

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (7,0 điểm)

Hãy khoanh tròn vào phương án đúng duy nhất trong mỗi câu dưới đây:

Câu 1. Đổi số đo của góc $\alpha = 60^\circ$ sang radian ta được

- A. $\alpha = \frac{\pi}{2}$; B. $\alpha = \frac{\pi}{4}$; C. $\alpha = \frac{\pi}{6}$; D. $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

Câu 2. Cho góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $\frac{\pi}{4}$. Số đo của các góc lượng giác nào sau đây có cùng tia đầu là Ou và tia cuối là Ov ?

- A. $\frac{3\pi}{4}$; B. $\frac{5\pi}{4}$; C. $\frac{7\pi}{4}$; D. $\frac{9\pi}{4}$.

Câu 3. Cho α thuộc góc phần tư thứ ba của đường tròn lượng giác. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $\sin \alpha > 0$; B. $\cos \alpha < 0$; C. $\tan \alpha > 0$; D. $\cot \alpha > 0$.

Câu 4. Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\frac{9\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(\alpha - \pi)$ ta được

- A. $A = \cos \alpha + \sin \alpha$; B. $A = 2 \sin \alpha$;
C. $A = \sin \alpha \cos \alpha$; D. $A = 0$.

Câu 5. Đơn giản biểu thức $P = \sqrt{\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$ ta được

- A. $P = |\sin \alpha|$; B. $P = \sin \alpha$; C. $P = \cos \alpha$; D. $P = |\cos \alpha|$.

Câu 6. Rút gọn biểu thức $M = \sin(x - y)\cos y + \cos(x - y)\sin y$ ta được

- A. $M = \cos x$; B. $M = \sin x$;
C. $M = \sin x \cos 2y$; D. $M = \cos x \cos 2y$.

Câu 7. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua trục tung?

- A. $y = \sin x$; B. $y = \cos x$; C. $y = \tan x$; D. $y = \cot x$.

Câu 8. Mệnh đề nào sau đây là sai?

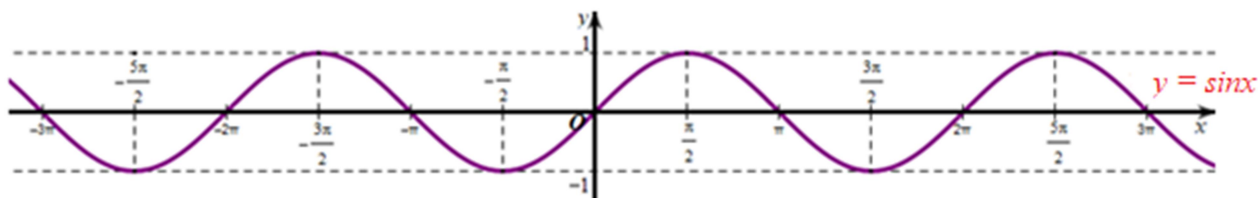
- A. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π ;

B. Hàm số $y = x + \sin x$ là hàm số không tuần hoàn;

C. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π ;

D. Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

Câu 9. Cho hàm số $y = \sin x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(0; \pi)$; B. $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$; C. $(-2\pi; -\pi)$; D. $\left(-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right)$.

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y = \frac{3 \tan x - 5}{1 - \sin^2 x}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$; B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$;
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{ \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$; D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 11. Giá trị lớn nhất M của hàm số $y = 1 - 2|\cos 3x|$ là

- A. $M = 3$; B. $M = 2$; C. $M = 1$; D. $M = 0$.

Câu 12. Phương trình $\sin x = 1$ có một nghiệm là

- A. $x = \pi$; B. $x = -\frac{\pi}{2}$; C. $x = \frac{\pi}{2}$; D. $x = \frac{\pi}{3}$.

Câu 13. Phương trình $\sqrt{3} \tan x - 3 = 0$ có tập nghiệm là

- A. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$; B. $\emptyset$;
C. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$; D. $\left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 14. Các giá trị của tham số m để phương trình $\cos x = -m$ vô nghiệm là

- A. $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$; B. $m \in (1; +\infty)$;
C. $m \in [-1; 1]$; D. $m \in (-\infty; -1)$.

Câu 15. Phương trình $\sin x = \cos x$ có số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ là

- A. 2; B. 3; C. 4; D. 5.

Câu 16. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{3n-1}{3n+1}$. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

- A. 0; B. $\frac{1}{2}$; C. $\frac{1}{3}$; D. 1.

Câu 17. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n dưới đây, dãy số nào là dãy số tăng?

- A. $u_n = \frac{1}{2^n}$; B. $u_n = \frac{1}{n}$; C. $u_n = \frac{n+5}{3n+1}$; D. $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$.

Câu 18. Cho dãy số có các số hạng đầu là $-2; 0; 2; 4; 6; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số trên là

- A. $u_n = -2n$; B. $u_n = n - 2$; C. $u_n = -2(n+1)$; D. $u_n = 2n - 4$.

Câu 19. Cho dãy số $\frac{1}{2}; 0; -\frac{1}{2}; -1; -\frac{3}{2}; \dots$ là cấp số cộng với

- A. số hạng đầu tiên là $\frac{1}{2}$ và công sai là $\frac{1}{2}$;
B. số hạng đầu tiên là $\frac{1}{2}$ và công sai là $-\frac{1}{2}$;
C. số hạng đầu tiên là 0 và công sai là $\frac{1}{2}$;
D. số hạng đầu tiên là 0 và công sai là $-\frac{1}{2}$.

Câu 20. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và $d = 3$. Số số hạng thứ 5 của cấp số cộng là

- A. 4; B. 7; C. 10; D. 13.

Câu 21. Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

- A. 1635; B. 1792; C. 2055; D. 3125.

Câu 22. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Qua 2 điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng;
- B. Qua 3 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng;
- C. Qua 3 điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng;
- D. Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.

Câu 23. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

- A. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa;
- B. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất;
- C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất;
- D. Hai mặt phẳng cùng đi qua 3 điểm không thẳng hàng thì hai mặt phẳng đó trùng nhau.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Hình chóp có 4 mặt bên đều là các tam giác;
- B. Hình chóp có mặt đáy $ABCD$ là hình vuông;
- C. Đỉnh S của hình chóp không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$;
- D. Hình chóp có tất cả 4 cạnh bên.

Câu 25. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hình chóp tứ giác là một hình tứ diện;
- B. Hình tứ diện đều có mặt đáy là tam giác đều;
- C. Mặt bên của tứ diện đều là hình tam giác cân;
- D. Cả A, B, C đều đúng.

Câu 26. Cho hình chóp $A.BCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là

- A. AN với N là trung điểm của CD ;
- B. AM với M là trung điểm của AB ;
- C. AH với H là hình chiếu của B trên CD ;
- D. AK với K là hình chiếu của C trên BD .

Câu 27. Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α) chứa tam giác BCD . Lấy E, F là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC . Khi EF, BC cắt nhau tại I thì I không phải điểm chung của hai mặt phẳng nào sau đây?

- A. (BCD) và (DEF) ; B. (BCD) và (ABC) ;
C. (BCD) và (AEF) ; D. (BCD) và (ABD) .

Câu 28. Cho ba mặt phẳng phân biệt $(\alpha), (\beta), (\gamma)$ có $(\alpha) \cap (\beta) = a$, $(\beta) \cap (\gamma) = b$, $(\alpha) \cap (\gamma) = c$. Khi đó ba đường thẳng a, b, c sẽ

- A. đôi một cắt nhau; B. đôi một song song;
C. đồng quy; D. đôi một song song hoặc đồng quy.

Câu 29. Trong không gian, cho ba đường thẳng a, b, c biết $a // b$ và a, c chéo nhau. Khi đó hai đường thẳng b và c sẽ

- A. trùng nhau hoặc chéo nhau; B. cắt nhau hoặc chéo nhau;
C. chéo nhau hoặc song song; D. song song hoặc trùng nhau.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào không song song với IJ ?

- A. EF ; B. DC ; C. AD ; D. AB .

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với các cạnh đáy AB và CD . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD, BC và G là trọng tâm của tam giác SAB . Giao tuyến của (SAB) và (IJG) là

- A. SC ;
B. đường thẳng qua S và song song với AB ;
C. đường thẳng qua G và song song với DC ;
D. đường thẳng qua G và cắt BC .

Câu 32. Giả sử các đường thẳng và các mặt phẳng là phân biệt. Điều kiện để đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) là

- A. $a // b$ và $b \subset (P)$; B. $a // b$ và $b // (P)$;
C. $a \subset (Q)$ và $b \subset (P)$; D. $a // b$; $a \subset (Q)$ và $b \subset (P)$.

Câu 33. Cho đường thẳng $a \subset (\alpha)$. Giả sử đường thẳng b không nằm trong (α) .

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Nếu $b // (\alpha)$ thì $b // a$;

B. Nếu b cắt (α) thì b cắt a ;

C. Nếu $b // a$ thì $b // (\alpha)$;

D. Nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt cả a và b .

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC . Khi đó

A. $MN // (ABCD)$;

B. $MN // (SAB)$;

C. $MN // (SCD)$;

D. $MN // (SBC)$.

Câu 35. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm của tam giác ABD , Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB$, P là trung điểm của AB . Khi đó

A. $MN // (BCD)$;

B. $GQ // (BCD)$;

C. MN cắt (BCD) ;

D. Q thuộc mặt phẳng (CDP) .

PHẦN II. TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Bài 1. (1,0 điểm) Giải các phương trình lượng giác:

a) $\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \sin^2 x$;

b) $\frac{1}{\sin^2 x} - (\sqrt{3} - 1)\cot x - (\sqrt{3} + 1) = 0$ và $x \in (0; \pi)$.

Bài 2. (1,0 điểm) Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M thuộc cạnh AB . Gọi (α) là mặt phẳng qua M , song song với hai đường thẳng BC và AD . Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) với các cạnh AC, CD và DB .

a) Chứng minh $MNPQ$ là hình bình hành.

b) Trong trường hợp nào thì $MNPQ$ là hình thoi?

Bài 3. (1,0 điểm) Cho α là góc nhọn và $\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{x-1}{2x}}$. Tìm x để $\tan \alpha = \frac{1}{2}x$.

-----HẾT-----

Hướng dẫn giải chi tiết

Câu 1.

Đáp án đúng là: D

Ta có: $\alpha = 60^\circ = \frac{60\pi}{180} \text{ rad} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$.

Câu 2.

Đáp án đúng là: D

Ta có: góc lượng giác có tia đầu là Ou và tia cuối là Ov có số đo dạng

$$\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Mà $\frac{9\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\pi$ nên là góc lượng giác cần tìm.

Câu 3.

Đáp án đúng là: A

Do α thuộc góc phần tư thứ ba của đường tròn lượng giác nên $\sin \alpha < 0$; $\cos \alpha < 0$; $\tan \alpha > 0$; $\cot \alpha > 0$.

Do đó khẳng định ở phương án A là sai.

Câu 4.

Đáp án đúng là: D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \cos\left(\frac{9\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(\alpha - \pi) = \cos\left(4\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(\pi - \alpha) \\ &= \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin \alpha = \sin \alpha - \sin \alpha = 0. \end{aligned}$$

Câu 5.

Đáp án đúng là: A

$$\text{Ta có } P = \sqrt{\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)} = \sqrt{\sin^2 \alpha \cdot 1} = \sqrt{\sin^2 \alpha} = |\sin \alpha|.$$

Câu 6.

Đáp án đúng là: B

Áp dụng công thức $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$ ta được:

$$M = \sin(x-y) \cos y + \cos(x-y) \sin y = \sin[(x-y) + y] = \sin x.$$

Câu 7.

Đáp án đúng là: B

Hàm số $y = \sin x, y = \tan x, y = \cot x$ là các hàm số lẻ, có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ O .

Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn, có đồ thị đối xứng qua trục tung.

Câu 8.

Đáp án đúng là: C

Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ π nên phương án C là mệnh đề sai.

Câu 9.

Đáp án đúng là: D

Từ đồ thị nhận thấy hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 10.

Đáp án đúng là: B

Hàm số xác định khi và chỉ khi $1 - \sin^2 x \neq 0$ và $\tan x$ xác định

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2 x \neq 1 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 11.

Đáp án đúng là: C

Ta có $-1 \leq \cos 3x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq |\cos 3x| \leq 1$

$$\Rightarrow 1 \geq 1 - 2|\cos 3x| \geq -1$$

Vậy $M = 1$.

Câu 12.

Đáp án đúng là: C

$$\text{Ta có } \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Do đó $x = \frac{\pi}{2}$ là một nghiệm của phương trình $\sin x = 1$.

Chú ý: Ta cũng có thể dùng đường tròn lượng giác/ đồ thị hàm số $y = \sin x$ để tìm nghiệm của phương trình này.

Câu 13.

Đáp án đúng là: C

$$\text{Ta có } \sqrt{3} \tan x - 3 = 0 \Leftrightarrow \tan x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Chú ý: Ta cũng có thể dùng đồ thị hàm số $y = \tan x$ để tìm nghiệm của phương trình này.

Câu 14.

Đáp án đúng là: A

Phương trình $\cos x = -m$ vô nghiệm khi và chỉ khi $|-m| > 1$

$$\Leftrightarrow |m| > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}.$$

Vậy $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 15.

Đáp án đúng là: A

$$\text{Ta có } \sin x = \cos x \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi \\ x = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - x\right) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Do } x \in [-\pi; \pi] \text{ nên } -\pi \leq \frac{\pi}{4} + k\pi \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{5}{4} \leq k \leq \frac{3}{4}$$

Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{-1; 0\}$.

Vậy trong $[-\pi; \pi]$ phương trình có hai nghiệm.

Chú ý: $\sin x = \cos x \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$

$$\Leftrightarrow x - \frac{\pi}{4} = k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 16.

Đáp án đúng là: D

Ta có $u_n = \frac{3n-1}{3n+1} = 1 - \frac{2}{3n+1} < 1$.

Mặt khác, với $n \geq 1$ thì $\frac{2}{3n+1} \leq \frac{1}{2}$ nên $1 - \frac{2}{3n+1} \geq \frac{1}{2} > 0$.

Do đó dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số 1.

Câu 17.

Đáp án đúng là: D

Vì $2^n; n$ là các dãy số dương và tăng nên $\frac{1}{2^n}; \frac{1}{n}$ là các dãy giảm. Do đó phương án

A, B là sai.

Xét phương án C: $u_n = \frac{n+5}{3n+1}$ có $u_1 = \frac{3}{2}; u_2 = \frac{7}{6}$ nên $u_1 > u_2$. Phương án C là sai.

Xét phương án D: $u_n = \frac{2n-1}{n+1} = 2 - \frac{3}{n+1}$ nên $u_{n+1} - u_n = 3\left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right) > 0$

Hay $u_{n+1} > u_n$ nên dãy số này là dãy số tăng.

Câu 18.

Đáp án đúng là: D

– Kiểm tra $u_1 = -2$ ta loại các phương án $u_n = n - 2$ và $u_n = -2(n+1)$.

– Kiểm tra $u_2 = 0$:

• Xét $u_n = -2n$ có $u_2 = -4 \neq 0$ nên loại phương án này.

• Xét $u_n = 2n - 4$ có $u_2 = 0$ nên ta chọn phương án này.

Câu 19.

Đáp án đúng là: B

Nếu dãy số (u_n) là một cấp số cộng thì công sai của nó là hiệu của một cặp số hạng liên tiếp bất kì (số hạng sau trừ cho số hạng trước) của dãy số đó.

Ta có $\frac{1}{2}; 0; -\frac{1}{2}; -1; -\frac{3}{2}; \dots$ là cấp số cộng nên số hạng đầu tiên là $u_1 = \frac{1}{2}$ và công sai

$$\text{là } d = u_2 - u_1 = 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}.$$

Câu 20.

Đáp án đúng là: B

Ta có: $u_5 = u_1 + 4d = -5 + 4.3 = 7$.

Câu 21.

Đáp án đúng là: C

Số ghế của mỗi dãy (bắt đầu từ dãy đầu tiên) theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng có 30 số hạng có công sai $d = 3$ và $u_1 = 25$.

$$\text{Tổng số ghế là } S_{30} = u_1 + u_2 + \dots + u_{30} = 30u_1 + \frac{30.29}{2}d = 2055.$$

Câu 22.

Đáp án đúng là: C

Xét phương án A: Qua 2 điểm phân biệt, tạo được 1 đường thẳng, khi đó chưa đủ điều kiện để lập một mặt phẳng xác định. Có vô số mặt phẳng đi qua 2 điểm đã cho. Do đó A sai.

Xét phương án B: Trong trường hợp 3 điểm phân biệt thẳng hàng thì chỉ tạo được đường thẳng, khi đó có vô số mặt phẳng đi qua 3 điểm phân biệt thẳng hàng. Do đó B sai.

Xét phương án D sai. Trong trường hợp 4 điểm phân biệt thẳng hàng thì có vô số mặt phẳng đi qua 4 điểm đó hoặc trong trường hợp 4 điểm mặt phẳng không đồng phẳng thì sẽ tạo không tạo được mặt phẳng nào đi qua cả 4 điểm. Do đó D sai.

Vậy ta chọn phương án C.

Câu 23.

Đáp án đúng là: B

Nếu 2 mặt phẳng trùng nhau, khi đó 2 mặt phẳng có vô số điểm chung và chung nhau vô số đường thẳng.

Câu 24.

Đáp án đúng là: B

Hình chóp có mặt đáy $ABCD$ là tứ giác, không nhất thiết phải là hình vuông.

Câu 25.

Đáp án đúng là: B

Hình chóp tam giác là một hình tứ diện nên A sai.

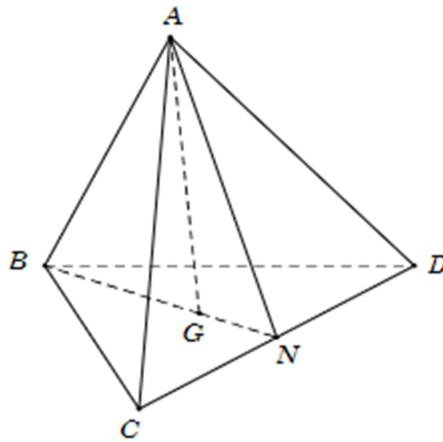
Hình tứ diện đều có mặt đáy là tam giác đều nên B đúng.

Mặt bên của tứ diện đều là hình tam giác đều nên C sai.

Vậy ta chọn phương án B.

Câu 26.

Đáp án đúng là: A



A là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) .

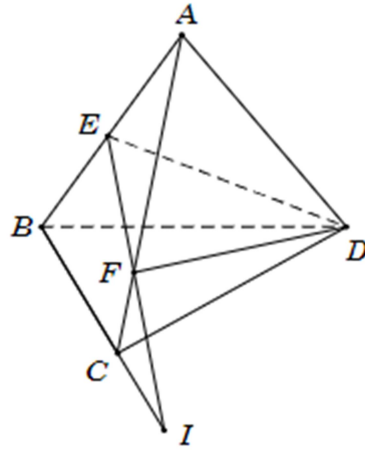
Ta có $BG \cap CD = N$ nên
$$\begin{cases} N \in BG \subset (ABG) \Rightarrow N \in (ABG) \\ N \in CD \subset (ACD) \Rightarrow N \in (ACD) \end{cases}$$

Khi đó N là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) .

Vậy $(ACD) \cap (GAB) = AN$.

Câu 27.

Đáp án đúng là: D



Điểm I là giao điểm của EF và BC mà $EF \subset (DEF), EF \subset (ABC), EF \subset (AEF)$

Do đó $I = (BCD) \cap (DEF); I = (BCD) \cap (ABC); I = (BCD) \cap (AEF)$.

Vậy ta chọn phương án D.

Câu 28.

Đáp án đúng là: D

Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy

hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.

Câu 29.

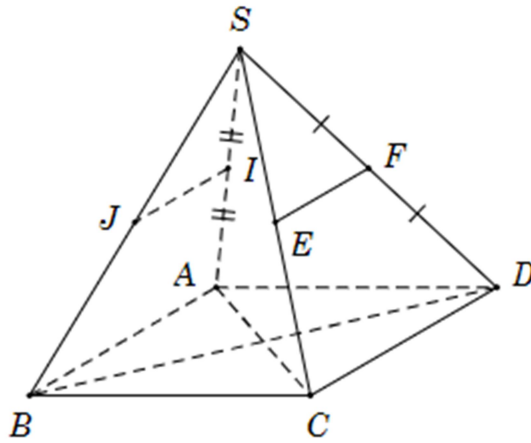
Đáp án đúng là: B

Giả sử $b \parallel c$. Mà $a \parallel b$ nên $a \parallel c$, điều này mâu thuẫn với giả thiết a và c chéo nhau.

Do đó ta chọn phương án B.

Câu 30.

Đáp án đúng là: C



Ta có IJ là đường trung bình của tam giác SAB nên $IJ \parallel AB$.

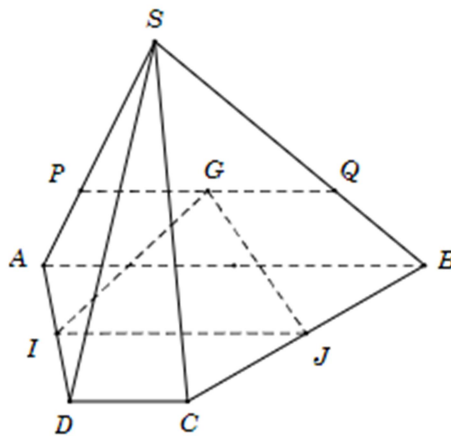
Tương tự $EF \parallel CD$.

Mà $AB \parallel CD$ (do $ABCD$ là hình bình hành) nên $AB \parallel CD \parallel IJ \parallel EF$.

Vậy ta chọn phương án C.

Câu 31.

Đáp án đúng là: C



Ta có: I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC nên IJ là đường trung bình của hình thang $ABCD$.

Do đó $IJ \parallel AB \parallel CD$

Gọi $d = (SAB) \cap IJG$

Ta có: G là điểm chung giữa hai mặt phẳng (SAB) và (IJG)

Mặt khác: $(SAB) \supset AB; (IJG) \supset IJ$ và $AB \parallel IJ$ nên giao tuyến d của (SAB) và (IJG) là đường thẳng qua G và song song với AB, IJ .

Câu 32.

Đáp án đúng là: D

Ta có: $a // b$ và $b \subset (P)$ thì $a // (P)$ hoặc $a \subset (P)$. Do đó A sai.

$a // b$ và $b // (P)$ thì $a // (P)$ hoặc $a \subset (P)$. Do đó B sai.

$a \subset (Q)$ và $b \subset (P)$ thì chưa đủ điều kiện để khẳng định $a // (P)$.

$a // b$; $a \subset (Q)$ và $b \subset (P)$ thì $a // (P)$.

Câu 33.

Đáp án đúng là: C

Phương án A sai vì nếu $b // (\alpha)$ thì $b // a$ hoặc a, b chéo nhau.

Phương án B sai vì nếu b cắt (α) thì b cắt a hoặc a, b chéo nhau.

Phương án D sai vì nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt a hoặc song song với a .

Vậy ta chọn phương án C.

Câu 34.

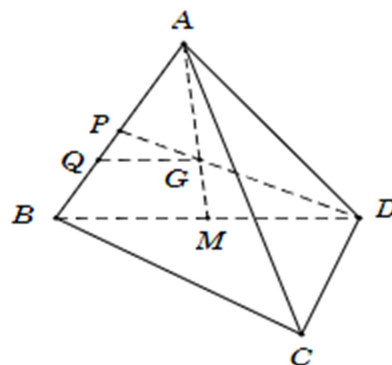
Đáp án đúng là: A

Xét $\triangle SAC$ có M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC nên MN là đường trung bình của tam giác.

Do đó $MN // AC$, mà $AC \subset (ABCD)$ nên $MN // (ABCD)$.

Câu 35.

Đáp án đúng là: B



Gọi M là trung điểm của BD .

Vì G là trọng tâm tam giác ABD nên $\frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$.

Điểm $Q \in AB$ sao cho $AQ = 2QB$ suy ra $\frac{AQ}{AB} = \frac{2}{3}$.

Khi đó $\frac{AG}{AM} = \frac{AQ}{AB} = \frac{2}{3}$, theo định lý Thalès đảo ta có $QC \parallel BD$.

Mặt khác BD nằm trong mặt phẳng (BCD) suy ra $GQ \parallel (BCD)$.

PHẦN II. TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Bài 1. (1,0 điểm)

a) $\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \sin^2 x$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x - \sin^2 x - \sin 2x = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x - \sin 2x = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x = 1$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \sin 2x \sin \frac{\pi}{4} = 1$$

$$\Leftrightarrow \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = 1$$

$$\Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{4} = k2\pi$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = -\frac{\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

b) $\frac{1}{\sin^2 x} - (\sqrt{3} - 1) \cot x - (\sqrt{3} + 1) = 0$.

Điều kiện: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$(1 + \cot^2 x) - (\sqrt{3} - 1) \cot x - (\sqrt{3} + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cot^2 x - (\sqrt{3} - 1) \cot x - \sqrt{3} = 0$$

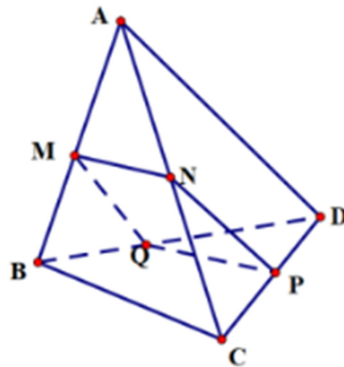
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cot x = -1 \\ \cot x = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (tm) \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi (tm) \end{cases}$$

Do $x \in (0; \pi)$ nên $x = \frac{3\pi}{4}; x = \frac{\pi}{6}$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là $x \in \left\{ \frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{6} \right\}$.

Bài 2. (1,0 điểm)



a) $(\alpha) \parallel BC, BC \subset (ABC)$ và (α) cắt (ABC) tại MN nên $MN \parallel BC$.

$(\alpha) \parallel BC, BC \subset (BCD)$ và (α) cắt (BCD) tại PQ nên $PQ \parallel BC$.

Suy ra: $MN \parallel PQ$.

$(\alpha) \parallel AD, AD \subset (ABD)$ và (α) cắt (ABD) tại MQ nên $MQ \parallel AD$.

$(\alpha) \parallel AD, AD \subset (ACD)$ và (α) cắt (ACD) tại NP nên $NP \parallel AD$.

Suy ra: $MQ \parallel NP$.

Do đó, $MNPQ$ là hình bình hành.

b) $MNPQ$ là hình thoi khi $MN = NP$.

Ta có: $\frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC}$

$$\frac{NP}{AD} = \frac{CN}{AC} \text{ hay } \frac{MN}{AD} = \frac{CN}{AC}$$

Mà $\frac{AN}{AC} + \frac{CN}{AC} = 1$ nên $\frac{MN}{BC} + \frac{MN}{AD} = 1$

Suy ra: $MN = \frac{AD \cdot BC}{AD + BC}$.

Bài 3. (1,0 điểm)

Ta có: $0 < \alpha < 90^\circ \Leftrightarrow 0 < \frac{\alpha}{2} < 45^\circ \Rightarrow 0 < \sin \frac{\alpha}{2} < \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 0 < \sqrt{\frac{x-1}{2x}} < \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x > 0$

Lại có $\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1 \Rightarrow \cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$, vì $0 < \frac{\alpha}{2} < 45^\circ$

$$\Leftrightarrow \cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{x+1}{2x}} \Rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$$

Khi đó $\tan \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{2 \sqrt{\frac{x}{x+1}}}{1 - \frac{x-1}{x+1}} = \sqrt{x^2 - 1}$.

Ta có: $\tan \alpha = \frac{1}{2}x \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 1} = \frac{1}{2}x$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1 = \frac{1}{4}x^2 \text{ (do } x > 0)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}x^2 = -1$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ (do } x > 0)$$

Vậy giá trị x cần tìm là $x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

-----HẾT-----

