SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TP HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG THPT NGUYỄN CHÍ THANH

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II NĂM HỌC 2020 -2021
MÔN TOÁN - Khối 11
Thời gian làm bài: 90 phút
(Không tính thời gian phát đề)

Bài 1: (1.5đ) Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x^2+5}-3}{x^2-3x+2}$ b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+1}-2x+5\right)$

Bài 2: (1đ) Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^3-7x^2+7x-2}{x^3-3x^2+7x-5} & ,\ x\neq 1\\ \dfrac{x}{2}+\text{m} & ,\ x=1\end{cases}$

Tìm m để hàm số f(x) liên tục tại điểm $x_0=1$

Bài 3: (1đ) Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y=\dfrac{\sin x}{x}$ b) $y=\sqrt{x^2+1}.\sin^5 3x$

Bài 4: (0.5đ) Chứng minh phương trình: $mx(x-2)+x^4-2=0$ luôn có nghiệm $\forall m\in R$

Bài 5: (1đ) Cho hàm số: $y=\dfrac{\sin^3 x+\cos^3 x}{2-\sin 2x}$. Chứng minh rằng: $2(y'^2+y''^2)=1$.

Bài 6: (1đ) Cho đồ thị hàm số $(C): y=\dfrac{2x-1}{x+4}$.Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y=9x+5$

Bài 7: (4đ) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$

a) Chứng minh: SBC, SDC là các tam giác vuông

b) Chứng minh: $(SAC)\perp(SBD)$

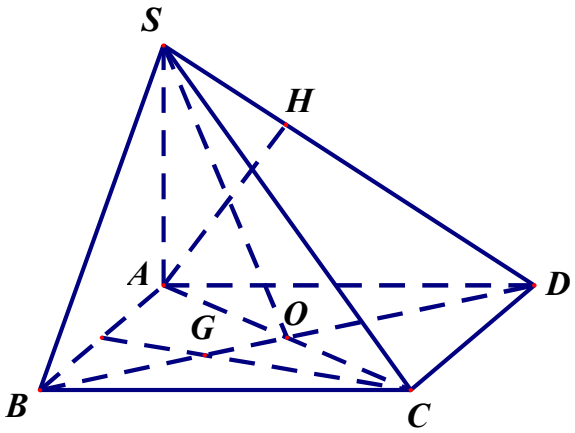
c) Tính góc hợp bởi SB và $mp(SAC)$

d) Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Tính khoảng cách từ G đến mp(SCD)

---------- HẾT ---------

ĐÁP ÁN

Bài	*Nội dung*	*Điểm*
1a (0.75đ)	a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x^2+5}-3}{x^2-3x+2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+5-9}{\left(x^2-3x+2\right)\left(\sqrt{x^2+5}+3\right)}$	0.25
	$=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(x+2)}{(x-1)(x-2)\left(\sqrt{x^2+5}+3\right)}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x+2}{(x-1)\left(\sqrt{x^2+5}+3\right)}$	0.25
	$=\dfrac{2}{3}$	0.25
1b (0.75đ)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+1}-2x+5\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{20x-24}{\left(\sqrt{4x^2+1}+2x-5\right)}$	0.25
	$=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\left(20-\dfrac{24}{x}\right)}{x\left(\sqrt{4+\dfrac{1}{x^2}}+2-\dfrac{5}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{20-\dfrac{24}{x}}{\left(\sqrt{4+\dfrac{1}{x^2}}+2-\dfrac{5}{x}\right)}=5$	0.25 +0.25
2 (1đ)	$f\left(x_0\right)=f\left(1\right)=\dfrac{1}{2}+m$	0.25
	$\lim\limits_{x\to x_0}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^3-7x^2+7x-2}{x^3-3x^2+7x-5}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-5x+2}{x^2-2x+5}=\dfrac{-1}{4}$	0.5
	Hàm số liên tục tại $x_0=1 \Leftrightarrow f\left(x_0\right)=\lim\limits_{x\to x_0}f\left(x\right)\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}+m=-\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow m=-\dfrac{3}{4}$	0.25
3 (1đ)	a) $y'=\dfrac{\left(\sin x\right)'x-\left(x\right)'\sin x}{x^2}=\dfrac{x\cos x-\sin x}{x^2}$	0.25+0.2
	b) $y'=\left(\sqrt{x^2+1}\right)'\sin^5 3x+\sqrt{x^2+1}\left(\sin^5 3x\right)'$	0.25
	$y'=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\sin^5 3x+15\sqrt{x^2+1}.\cos 3x.\sin^4 3x$	0.25
4 (0.5đ)	Chứng minh phương trình: $mx(x-2)+x^4-2=0$ luôn có nghiệm $\forall m\in R$	
	Đặt $f(x)=mx(x-2)+x^4-2$ f(x) là hàm đa thức, liên tục trên R $\Rightarrow$ $f(x)$ liên tục trên $[0;2]$ và $f(0).f(2)=-2.14=-28<0,\forall m$ $\Rightarrow$pt $f(x)=0$ có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng $(0;2)$	0.25
5 (1đ)	Cho hàm số $y=\dfrac{\sin^3 x+\cos^3 x}{2-\sin 2x}$. Chứng minh rằng: $2(y'^2+y''^2)=1$.	0.25
	Ta có: $y=\dfrac{\sin^3 x+\cos^3 x}{2-\sin 2x}=\dfrac{(\sin x+\cos x).\left(\sin^2 x-\sin x.\cos x+\cos^2 x\right)}{2(1-\sin x.\cos x)}$	

	$= \frac{1}{2}.(\sin x + \cos x)$	0.25
	$y' = \frac{1}{2}.(\cos x - \sin x)$	0.25
	$y'' = \frac{1}{2}.(-\sin x - \cos x)$	0.25
	Ta có: $2(y'^2 + y''^2) = 2.\left(\frac{1}{4}.(\cos x - \sin x)^2 + \frac{1}{4}(\cos x + \sin x)^2\right)$ $= 2.\frac{1}{4}.\left(2\cos^2 x + 2\sin^2 x\right) = 1$ (đpcm).	0.25
6 **(1đ)**	TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$, $y' = \frac{9}{(x+4)^2}$ Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của (C) và tiếp tuyến.	0.25
	Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 9x + 5$ nên $f'(x_0) = 9$ $\Leftrightarrow \frac{9}{(x_0+4)^2} = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = -3 \\ x_0 = -5 \end{array}\right.$	0.25
	$x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = -7 \quad \Rightarrow pttt: y = 9x + 20$ (n)	0.25
	$x_0 = -5 \Rightarrow y_0 = 11 \quad \Rightarrow pttt: y = 9x + 56$ (n)	0.25
7		
7a **(1đ)**	a) $\left.\begin{array}{l} BC \perp AB \ (ABCD \ \text{là hv}) \\ BC \perp SA\left(SA \perp (ABCD)\right) \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAB)$	0.25
	$\Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow$ Tam giác SBC vuông tại B	0.25
	$\left.\begin{array}{l} DC \perp AD \ (ABCD \ \text{là hv}) \\ DC \perp SA\left(SA \perp (ABCD)\right) \end{array}\right\} \Rightarrow DC \perp (SAD)$	0.25
	$\Rightarrow DC \perp SD \Rightarrow$ Tam giác SCD vuông tại D	0.25

7b **(1đ)**	$\left.\begin{array}{l} BD \perp AC \ \ (ABCD \ la \ hv) \\ BD \perp SA\left(SA \perp (ABCD)\right) \end{array}\right\}$	0.25 0.25
	$\Rightarrow BD \perp (SAC)$	0.25
	Mà $BD \subset (SBD) \Rightarrow (SAC) \perp (SBD)$	0.25
7c **(1đ)**	$BO \perp (SAC)$ tại O nên SO là hình chiếu vuông góc của SB lên $mp(SAC)$ $\left(\widehat{SB,(SAC)}\right) = \left(\widehat{SB,SO}\right)$	0.25
	Xét tam giác SAB vuông tại A: $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = 2a$ Xét tam giác SBO vuông tại O $\sin \widehat{OSB} = \dfrac{OB}{SB} = \dfrac{\dfrac{BD}{2}}{SB} = \dfrac{\dfrac{a\sqrt{2}}{2}}{2a} = \dfrac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \widehat{OSB} \approx 20^0 42'$	0.5
	$\left(\widehat{SB,(SAC)}\right) = \left(\widehat{SB,SO}\right) = \widehat{OSB} \approx 20^0 42'$	0.25
7d **(1đ)**	$\left.\begin{array}{l} AB \not\subset (SCD) \\ AB \parallel CD \end{array}\right\} \Rightarrow AB \parallel (SCD) \Rightarrow d\left(B,(SCD)\right) = d\left(\mathrm{A},(SCD)\right)$	0.25
	$\left.\begin{array}{l} BD \cap (SCD) = D \\ \dfrac{BD}{GD} = \dfrac{3}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow d\left(\mathrm{G},(SCD)\right) = \dfrac{2}{3} d\left(\mathrm{B},(SCD)\right)$	0.25
	Dựng đường cao AH của tam giác SAD $\left.\begin{array}{l} AH \perp SD \\ AH \perp CD\left(CD \perp (SAD), AH \subset (SAD)\right) \end{array}\right\} \Rightarrow AH \perp (SCD)$ $\Rightarrow d\left(A,(SCD)\right) = AH$	0.25
	Tam giác SAD vuông tại A có đường cao AH $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow d\left(\mathrm{G},(SCD)\right) = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$	0.25