. $\mathbb{R} \setminus (0; 4)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{0; 4\}$.

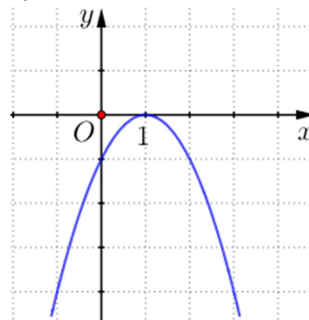
Lời giải

FB tác giả: Thông Nguyễn Thị

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^2 - 4x \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$.

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 4\}$.

Câu 9. [Mức độ 1] Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = -x^2 + 2x$.

B. $y = -x^2 + 2x - 1$.

C. $y = x^2 - 2x$.

D. $y = x^2 - 2x + 1$.

Lời giải

FB tác giả: Huỳnh Diem

Đồ thị có bề lõm quay xuống nên $a < 0$

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; -1)$ nên ta chọn đáp án

B.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$

B. $(1; +\infty)$

C. $(-2; 2)$

D. $(0; 1)$

Lời giải

Ta thấy trong khoảng $(0;1)$, mũi tên có chiều đi xuống. Do đó hàm số nghịch biến trong khoảng $(0;1)$.

Câu 11. [Mức độ 1] Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc hai?

A. $y = -x^2 - 4$.

B. $y = -2x$.

C. $y = \frac{1}{x^2}$.

D. $y = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$.

Lời giải

FB tác giả: LienLe

PB: Bích Hương

Chọn A

Hàm số bậc hai là: $y = -x^2 - 4$

Câu 12. [Mức độ 1] Hàm số $y = -x^2 + 4x - 4$ có hoành độ đỉnh là ?

A. $x = -2$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2$.

D. $x = -1$.

Lời giải

FB tác giả: LienLe

PB: Bích Hương

Chọn A

Ta có: $a = -1 < 0$, $b = 4$ nên hàm số đã cho có hoành độ đỉnh là $x = -\frac{b}{2a} = 2$

Câu 13. [Mức độ 2] Hàm số $y = -x^2 + 2x - 5$ đồng biến trên khoảng

A. $(-1; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Gia

GVPB: Liên Lê

Chọn D

Ta có đồ thị hàm số là một parabol có hoành độ đỉnh: $x = -\frac{b}{2a} = 1$

Mà hệ số $a = -1 < 0$ nên đồ thị hàm số có bề lõm quay xuống

Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$.

Câu 14. [Mức độ 2] Tọa độ các giao điểm của đường thẳng $d: y = -x + 4$ và parabol $y = x^2 - 7x + 12$ là

A. $(-2; 6)$ và $(-4; 8)$.

B. $(2; 2)$ và $(4; 8)$.

C. $(2; -2)$ và $(4; 0)$.

D. $(2; 2)$ và $(4; 0)$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Gia

GVPB: Liên Lê

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 7x + 12 = -x + 4 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 2 \\ x = 4 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$

Câu 15. [Mức độ 1] Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

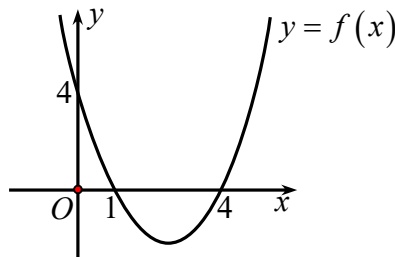
Lời giải

Chọn D

FB tác giả: Hương Nguyễn
GVPB: Trần Gia

Áp dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai ta có: $f(x) \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Câu 16. [Mức độ 1] Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Tập tất cả các giá trị của x để $f(x) \geq 0$ là



A. $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$.

B. $(1; 4)$.

C. $[1; 4]$.

D. $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

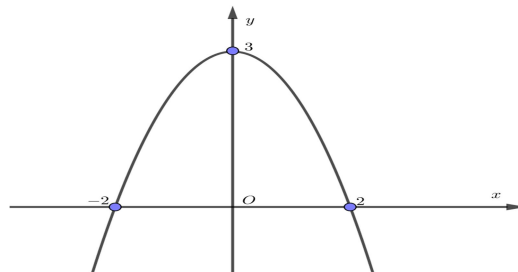
Lời giải

FB tác giả: Hương Nguyễn

GVPB: Trần Gia

Chọn D

Câu 17. [Mức độ 2] Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định ĐÚNG.



A. $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 3$.

B. $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$.

C. $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -2 \vee x \geq 2$.

D. $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Quốc Đại
GVPB: Hương Nguyễn

Chọn B

Câu 18. [Mức độ 2] Cho hàm số $f(x) = -x^2 + 3$. Có tất cả bao nhiêu số nguyên x sao cho $f(x) > 0$.

A. 3.

B. Vô số.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

*FB tác giả: Trần Quốc Đại
GVPB: Hương Nguyễn*

Chọn A

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$$

Suy ra có 3 số nguyên.

Câu 19. [Mức độ 1] Tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - x - 6 \leq 0$.

A. $S = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

B. $[-2; 3]$.

C. $[-3; 2]$.

D. $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải

*FB tác giả: Bùi Anh Đức
GVPB: Trần Quốc Đại*

Chọn B

$$\text{Ta có: } x^2 - x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3.$$

Tập nghiệm bất phương trình là: $S = [-2; 3]$.

Câu 20. [Mức độ 1] Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2 - 3x - 15 \leq 0$ là

A. 6.

B. 5.

C. 8.

D. 7.

Lời giải

*FB tác giả: Bùi Anh Đức
GVPB: Trần Quốc Đại*

Chọn A

$$\text{Xét } f(x) = 2x^2 - 3x - 15.$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{129}}{4}.$$

Ta có bảng xét dấu:

x	$\frac{3-\sqrt{129}}{4}$		$\frac{3+\sqrt{129}}{4}$		
$f(x)$	+	0	-	0	+

$$\text{Tập nghiệm của bất phương trình là } S = \left[\frac{3 - \sqrt{129}}{4}; \frac{3 + \sqrt{129}}{4} \right].$$

Do đó bất phương trình có 6 nghiệm nguyên là $-2, -1, 0, 1, 2, 3$.

Câu 21. [Mức độ 2] Tập nghiệm của bất phương trình $-3x^2 + 2x + 1 < 0$ là:

A. $S = (-\infty; -\frac{1}{3})$

B. $S = (1; +\infty)$

C. $S = (-\frac{1}{3}; 1)$

D. $S = (-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (1; +\infty)$

Lời giải

FB tác giả: Minhchu

GVPB: BuiAnhDuc

Chọn D

Tam thức $f(x) = -3x^2 + 2x + 1$ có $a = -3 < 0$ và có hai nghiệm $x_1 = -\frac{1}{3}; x_2 = 1$

($f(x)$ cùng dấu với hệ số a).

Suy ra $-3x^2 + 2x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{3}$ hoặc $x > 1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình: $S = (-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (1; +\infty)$.

Câu 22. [Mức độ 2] Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 - mx + m + 3 = 0$ có nghiệm là

A. $m \in (-\infty; -2]$

B. $m \in [6; +\infty)$

C. $m \in [-2; 6]$

D. $m \in (-\infty; -2] \cup [6; +\infty)$

Lời giải

FB tác giả: Minhchu

GVPB: BuiAnhDuc

Chọn D

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta \geq 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4(m + 3) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m - 12 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 6 \\ m \leq -2 \end{cases}$$

Vậy với $m \in (-\infty; -2] \cup [6; +\infty)$ thì phương trình có nghiệm

Câu 23. Cho góc $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin \alpha$ và $\cot \alpha$ cùng dấu.

B. Tích $\sin \alpha \cdot \cot \alpha$ mang dấu âm.

C. Tích $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ mang dấu dương.

D. $\sin \alpha$ và $\tan \alpha$ cùng dấu.

Lời giải

Facebook tác giả:: An Trần

Người PB: Hoàng Thúy

Với $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$ thì $\sin \alpha > 0; \cos \alpha < 0; \tan \alpha < 0; \cot \alpha < 0$.

Suy ra $\sin \alpha \cdot \cot \alpha$ mang dấu âm.

Câu 24. Cho tam giác ABC có $BC = a, AC = b$ và $AB = c$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.

B. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos A$.

C. $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$.

D. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$.

Lời giải

Facebook tác giả: Huệ Lê

Người PB: Nguyễn Thị Vân

Theo định lý côsin.

Câu 25. Cho tam giác ABC có $AC = 3; BC = 5; \widehat{ACB} = 120^\circ$. Độ dài cạnh AB

A. 49.

B. $\sqrt{19}$.

C. 19.

D. 7.

Lời giải

Facebook tác giả: Trần Thanh Tâm

Người PB: Nguyễn Thanh Thảo

Áp dụng định lí cos cho tam giác ABC ta có:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos \widehat{ACB} = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ = 49$$

$$\Rightarrow AB = 7.$$

Câu 26. Cho tam giác ABC có $BC = 8$; $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC bằng

A. 16.

B. 8.

C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Facebook tác giả: Nguyễn Thanh Thảo

Người PB: Đỗ Hoàng

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC ta có:

$$2R = \frac{BC}{\sin \widehat{BAC}} = \frac{8}{\sin 30^\circ} = 16 \Rightarrow R = 8.$$

Câu 27. Một tam giác có ba cạnh là 8, 11, 13. Bán kính đường tròn ngoại tiếp là:

A. $\frac{65}{8}$.

B. 40.

C. $\frac{143\sqrt{30}}{120}$.

D. $\frac{65}{4}$.

Lời giải

Facebook tác giả: Hùng Nguyễn

Người PB: Thanh Huyền

$$\text{Ta có: } p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{8+11+13}{2} = 16.$$

$$\text{Suy ra: } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{16(16-8)(16-11)(16-13)} = 8\sqrt{30}.$$

$$\text{Mà } S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{8 \cdot 11 \cdot 13}{4 \cdot 8\sqrt{30}} = \frac{143\sqrt{30}}{120}.$$

Câu 28. Vector có điểm đầu là D , điểm cuối là E được kí hiệu là

A. DE .

B. $|\overrightarrow{DE}|$.

C. $\overline{ED}$.

D. $\overrightarrow{DE}$.

Lời giải

FB GVSB: Bùi Quốc Khánh, FB GVPB: Bùi Hữu Long

Ta có vector có điểm đầu là D , điểm cuối là E : $\overrightarrow{DE}$.

Câu 29. Cho bốn điểm phân biệt A, B, C và D . Từ bốn điểm đã cho, có thể lập được bao nhiêu vector?

A. 12.

B. 14.

C. 16.

D. 13.

FB GVSB: Nguyễn Ka; FB GVPB: Bùi Hữu Long

Lời giải

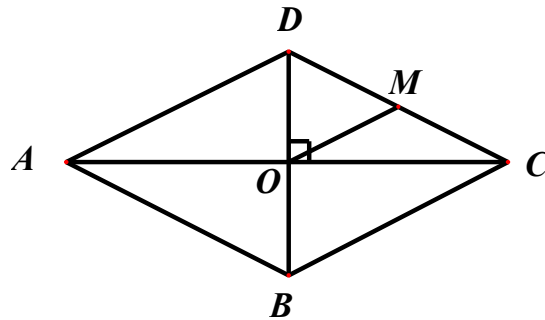
Để xác định một vector cần phải chọn được điểm đầu và điểm cuối, có 4 cách chọn điểm đầu và 4 cách chọn điểm cuối. Vậy số vec tơ có thể lập được là $4.4 = 16$ vector.

Câu 30. Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 8$, $BD = 4$. Tính $|\vec{AC} + \vec{BD}|$.

- A. $|\vec{AC} + \vec{BD}| = 20$. B. $|\vec{AC} + \vec{BD}| = 4\sqrt{5}$. C. $|\vec{AC} + \vec{BD}| = 12$. D. $|\vec{AC} + \vec{BD}| = 2\sqrt{5}$.

Lời giải

FB tác giả: Lê Hiền ; FB phản biện: DU LO Mia



Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Gọi M là trung điểm của CD .

Ta có

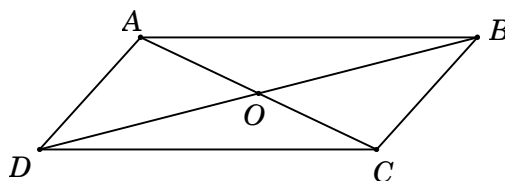
$$\begin{aligned} |\vec{AC} + \vec{BD}| &= 2|\vec{OC} + \vec{OD}| = 2|2\vec{OM}| = 4OM \\ &= 4 \cdot \frac{1}{2}CD = 2\sqrt{OD^2 + OC^2} = 2\sqrt{4^2 + 2^2} = 4\sqrt{5}. \end{aligned}$$

Câu 31. Cho O là tâm hình bình hành $ABCD$. Hỏi vector $(\vec{AO} - \vec{DO})$ bằng vector nào?

- A. $\vec{BA}$. B. $\vec{BC}$. C. $\vec{DC}$. D. $\vec{AC}$.

Lời giải

GVST: Mai Hữu Vinh, GVPB: DU LO Mia



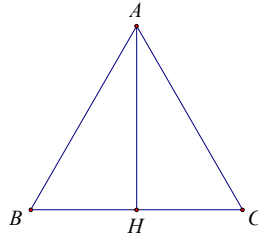
$$\text{Ta có: } \vec{AO} - \vec{DO} = \vec{AO} + \vec{OD} = \vec{AD} = \vec{BC}$$

Câu 32. Cho tam giác ABC đều cạnh bằng $2a$. Gọi AH là đường cao của tam giác ABC . Khi đó $|\vec{AB} + \vec{HC}|$ bằng:

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. a . D. $2a$.

FB GVSB: Phan Thái Hòa, FB GVPB: Hương Chu

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{HC}$ nên $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH}| = |\overrightarrow{AH}|$.

Chiều cao của tam giác đều cạnh $2a$ bằng $\frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Suy ra $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{AH}| = a\sqrt{3}$.

Câu 33. Cho tam giác ABC có trọng tâm G , M là trung điểm BC , mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

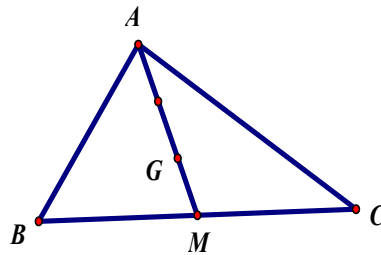
B. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GA}$.

C. $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{MG}$.

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$.

FB GVSB: Lưu Thị Minh, FB GVPB: Hương Chu

Lời giải



Do G là trọng tâm tam giác ABC nên ta có:
 $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MG} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$

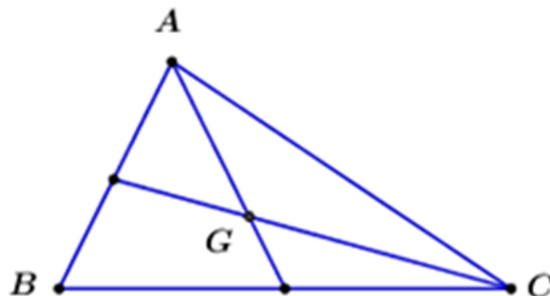
Câu 34. Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AG} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ **D.** $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Chung Anh; FB phản biện: Thân Phùng



Do G là trọng tâm của $\triangle ABC$, ta có:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} &= \vec{0} \quad \overrightarrow{AG} = -\overrightarrow{BG} - \overrightarrow{CG} \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = -(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AG}) \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} &= -\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})\end{aligned}$$

Câu 35. [Mức độ 1] Xét hai vector tùy ý $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin(\vec{a}, \vec{b})$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a} \cdot \vec{b}|$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Lan ; **FB phản biện:** Thân Phùng

Theo định nghĩa tích vô hướng của hai véc tơ ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Câu 36. Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Biết $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}|$.

A. $\sqrt{7 + \sqrt{3}}$. B. $\sqrt{7 - \sqrt{3}}$. C. $\sqrt{7 - 2\sqrt{3}}$. D. $\sqrt{7 + 2\sqrt{3}}$.

Lời giải

FB tác giả: Hoa Vu ; **FB phản biện:** Lê Hiền

$$\text{Ta có } |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{(\vec{a} + \vec{b})^2} = \sqrt{\vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}} = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b})} = \sqrt{7 - 2\sqrt{3}}.$$

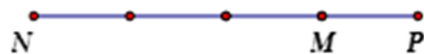
Câu 37. [Mức độ 1] Trên đường thẳng MN lấy điểm P sao cho $3\overrightarrow{MN} = 5\overrightarrow{MP}$. Điểm P được xác định đúng trong hình vẽ nào sau đây:



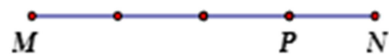
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Đức Kiên.

FB GVPB: Hồ Thị Kim Oanh.

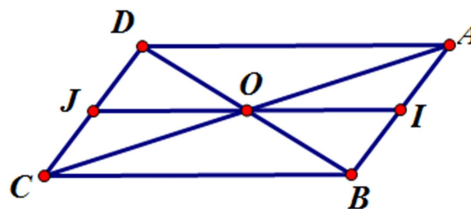
Theo bài cho $3\overrightarrow{MN} = 5\overrightarrow{MP}$ nên hai vector $\overrightarrow{MN}$; $\overrightarrow{MP}$ là hai vector cùng hướng nhau và $3|\overrightarrow{MN}| = 5|\overrightarrow{MP}|$

Câu 38. [Mức độ 2] Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm của AC và BD . Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{DA}$. C. $\overrightarrow{CO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB})$. D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$.

Lời giải

FB tác giả: Bảo Tố.



Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD ta có: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OI}$ và $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{OJ}$

Mà $\overrightarrow{OI}$ và $\overrightarrow{OJ}$ là hai véc tơ đối nhau nên **D** sai.

Câu 39. [Mức độ 1] Cho hai vector $\vec{u} = (2; -1)$, $\vec{v} = (-3; 4)$. Tích $\vec{u} \cdot \vec{v}$ là

A. 11.

B. -10.

C. 5.

D. -2.

Lời giải

FB tác giả: Chi Mai.

FB GVPB: Hằng Phùng.

Chọn B

$$\text{Với } \begin{cases} \vec{u} = (2; -1) \\ \vec{v} = (-3; 4) \end{cases} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 2 \cdot (-3) + (-1) \cdot 4 = -10$$

Câu 40. [Mức độ 2] Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $BC = \sqrt{3}a$. Tính $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.

A. $\sqrt{3}a^2$.

B. a^2 .

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^2$.

D. $\sqrt{2}a^2$.

Lời giải

FB tác giả: Hoa Nguyen.

FB GVPB: Khánh Hoa.

Theo định nghĩa tích vô hướng ta có

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \sqrt{3}a^2 \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}).$$

$$\text{Mặt khác } \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \cos \widehat{ABC} = \frac{a}{\sqrt{3}a} = \frac{\sqrt{3}}{3}. \text{ Nên } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$$

III/ TỰ LUẬN

phamthinhien100393@gmail.com

Câu 41. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ:

$$\begin{cases} x - 2y \leq 2 \\ 2x - y \geq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Lời giải

Bước 1. Xác định miền nghiệm D_1 của bất phương trình $x - 2y \leq 2$.

□ Vẽ đường thẳng $d: x - 2y = 2$.

□ Vì $1 \cdot 0 - 2 \cdot 0 = 0 \leq 2$ nên tọa độ điểm $O(0;0)$ thỏa mãn bất phương trình $x - 2y \leq 2$.

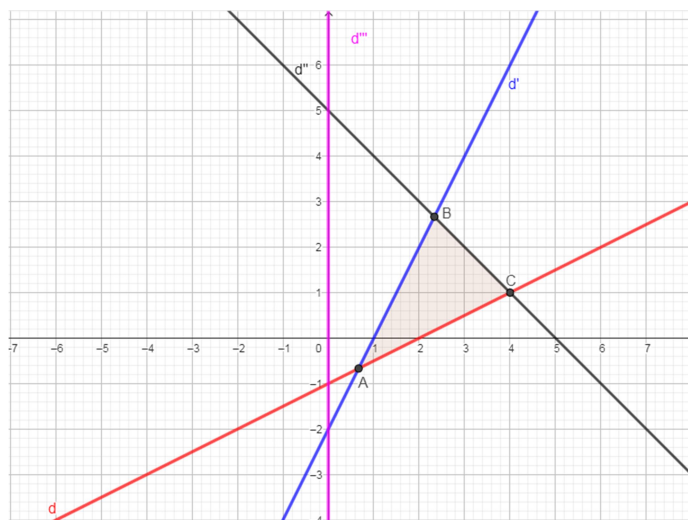
Do đó, miền nghiệm D_1 của bất phương trình $x - 2y \leq 2$ là nửa mặt phẳng bờ d chứa gốc tọa độ O (kể cả d).

Bước 2. Tương tự, miền nghiệm D_2 của bất phương trình $2x - y \geq 2$ là nửa mặt phẳng bờ d' không chứa gốc tọa độ O (kể cả d').

Bước 3. Tương tự, miền nghiệm D_3 của bất phương trình $x + y \leq 5$ là nửa mặt phẳng bờ d'' chứa gốc tọa độ O (kể cả d'').

Bước 4. Tương tự, miền nghiệm D_4 của bất phương trình $x \geq 0$ là nửa mặt phẳng bờ Oy chứa điểm $(1;0)$ (kể cả Oy).

Khi đó, giao các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ là miền tam giác ABC . Vậy miền nghiệm của hệ là miền tam giác ABC với tọa độ các đỉnh $A\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$, $B(4;1)$, $C\left(\frac{7}{3}; \frac{8}{3}\right)$ (kể cả các cạnh của tam giác).



duongductri@gmail.com

Câu 42. Một cơ sở sản xuất kinh doanh dự định sản xuất 2 loại sản phẩm loại A và B . Biết để sản xuất ra 1 sản phẩm loại A cần 2 đơn vị nguyên liệu loại I và 1 đơn vị nguyên liệu loại II; để sản xuất ra 1 sản phẩm loại B cần 1 đơn vị nguyên liệu loại I và 2 đơn vị nguyên liệu loại II và 1 đơn vị nguyên liệu loại III. Biết rằng cơ sở kinh doanh đó dự trữ được 8 đơn vị nguyên liệu loại I, 7 đơn vị nguyên liệu loại II và 3 đơn vị nguyên liệu loại III. Biết 1 sản phẩm loại A lời 4 đơn vị tiền tệ, 1 sản phẩm loại B lời 5 đơn vị tiền tệ. Hãy cho biết cơ sở đó cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm mỗi loại để có mức lời cao nhất?

Lời giải

Gọi số sản phẩm loại A và loại B cần sản xuất là x, y ($x, y \geq 0$)

Cơ sở dự trữ được 8 đơn vị nguyên liệu loại I nên ta có: $2x + y \leq 8$.

Cơ sở dự trữ được 7 đơn vị nguyên liệu loại II nên ta có: $x + 2y \leq 7$.

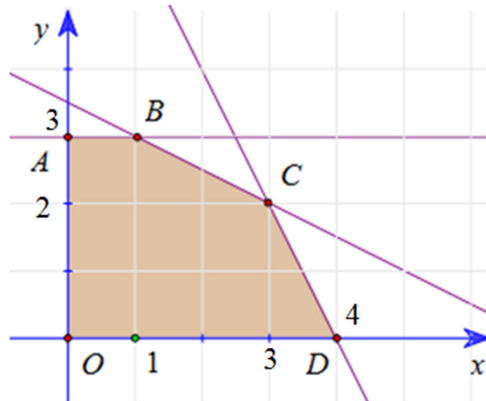
Cơ sở dự trữ được 3 đơn vị nguyên liệu loại III nên ta có: $y \leq 3$.

Tiền lời thu về là $T(x; y) = 4x + 5y$.

Bài toán trở thành tìm x, y thỏa mãn hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + y \leq 8 \\ x + 2y \leq 7 \\ y \leq 3 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$ sao cho biểu thức

$T(x; y) = 4x + 5y$ đạt giá trị lớn nhất.

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là đa giác $OABCD$ như hình vẽ bên dưới



Với $O(0;0)$, $A(0;3)$, $B(1;3)$, $C(3;2)$, $D(4;0)$.

$T(0;0) = 0$; $T(0;3) = 15$; $T(1;3) = 19$; $T(3;2) = 22$; $T(4;0) = 16$.

Vậy để thu được tiền lời cao nhất cần sản xuất 3 sản phẩm loại A và 2 sản phẩm loại B.

Câu 43. (VDT 1*) Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe hơn đa Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thu

FB phản biện: Minh Chu

Gọi x triệu đồng là số tiền mà doanh nghiệp A dự định giảm giá; $(0 \leq x \leq 4)$.

Do chi phí mua vào một chiếc xe là 27 triệu đồng, bán ra với giá là 31 triệu đồng và giảm thêm x triệu đồng nên lợi nhuận thu được khi bán một chiếc xe là:

$$31 - x - 27 = 4 - x.$$

Doanh nghiệp ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc, vậy giảm x triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm $200x$ chiếc. Do đó số xe mà doanh nghiệp sẽ bán được trong một năm là $600 + 200x$.

Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm là

$$f(x) = (4 - x)(600 + 200x) = -200x^2 + 200x + 2400.$$

Xét hàm số $f(x) = -200x^2 + 200x + 2400$ trên đoạn $[0; 4]$ có bảng biến thiên

Vậy $\max_{[0;4]} f(x) = 2450 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Vậy giá mới của chiếc xe là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là cao nhất.

Câu 44. (VDC 1*)** Cho bất phương trình $x^2 - 6x + \sqrt{-x^2 + 6x - 8} - 3m^2 + 12m - 1 \geq 0$. Gọi m là giá trị nguyên lớn nhất để bất phương trình nghiệm đúng với $\forall x \in [2; 4]$. Khi đó tìm a để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = mx^2 - 2ax + m + a$ lớn hơn hoặc bằng $\frac{11}{3}$

Lời giải

FB tác giả: Bích Hương Đỗ Thị
GVPB: Nguyễn Thu

+) Điều kiện $-x^2 + 6x - 8 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [2; 4]$.

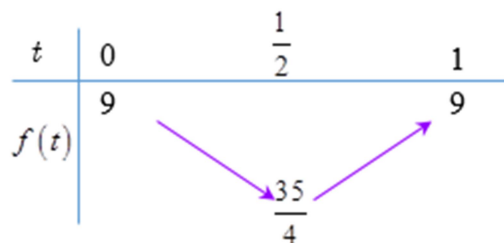
+) Đặt $t = \sqrt{-x^2 + 6x - 8}$, ta có $t \geq 0$.

Lại có $t = \sqrt{-x^2 + 6x - 8} = \sqrt{-(x-3)^2 + 1} \leq 1$. Vậy $2 \leq x \leq 4 \Rightarrow 0 \leq t \leq 1$

+) $t = \sqrt{-x^2 + 6x - 8} \Rightarrow x^2 - 6x = -8 - t^2$

+) Ta có bất phương trình $-8 - t^2 + t - 3m^2 + 12m - 1 \geq 0 \Leftrightarrow -3m^2 + 12m \geq t^2 - t + 9$ (*).

Xét $f(t) = t^2 - t + 9$ trên $[0; 1]$ ta có bảng biến thiên như sau:



Để bất phương trình đã cho nghiệm đúng $\forall x \in [2; 4]$ thì bất phương trình (*) nghiệm đúng với mọi $t \in [0; 1] \Leftrightarrow -3m^2 + 12m \geq 9 \Leftrightarrow -3m^2 + 12m - 9 \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 3$.

Vậy giá trị nguyên lớn nhất của m để để bất phương trình $x^2 - 6x + \sqrt{-x^2 + 6x - 8} - 3m^2 + 12m - 1 \geq 0$

nghiệm đúng với $\forall x \in [2; 4]$ là $m = 3$.

Với $m = 3$ ta có hàm số $y = mx^2 - 2ax + m + a$ trở thành $y = 3x^2 - 2ax + 3 + a$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đạt được khi $x = \frac{a}{3}$ khi đó ta có giá trị nhỏ nhất của hàm số là

$$y = 3\left(\frac{a}{3}\right)^2 - 2a\left(\frac{a}{3}\right) + 3 + a = -\frac{a^2}{3} + a + 3$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số lớn hơn hoặc bằng $\frac{11}{3}$ khi và chỉ khi

$$-\frac{a^2}{3} + a + 3 \geq \frac{11}{3} \Leftrightarrow -\frac{a^2}{3} + a - \frac{2}{3} \geq 0 \Leftrightarrow -a^2 + 3a - 2 \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq a \leq 2$$

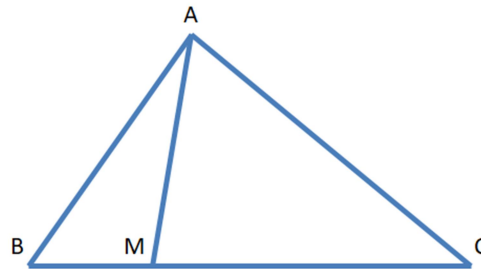
Vậy $a \in [1; 2]$ là các giá trị cần tìm.

Câu 45. Cho tam giác ABC ; $AB = 5$; $AC = 6$; $BC = 7$. Điểm M thuộc cạnh BC sao cho diện tích tam giác ABM bằng $\frac{2}{5}$ diện tích tam giác ACM . Tính độ dài AM :

Lời giải

Facebook tác giả: Cường Đỗ Văn

Người PB: Nguyễn Khắc Sâm



+) Ta có $S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} BM \cdot d(A, BM)$, $S_{\triangle ACM} = \frac{1}{2} CM \cdot d(A, CM)$,

Mà $d(A, BM) = d(A, CM)$, $S_{\triangle ABM} = \frac{2}{5} S_{\triangle ACM}$

Nên $BM = \frac{2}{5} CM$ suy ra $BM = 2$

+) Tam giác ABC có $\cos B = \frac{BA^2 + BC^2 - AC^2}{2BA \cdot BC} = \frac{5^2 + 7^2 - 6^2}{2 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{19}{35}$

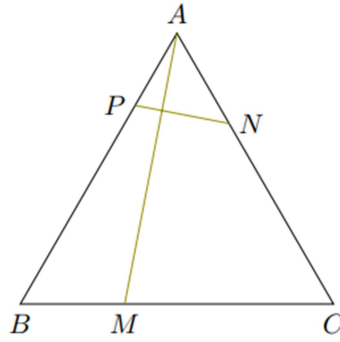
+) Tam giác ABM có $AM^2 = BA^2 + BM^2 - 2 \cdot BA \cdot BM \cdot \cos B = 5^2 + 2^2 - 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot \frac{19}{35} = \frac{127}{7}$

Vậy $AM = \sqrt{\frac{127}{7}}$.

Câu 46. Cho tam giác đều ABC có độ dài cạnh bằng 15. Lấy các điểm M , N , P lần lượt trên các cạnh BC , CA , AB sao cho $BM = 5$, $CN = 10$, $AP = 4$. Chứng minh rằng $AM \perp PN$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Tuấn Anh ; FB phản biện: Lê Hiền



Phân tích vector: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}$ và $\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AP}$.

Từ đó:
$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{PN} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}) \cdot (\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AP}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AP}$$
$$= 15.5 \cdot \cos 60^\circ - 15.4 \cdot \cos 0^\circ + 5.5 \cdot \cos 60^\circ - 5.4 \cdot \cos 120^\circ = 0$$

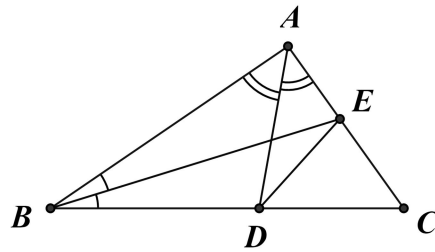
Vậy $AM \perp PN$.

Câu 47. [Mức độ 3] Cho AD và BE là hai phân giác trong của tam giác ABC . Biết $AB=2$, $BC=5$ và $CA=6$. Phân tích $\overrightarrow{DE}$ theo hai vector $\overrightarrow{CA}$ và $\overrightarrow{CB}$?

Lời giải

FB GVSB: Lý Ngô.

FB GVPB: Phùng Hùng.



AD là phân giác trong của tam giác ABC nên:

$$\frac{DC}{DB} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{DC}{DC + DB} = \frac{AC}{AC + AB} \Rightarrow \frac{DC}{BC} = \frac{6}{6 + 2} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{CD} = \frac{3}{4} \overrightarrow{CB}.$$

BE là phân giác trong của tam giác ABC nên:

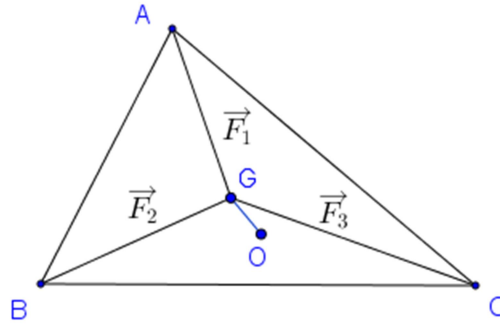
$$\frac{EC}{EA} = \frac{BC}{BA} \Rightarrow \frac{EC}{EC + EA} = \frac{BC}{BC + BA} \Rightarrow \frac{EC}{AC} = \frac{5}{5 + 2} = \frac{5}{7}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{CE} = \frac{5}{7} \overrightarrow{CA}.$$

Suy ra:

$$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CD} = \frac{5}{7} \overrightarrow{CA} - \frac{3}{4} \overrightarrow{CB}.$$

Câu 48. [Mức độ 4] Cho ba lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{GA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{GB}$ và $\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{GC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm G và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ lần lượt là $6N, 8N, 10N$. Một người đứng ở vị trí O cách đều 3 điểm A, B, C . Hỏi khoảng cách từ người đó đến vật là bao nhiêu?



Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Hùng Ni

FB GVPB: Khánh Hoa

Gọi $a, b, c, m_a, m_b, m_c, S, R$ lần lượt là độ dài các cạnh BC, AC, AB , độ dài đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A, B, C , diện tích và bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Ta có ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ tác động vào vật và vật đứng yên nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$

$\Rightarrow \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0} \Rightarrow G$ là trọng tâm ΔABC .

$$\Rightarrow \begin{cases} m_a = 9 \\ m_b = 12 \\ m_c = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4} \\ 12^2 = \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4} \\ 15^2 = \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 292 \\ b^2 = 208 \\ c^2 = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2\sqrt{73} \\ b = 4\sqrt{13} \\ c = 10 \end{cases}$$

Mặt khác, O cách đều 3 điểm A, B, C nên O là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

$$\Rightarrow OA = OB = OC = R = \frac{abc}{4S} = \frac{abc}{4\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}} = \frac{5\sqrt{949}}{18}.$$

$$\text{Ta có: } GA^2 + GB^2 + GC^2 = (\vec{GO} + \vec{OA})^2 + (\vec{GO} + \vec{OB})^2 + (\vec{GO} + \vec{OC})^2$$

$$= 3GO^2 + 2\vec{GO}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}) + OA^2 + OB^2 + OC^2$$

$$= -3GO^2 + 3R^2$$

$$\Rightarrow GO^2 = \frac{3R^2 - GA^2 - GB^2 - GC^2}{3} = \frac{2125}{324}.$$

$$\Rightarrow GO = \frac{5\sqrt{85}}{18}.$$

Vậy khoảng cách từ người đó đến vật là $\frac{5\sqrt{85}}{18}$.